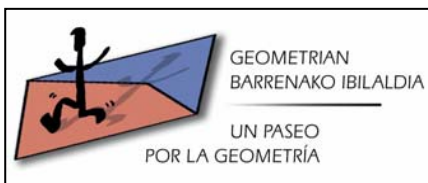
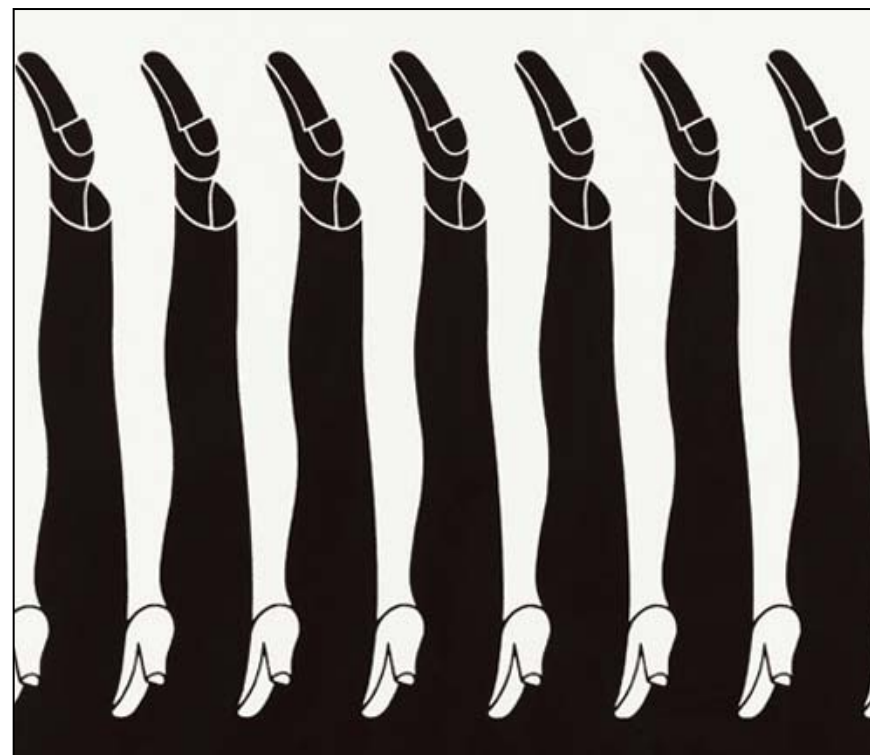


El arte y la ciencia de la paradoja

Marta Macho Stadler, UPV/EHU



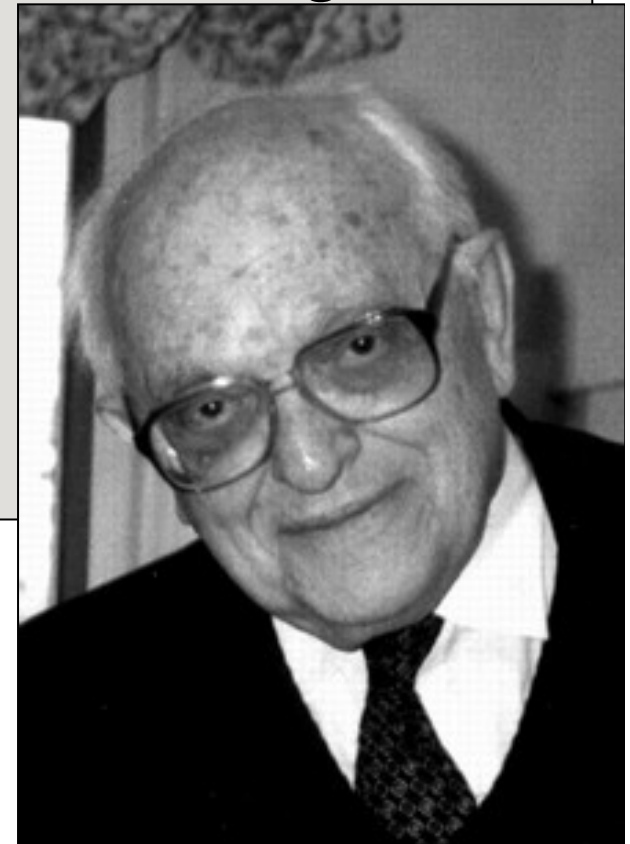
Leioa (FCT/ZTF)

8 de febrero de 2011

Las *paradojas* han tenido un papel crucial en la historia intelectual, a menudo presentando los desarrollos revolucionarios de las ciencias, de las matemáticas y de la lógica. Cada vez que, en cualquier disciplina, aparece un problema que no puede resolverse en el interior del cuadro conceptual susceptible de aplicarse, experimentamos un choque, choque que puede constreñirnos a rechazar la antigua estructura inadecuada y a adoptar una nueva.

Es a este proceso de mutación intelectual al que se le debe el nacimiento de la mayor parte de las ideas matemáticas y científicas.

***Escapar a la paradoja*, 1967
Anatol Rapoport (1911-2007)**





**Los
Embajadores
(1533)**

**Holbein el
joven
(1497-1543)**

**National
Gallery de
Londres**

**Jean de Dinteville
(1504-1555),
embajador francés
en Inglaterra.**





**Jean de Dinteville
(1504-1555),
smbajador francés
en Inglaterra.**

**Georges de Selve
(1508-1541) obispo
de Lavour.**



**Jean de Dinteville
(1504-1555),
embajador francés
en Inglaterra.**

**Georges de Selve
(1508-1541) obispo
de Lavaur.**

**Relojes solares, un globo
terráqueo, instrumentos de
navegación y de astronomía,
libro de aritmética,...**



Jean de Dinteville
(1504-1555),
embajador francés
en Inglaterra.

Georges de Selve
(1508-1541) obispo
de Lavaur.

¿Qué es
esto?

Relojes solares, un globo
terráqueo, instrumentos de
navegación y de astronomía,
libro de aritmética,...



Antes de descubrirlo,... un poco de historia. Fecha: **11 de abril de 1533**.

Poco tiempo antes, **Enrique VIII** solicitaba al papa **Clemente VII** anular su matrimonio con **Catalina de Aragón**, ya que de su unión no había nacido ningún heredero varón. El papa no accede a este favor, lo que no impide al monarca desposar en secreto a **Ana Bolena** el 25 de enero de 1533.

A principios de abril, **Thomas Cranmer**, el arzobispo de Canterbury, anula el matrimonio con Catalina y declara a Ana Bolena Reina de Inglaterra.

El hecho no tiene precedentes, y se envía una embajada francesa para intentar una reconciliación con el papa: dos de estos embajadores están representados en el cuadro.

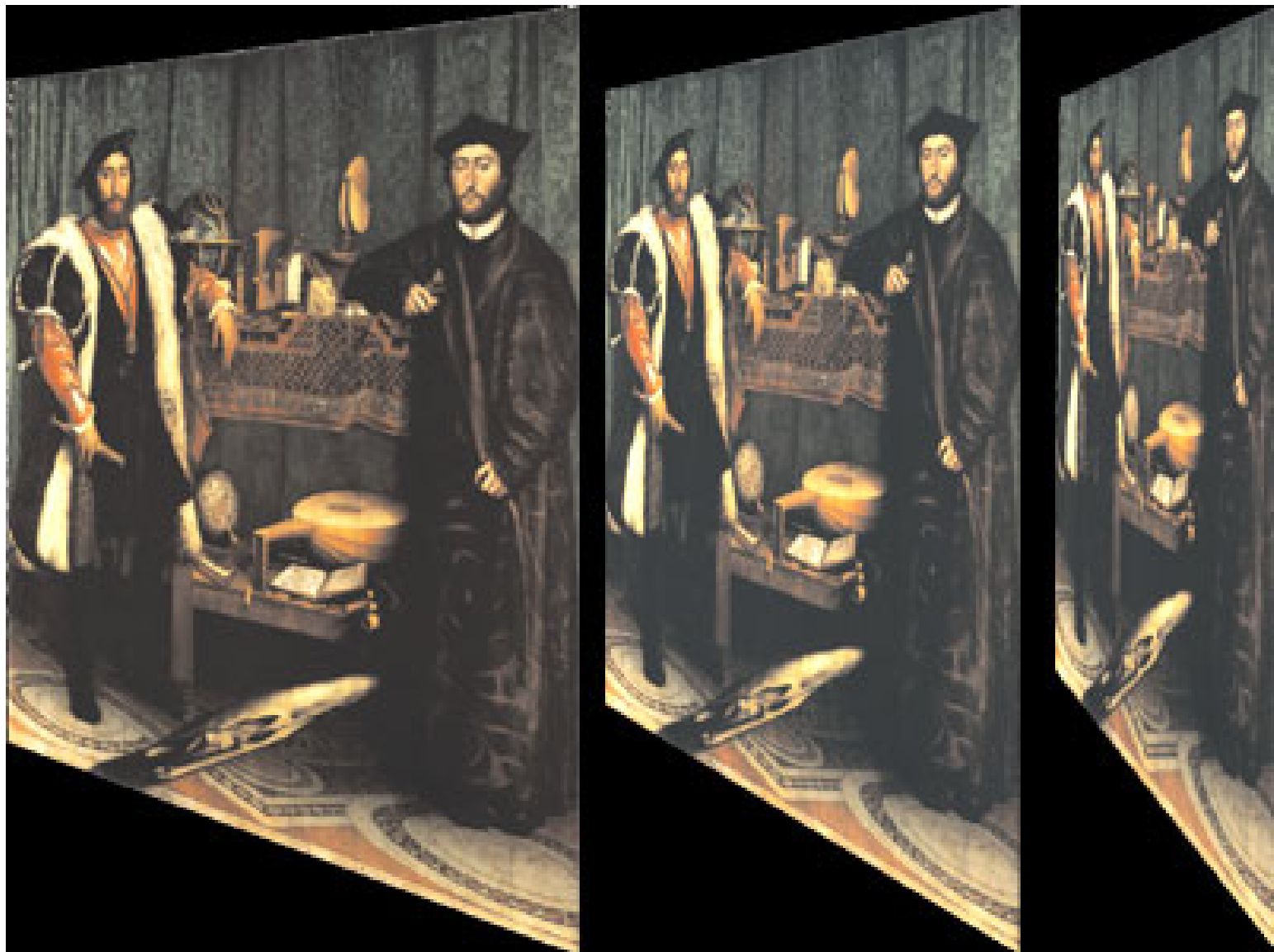
Y, al salir de la sala, al mirar el cuadro desde otro punto de vista, aparece...



Video

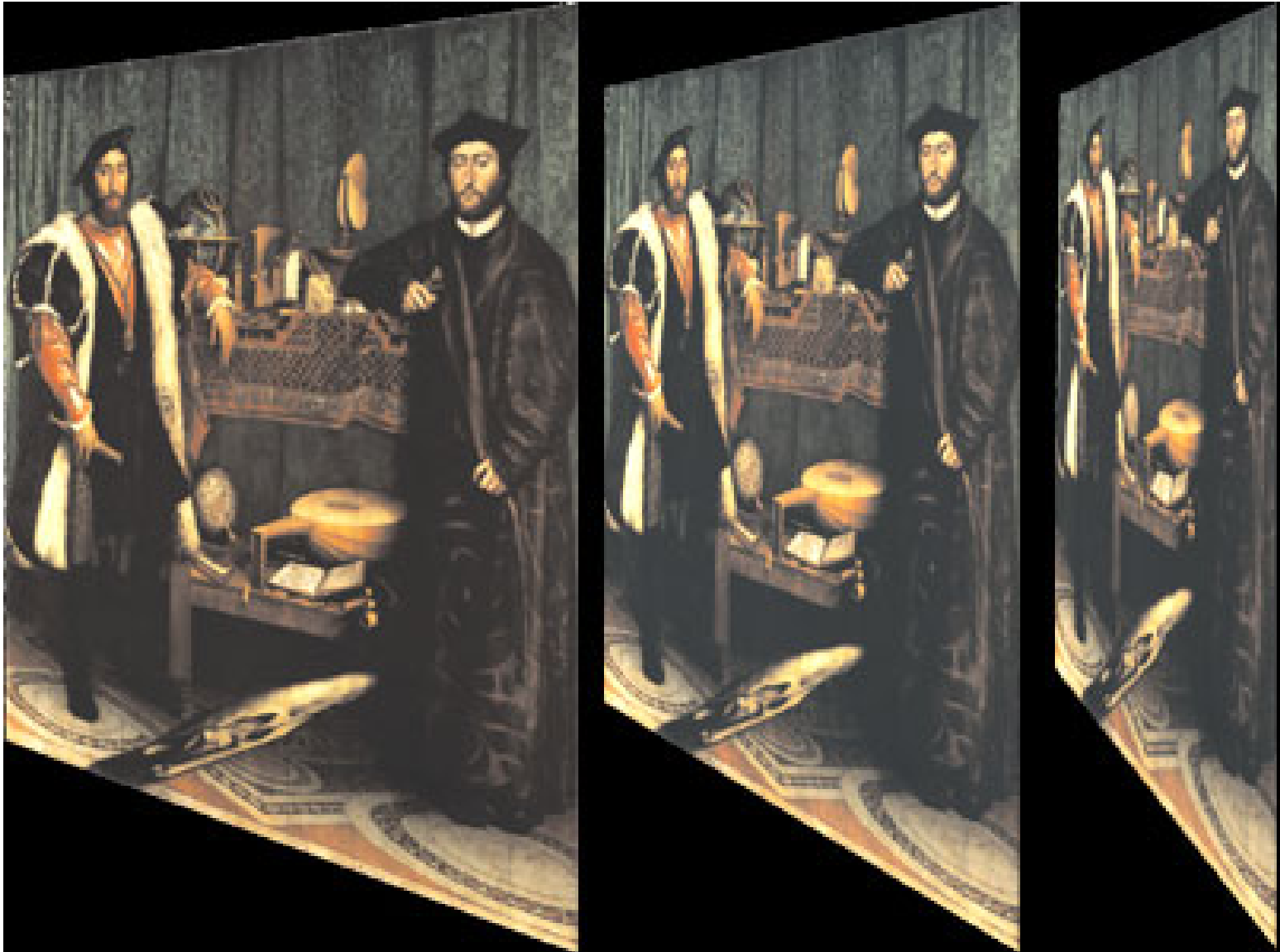
Anamorfosis...

¿Firma del pintor? HOLBEIN = (**bein**) hueso (**hohl**) hueco



¿Firma del pintor? HOLBEIN = (**bein**) hueso (**hohl**) hueco

¿Muerte de la dinastía (Los Tudor)?



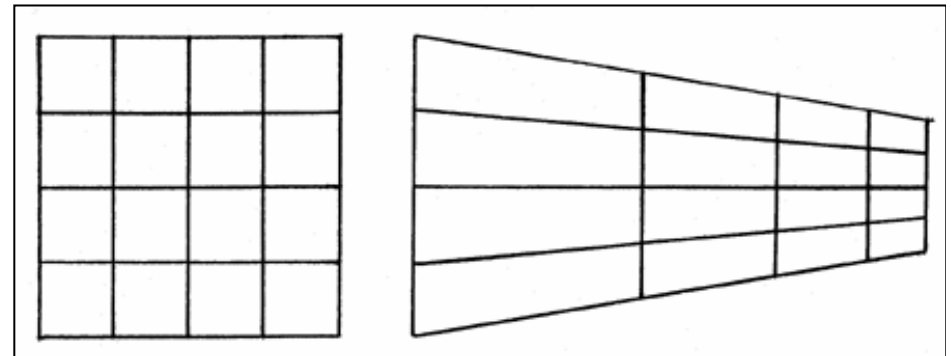
¿Qué es una anamorfosis?

Una **anamorfosis** es una deformación reversible de una imagen a través de procedimientos matemáticos u ópticos.



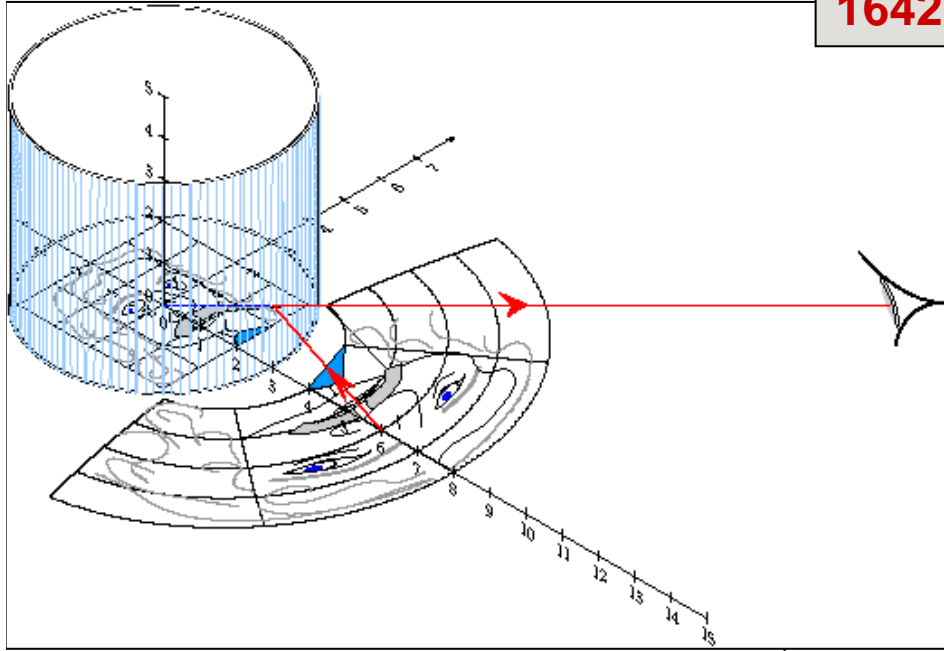
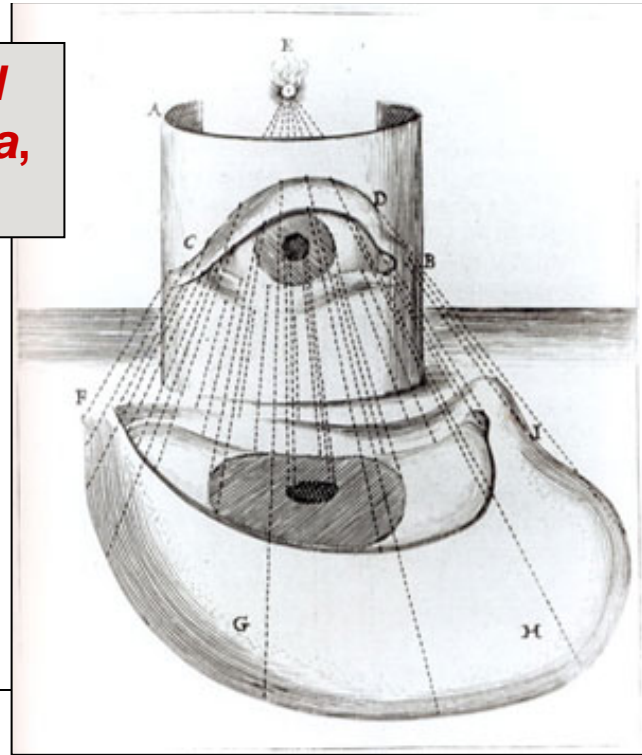
En este grabado de Dürero, el artista usa un retículo (velo de Alberti) para guardar las proporciones de la modelo.

¿Y si no se coloca el enrejado de forma perpendicular?



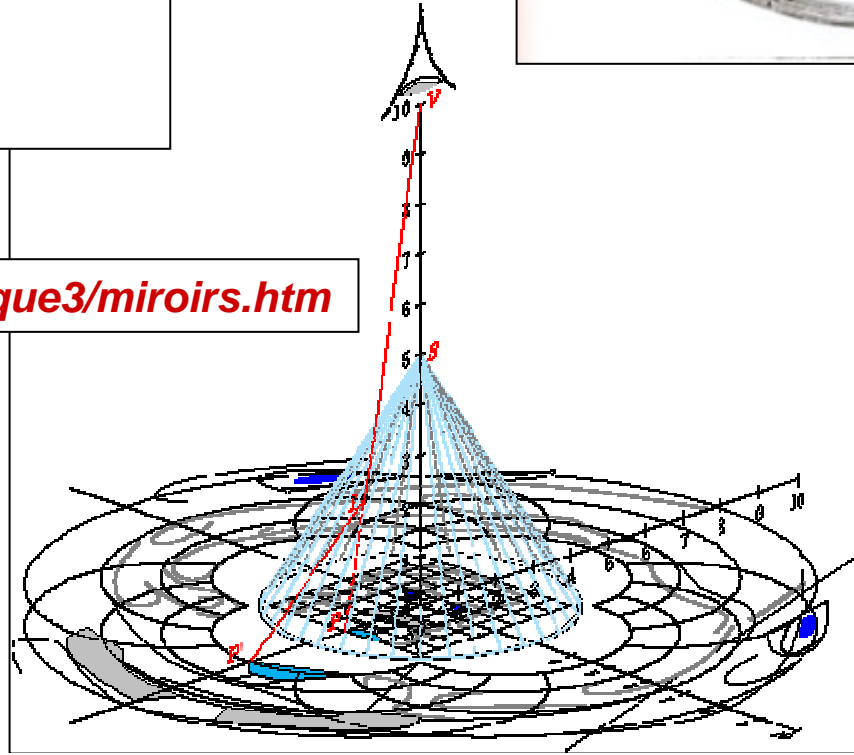
Anamorfosis cilíndrica

Mario Bettini, *L'Oeil du cardinal Colonna*, 1642



<http://members.aol.com/ManuelLuque3/miroirs.htm>

Anamorfosis cónica

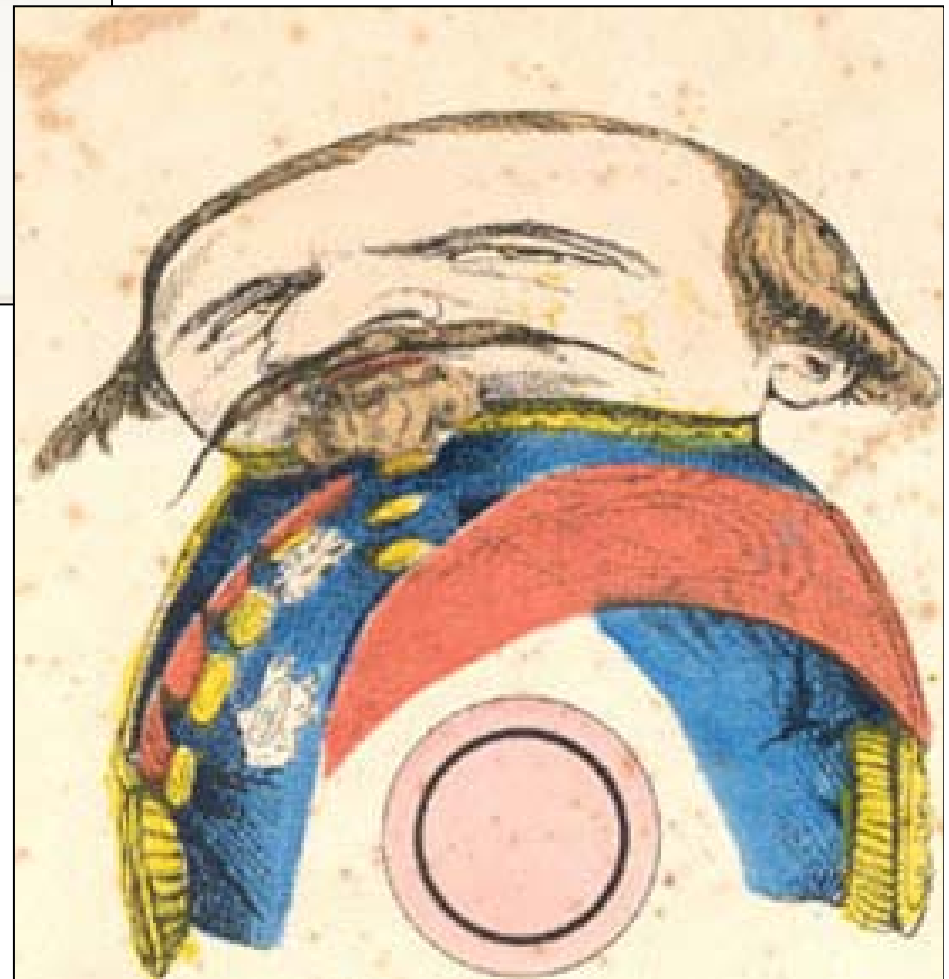




Sancho Panza on His Donkey

***Sancho Panza
y su burro***

Napoleón





István Orosz (1951-)

La isla misteriosa y el retrato de Julio Verne

<http://www.geocities.com/SoHo/Museum/8716/>

Video



Otra bellísima
anamorfosis
cilíndrica de
Itsván Orosz
(2007) es:

*Edgar Allan
Poe: The
Raven*

en donde tras
un
impresionante
cuervo se
esconde...

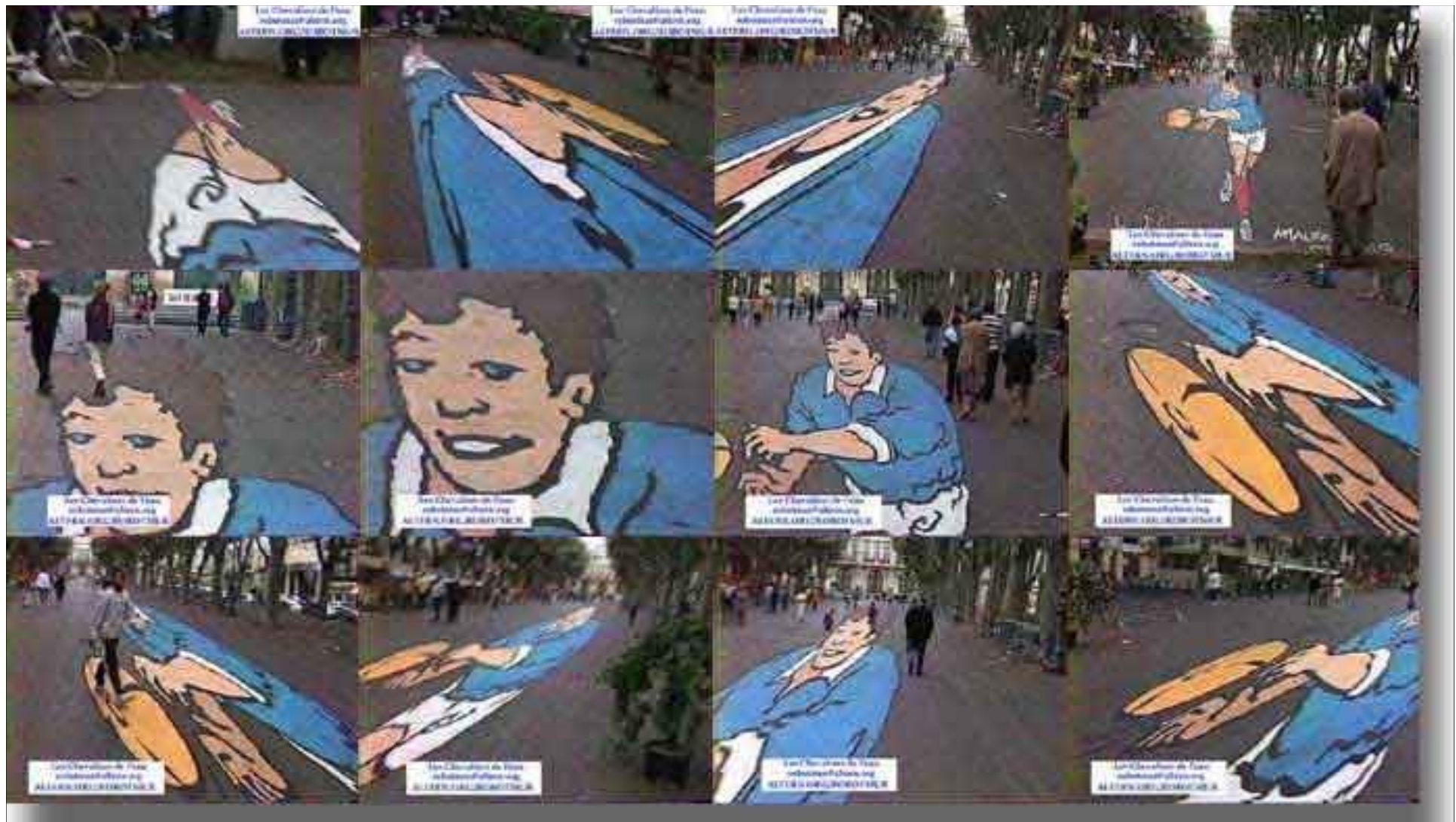




**Vista desde el suelo, la imagen se ve totalmente deformada.
Desde el segundo piso se observa la imagen real.**

"Robotmur" es un robot capaz de reproducir anamorfosis sobre edificios, etc.

<http://jourdain.ifrance.com>



Les Chevaliers de l'eau (<http://jourdain.iffance.com/sommaire.htm>)

Jugador de Rugby de 134,20 metros de largo. Beziers, 30 septiembre de 1999 (apertura de la copa del mundo de Rugby): es la mayor anamorfosis del mundo.

Kurt Wenner



Dies Irae, Italia

<http://www.kurtwenner.com/>

Musas, Suiza



Make Poverty History

Dibujo encargado para la campaña de presión al G8

Vista de frente

Edinburgh City Centre

Visto de lado: 13 metros

Julian Beever

<http://users.skynet.be/J.Beever/pave.htm>



Eduardo Relero



Grandes chorizos

Anamorfosis y señalización



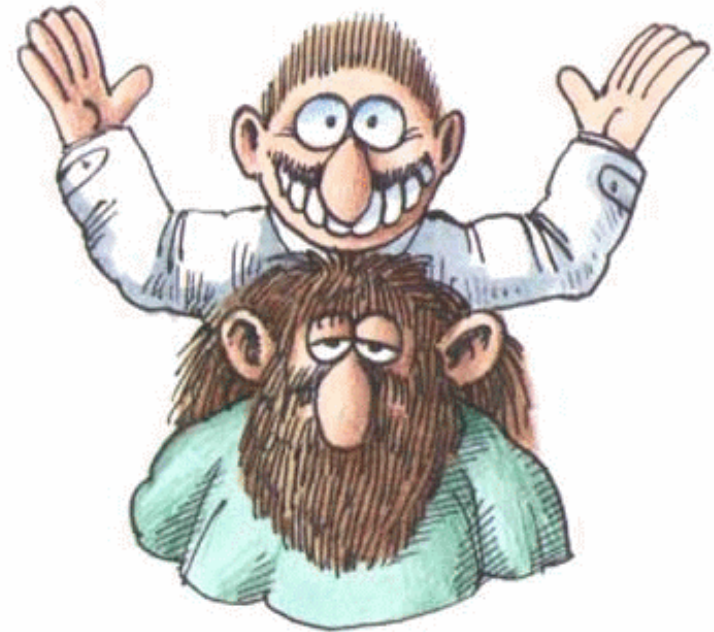
Las anamorfosis se usan a menudo en señales de tráfico, para que las señales sean correctamente interpretadas por los conductores y conductoras.



Paradoja del barbero (lógica)

En **Aveinte**, el barbero, **Jon**, afeita a los que no se afeitan a sí mismos.

¿Quién afeita al barbero de Aveinte?



Si **Jon** no se afeita a sí mismo, será una de las personas de Aveinte que no se afeitan a sí mismas...



Si **Jon** no se afeita a sí mismo, será una de las personas de Aveinte que no se afeitan a sí mismas...

con lo cual **Jon** debería de afeitarse, siendo por lo tanto una de las personas que se afeitan a sí mismas...



Si **Jon** no se afeita a sí mismo, será una de las personas de Aveinte que no se afeitan a sí mismas...

con lo cual **Jon** debería de afeitarse, siendo por lo tanto una de las personas que se afeitan a sí mismas...

no debiendo por tanto afeitarse...



Solución:

Bertrand Russel define su famosa *teoría de tipos*, donde se eliminan los conjuntos auto-contradictorios, así que **Jon**, el barbero de Aveinte...



Solución:

Bertrand Russel define su famosa *teoría de tipos*, donde se eliminan los conjuntos auto-contradictorios, así que **Jon**, el barbero de Aveinte...

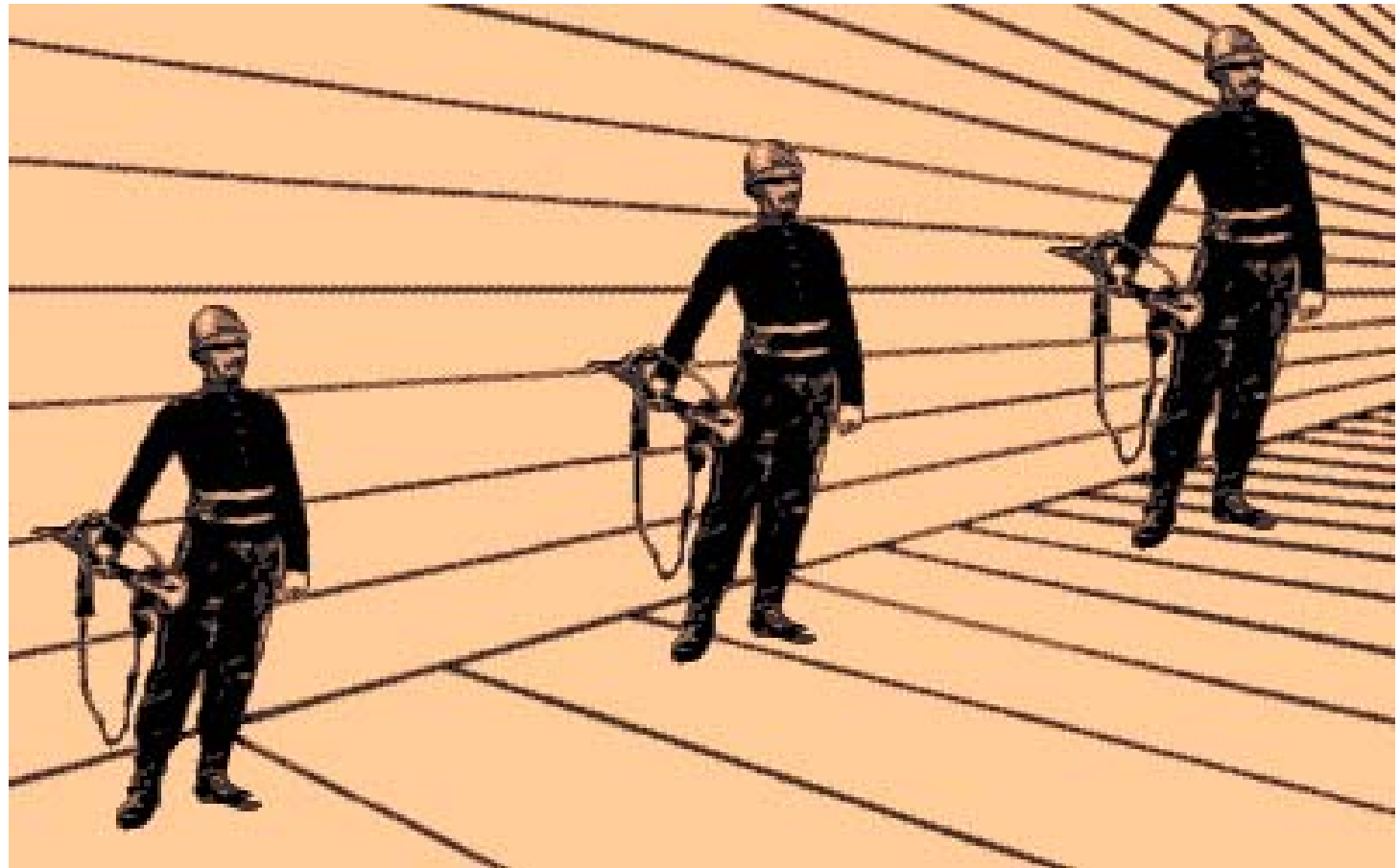
... ¡no existe!

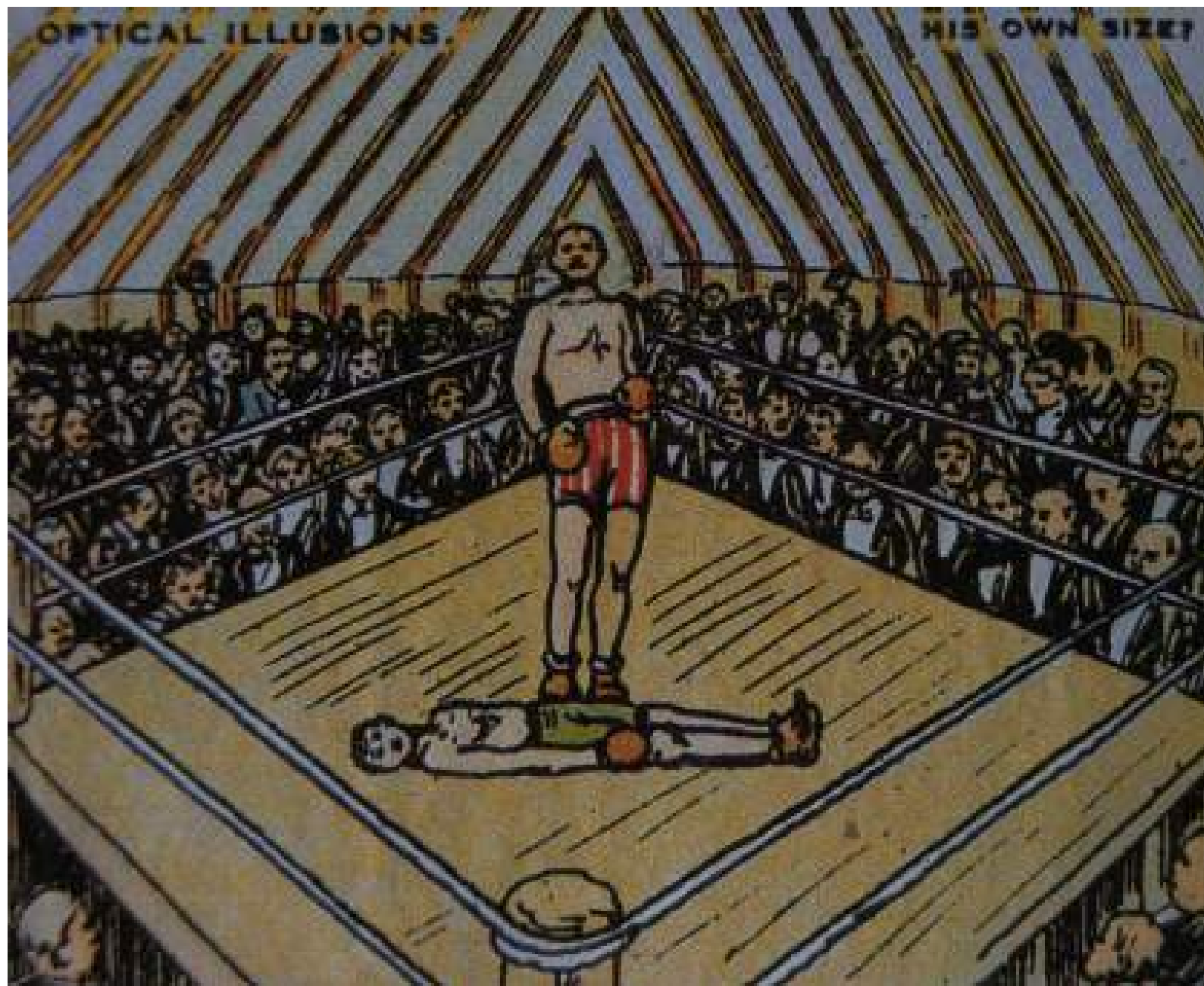


Paradojas de la perspectiva

Paradoja
de la
perspectiva
ascendente

*¿Son los
soldados
del
mismo
tamaño?*





¿Cuál de los boxeadores es más alto?

El hotel infinito de Hilbert

Érase una vez un hotel con infinitas habitaciones (numeradas), con el lema: *“Se garantiza el alojamiento de cualquier nuevo huésped”*.



Primera paradoja: llega un hombre al hotel que se encuentra lleno, ...

Érase una vez un hotel con infinitas habitaciones (numeradas), con el lema: **“Se garantiza el alojamiento de cualquier nuevo huésped”**.

Primera paradoja: llega un hombre al hotel que se encuentra lleno, ...

El recepcionista, fiel al lema del **Hotel Infinito** avisa por megafonía a todos sus clientes, para que se cambien de su habitación n a la habitación $n+1$, con lo que la habitación número **1** queda libre para el nuevo huésped...

Duda: ¿Qué pasa con el huésped que se encontraba en la última habitación?



Érase una vez un hotel con infinitas habitaciones (numeradas), con el lema: *“Se garantiza el alojamiento de cualquier nuevo huésped”*.

Primera paradoja: llega un hombre al hotel que se encuentra lleno, ...

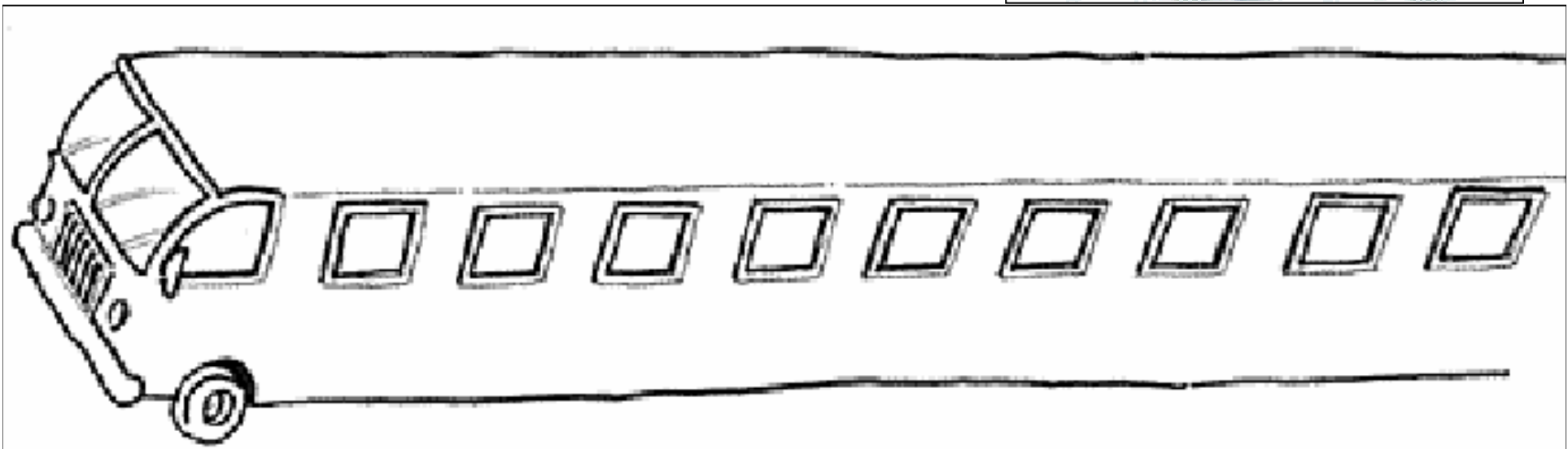
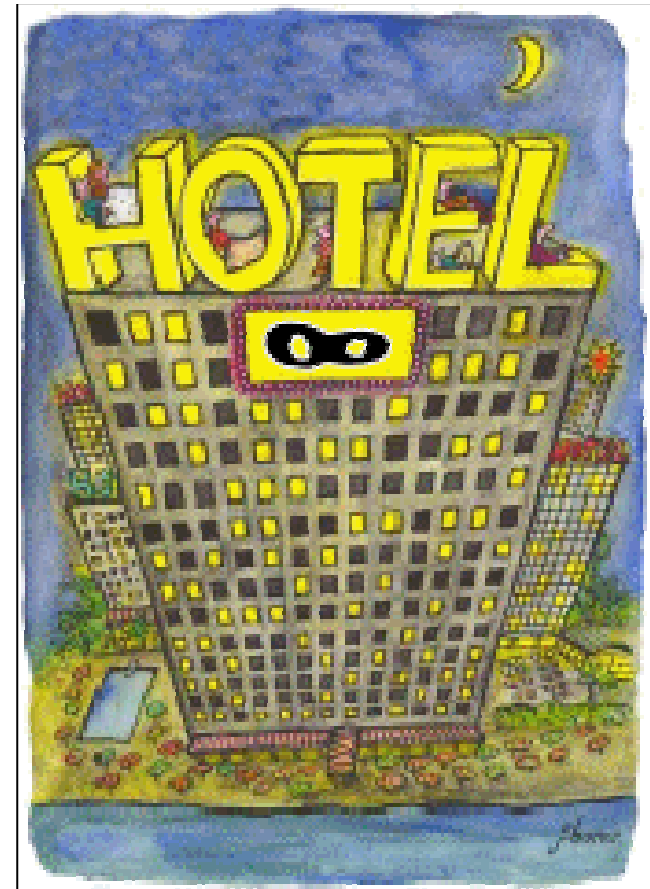
El recepcionista, fiel al lema del *Hotel Infinito* avisa por megafonía a todos sus clientes, para que se cambien de su habitación n a la habitación $n+1$, con lo que la habitación número 1 queda libre para el nuevo huésped...

Duda: ¿Qué pasa con el huésped que se encontraba en la última habitación?...

... No existe la “última habitación” ...

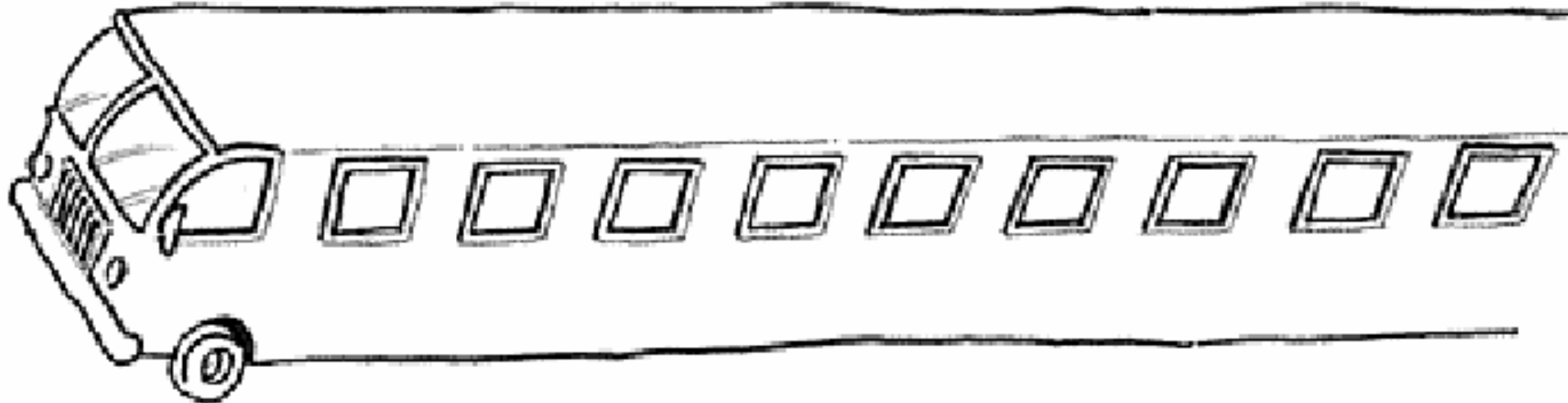


Segunda paradoja: llega al *Hotel Infinito* (que está lleno) una excursión con infinitos pensionistas (numerados)...



Segunda paradoja: llega al *Hotel Infinito* (que está lleno) una excursión con infinitos pensionistas (numerados)...

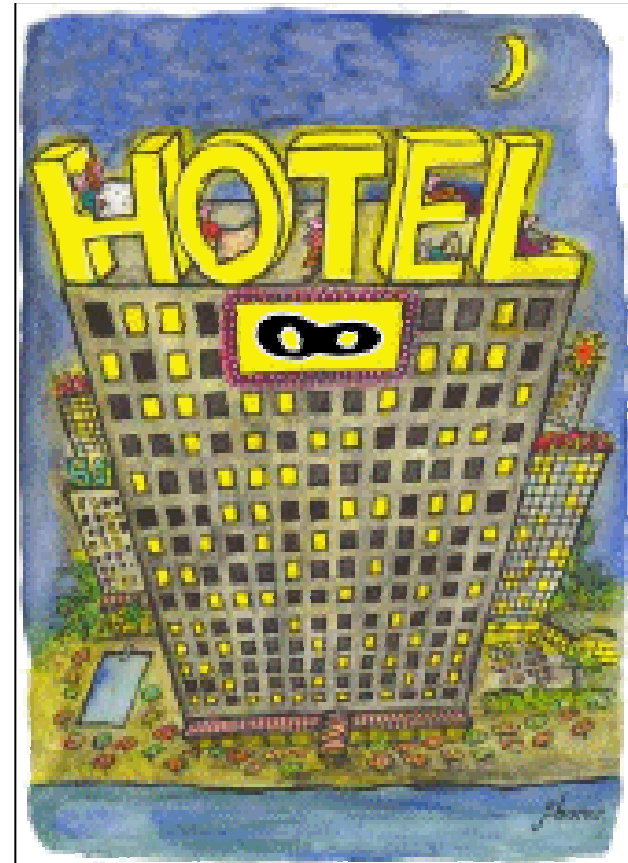
... el recepcionista solicita por megafonía a todos sus clientes que se cambien de su habitación número n a la habitación $2n$...



Segunda paradoja: llega al *Hotel Infinito* (que está lleno) una excursión con infinitos pensionistas (numerados)...

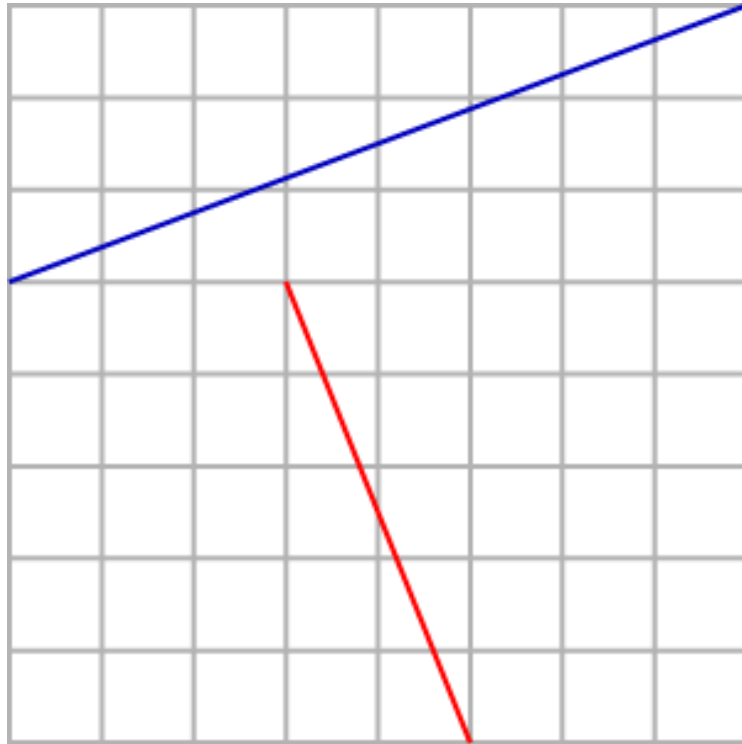
... el recepcionista solicita por megafonía a todos sus clientes que se cambien de su habitación número n a la habitación $2n$...

De esa forma todos los huéspedes se mudan a una habitación par, y todas las habitaciones impares quedan libres...



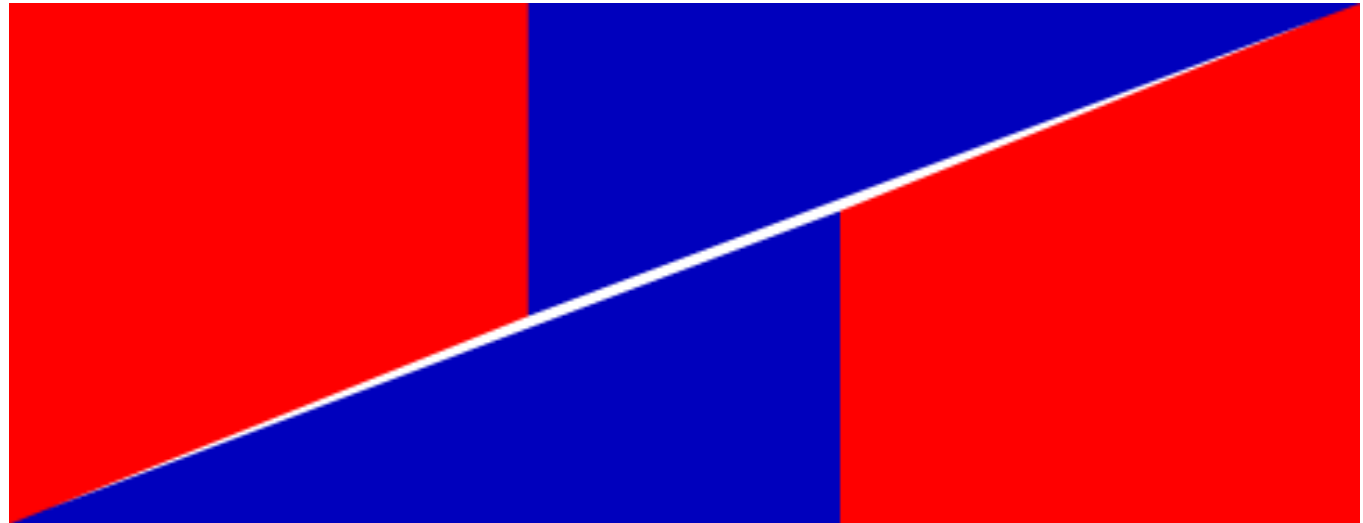
Desapariciones geométricas

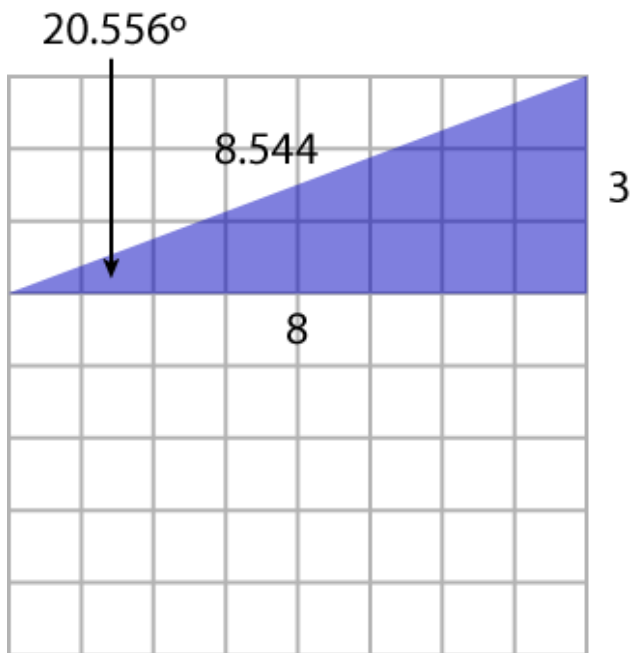
$$64 = 65 ?$$



Los segmentos azules generan dos triángulos y los rojos dos trapezoides, se reajustan...

¿Ves la parte blanca? Es un paralelogramo con área 1.

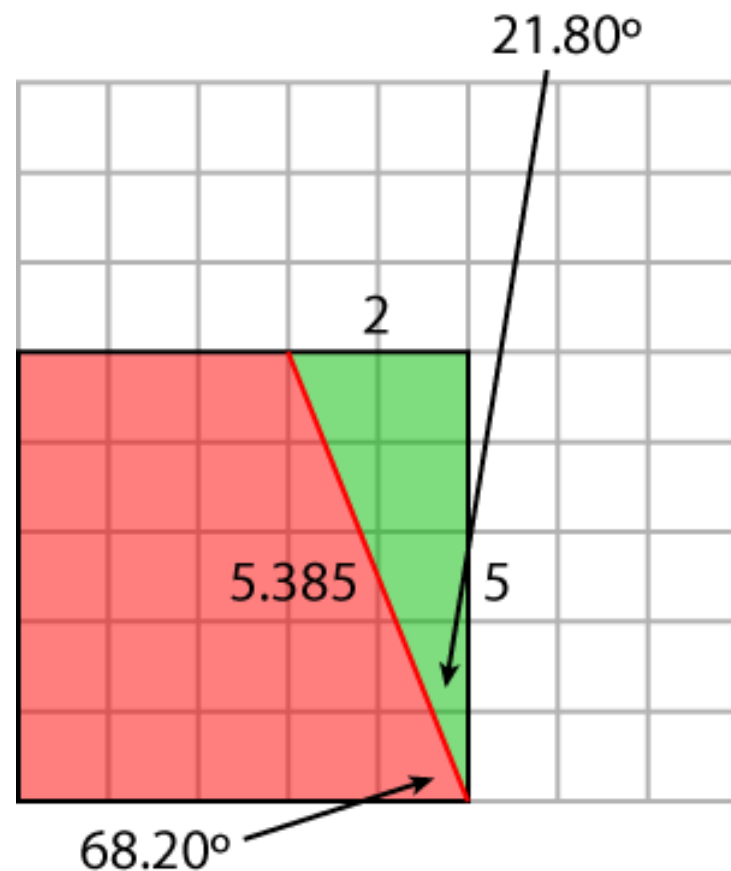


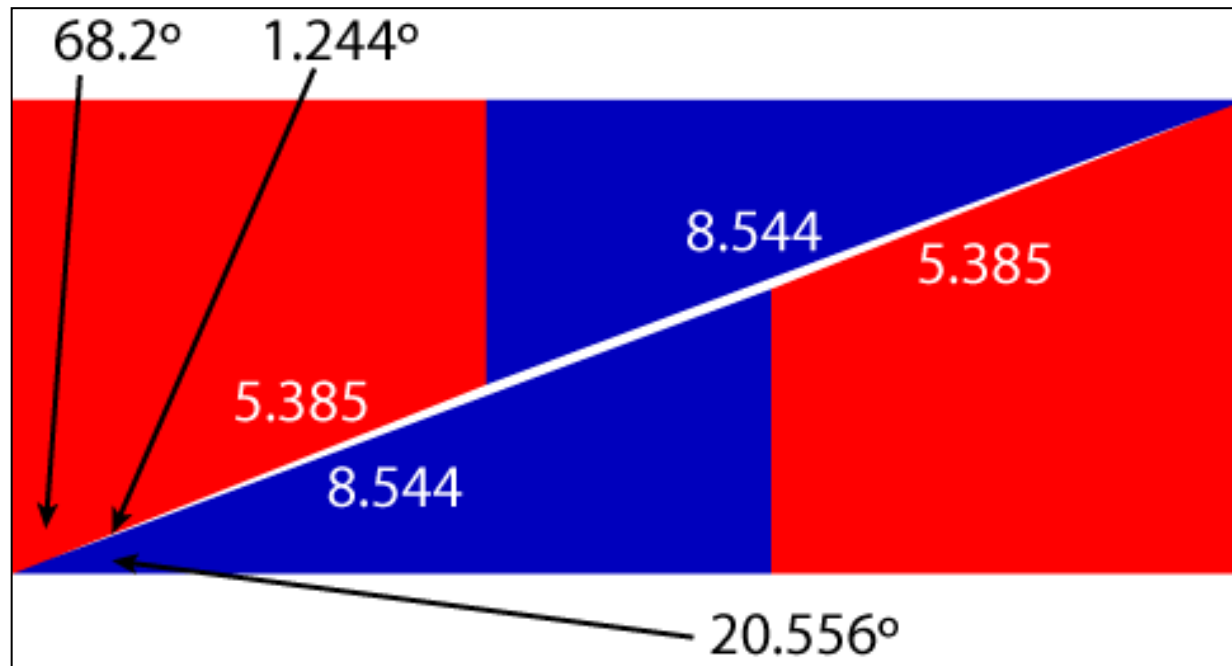


$3^2 + 8^2 = h^2$, así la hipotenusa es la raíz cuadrada de 73 y el ángulo menor 20.556°

$2^2 + 5^2 = h^2$, así la hipotenusa es la raíz cuadrada de 29 y el ángulo menor es de 21.80° .

El triángulo verde es el que se inserta en el cuadrado 5×5 para pegarse al trapecoide rojo, cuyo ángulo menor debería ser entonces de $90^\circ - 21.80^\circ = 68.20^\circ$.

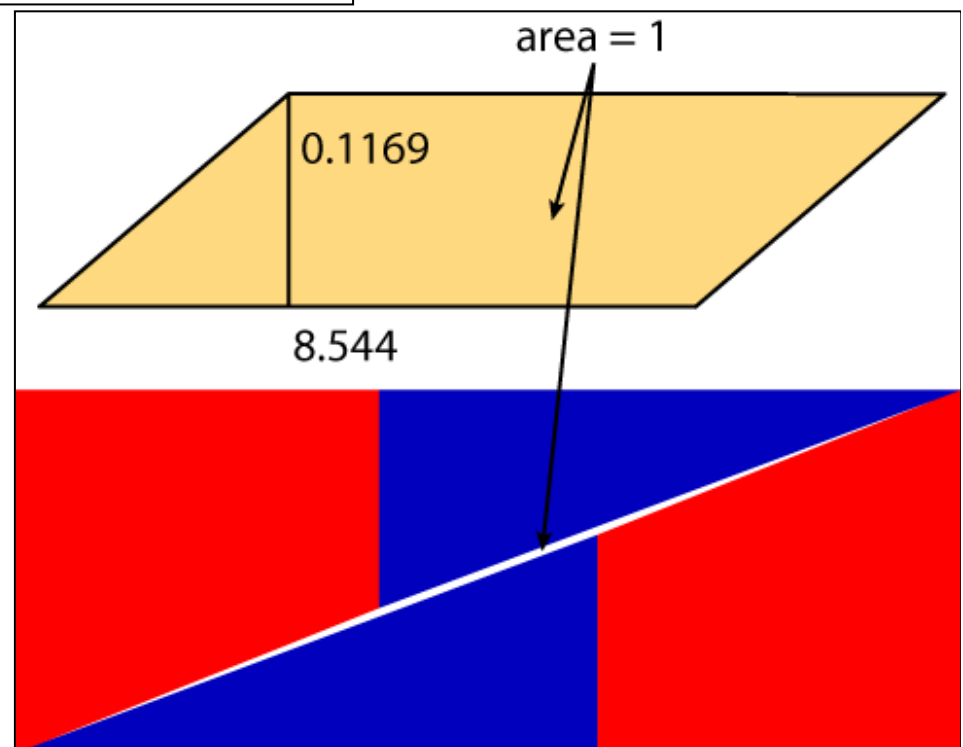




El ángulo agudo del paralelogramo blanco es $90^\circ - 68.2^\circ - 20.556^\circ = 1.244^\circ$.

Así, el área del paralelogramo blanco es:

$$8.544 \times \sin(1.244) \times 5.385 = \mathbf{0.9988\dots}$$



La paradoja del condenado (de la predicción)

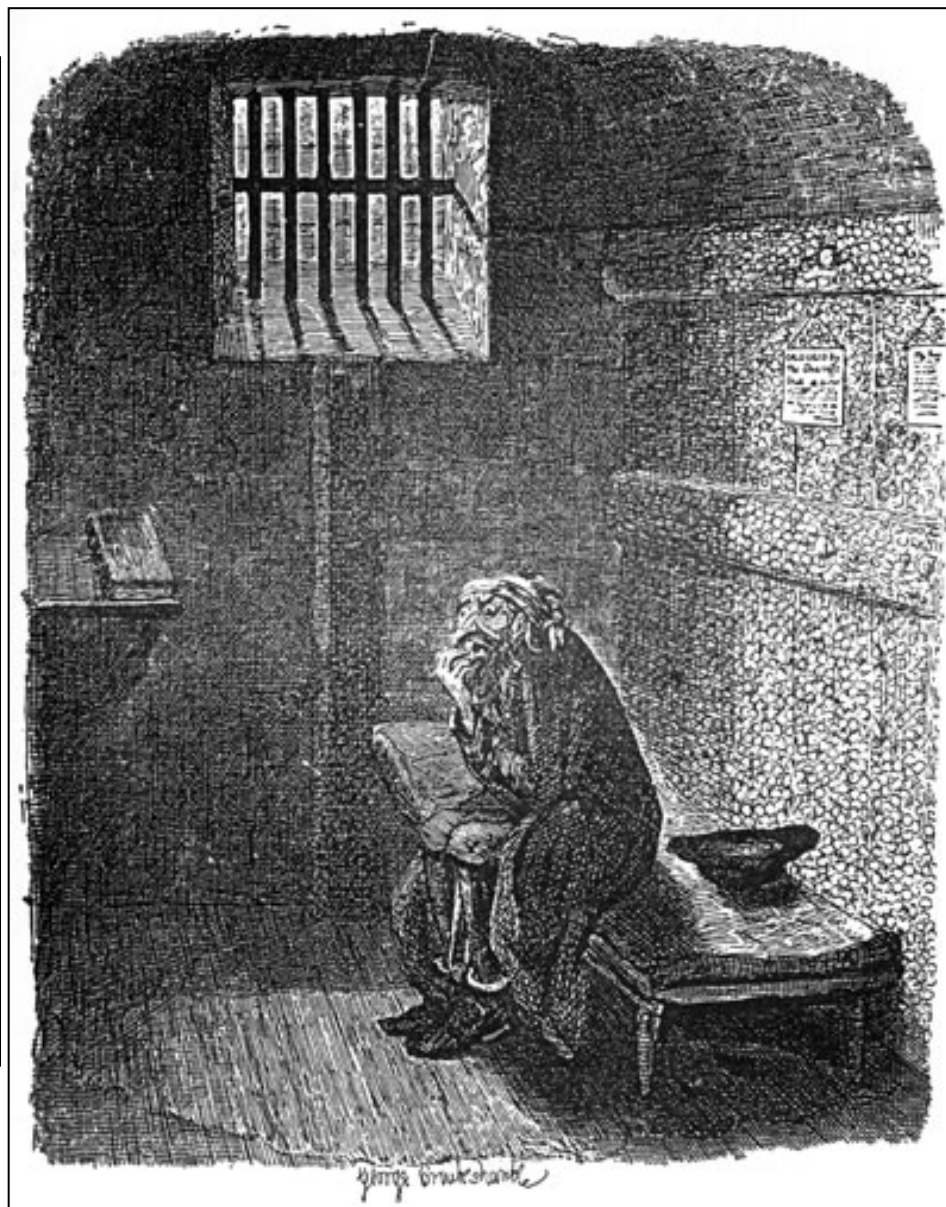
En la Edad Media, un rey de reconocida sinceridad, pronuncia su sentencia:



Una mañana de este mes serás ejecutado, pero no lo sabrás hasta esa misma mañana, de modo que cada noche te acostarás con la duda, que presiento terrible, de si esa será tu última sobre la Tierra...

En la soledad de su celda, el reo argumenta:

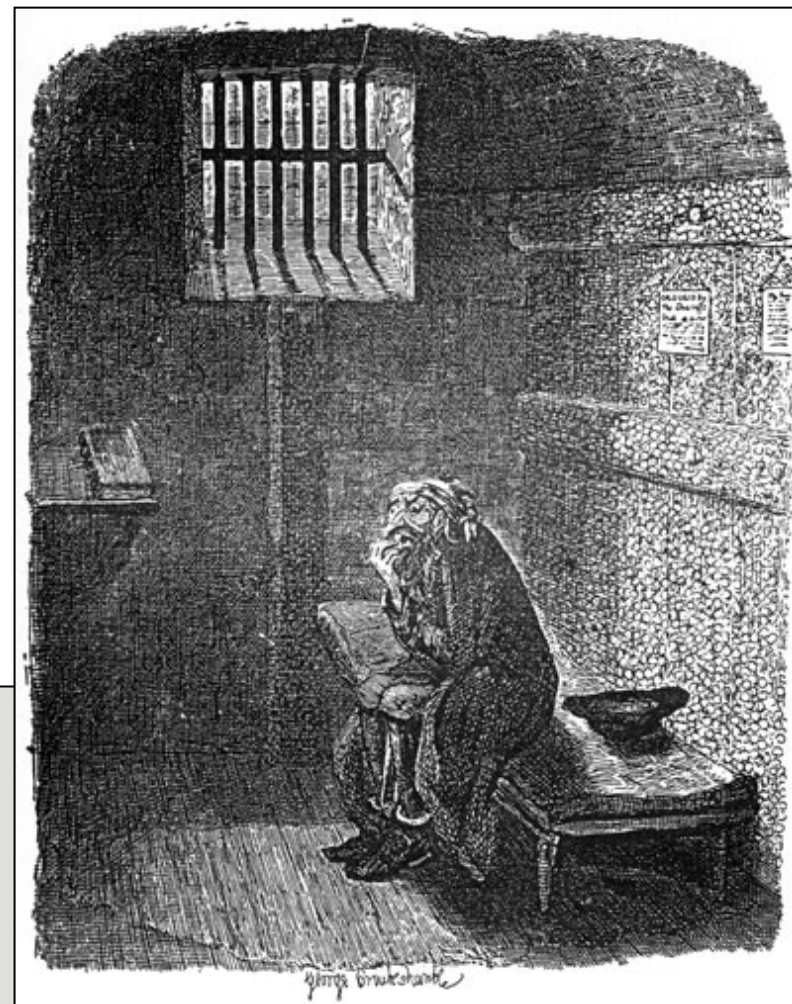
Si el mes tiene 30 días, es evidente que no podré ser ajusticiado el día 30, ya que el 29 por la noche sabría que a la mañana siguiente habría de morir... Así que el último día posible para cumplir la sentencia es el 29. Pero entonces, el 28 por la noche tendré la certeza de que por la mañana seré ejecutado...



En la soledad de su celda, el reo argumenta:

Si el mes tiene 30 días, es evidente que no podré ser ajusticiado el día 30, ya que el 29 por la noche sabría que a la mañana siguiente habría de morir. Así que el último día posible para cumplir la sentencia es el 29. Pero entonces, el 28 por la noche tendré la certeza de que por la mañana seré ejecutado...

Continuando de este modo, el prisionero concluye triunfalmente que la condena es de **ejecución imposible**, y comienza a dormir aliviado, aguardando que transcurra el mes para pedir su libertad...



Sin embargo, sorpresa, un día cualquiera –por ejemplo el fatídico día **13, que casualmente era martes**–, el verdugo, con el hacha afilada en la mano, despierta al reo... que instantes más tarde es decapitado.

La sentencia se cumple literalmente...



Sin embargo, sorpresa, un día cualquiera –por ejemplo el fatídico día **13**, que casualmente era martes–, el verdugo, con el hacha afilada en la mano, despierta al reo... que instantes más tarde es decapitado.

La sentencia se cumple literalmente...

¿Dónde ha fallado el razonamiento del condenado?



Una solución puede pasar por la noción fundamental de que no es lo mismo el día 30, más el día 29, más el día 28, etc., que **el mes**.

Un conjunto es diferente y contiene cualidades distintas de la mera adición de sus partes.

El análisis individual, día por día, por parte del prisionero es irreprochable... pero el defecto de su argumento aparece cuando atribuye al conjunto **(este mes)** las mismas y exclusivas cualidades que poseían sus partes **(cada día)**, no advirtiéndole que el conjunto **mes** ha incorporado algunas características: entre otras la de contener...

Una solución puede pasar por la noción fundamental de que no es lo mismo el día 30, más el día 29, más el día 28, etc., que **el mes**.

Un conjunto es diferente y contiene cualidades distintas de la mera adición de sus partes.

El análisis individual, día por día, por parte del prisionero es irreprochable... pero el defecto de su argumento aparece cuando atribuye al conjunto **(este mes)** las mismas y exclusivas cualidades que poseían sus partes **(cada día)**, no advirtiéndolo que el conjunto **mes** ha incorporado algunas características: entre otras la de contener...

... días sorpresa.

Hacia el siglo III, el filósofo chino Hui Tzu afirmaba:

Un caballo bayo y una vaca parda son tres: el caballo, la vaca, y el conjunto de caballo y vaca.

El razonamiento no es trivial, y es la esencia de la paradoja del condenado.

!

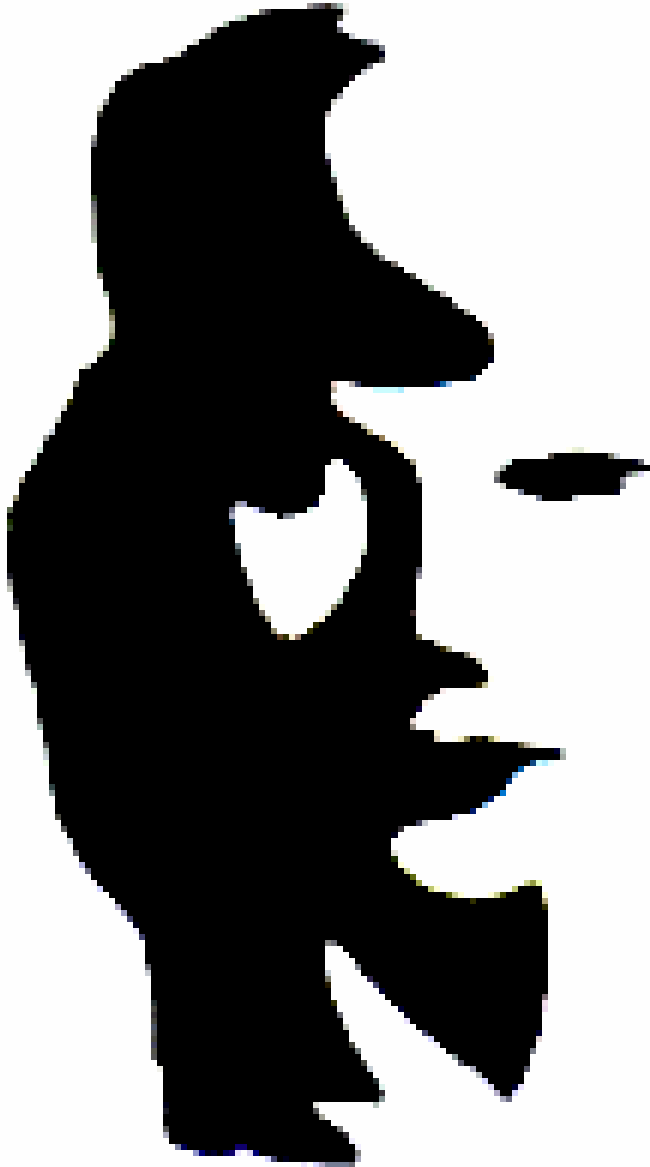


+



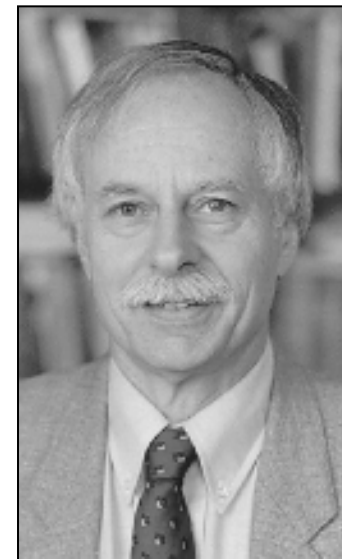
= 3!

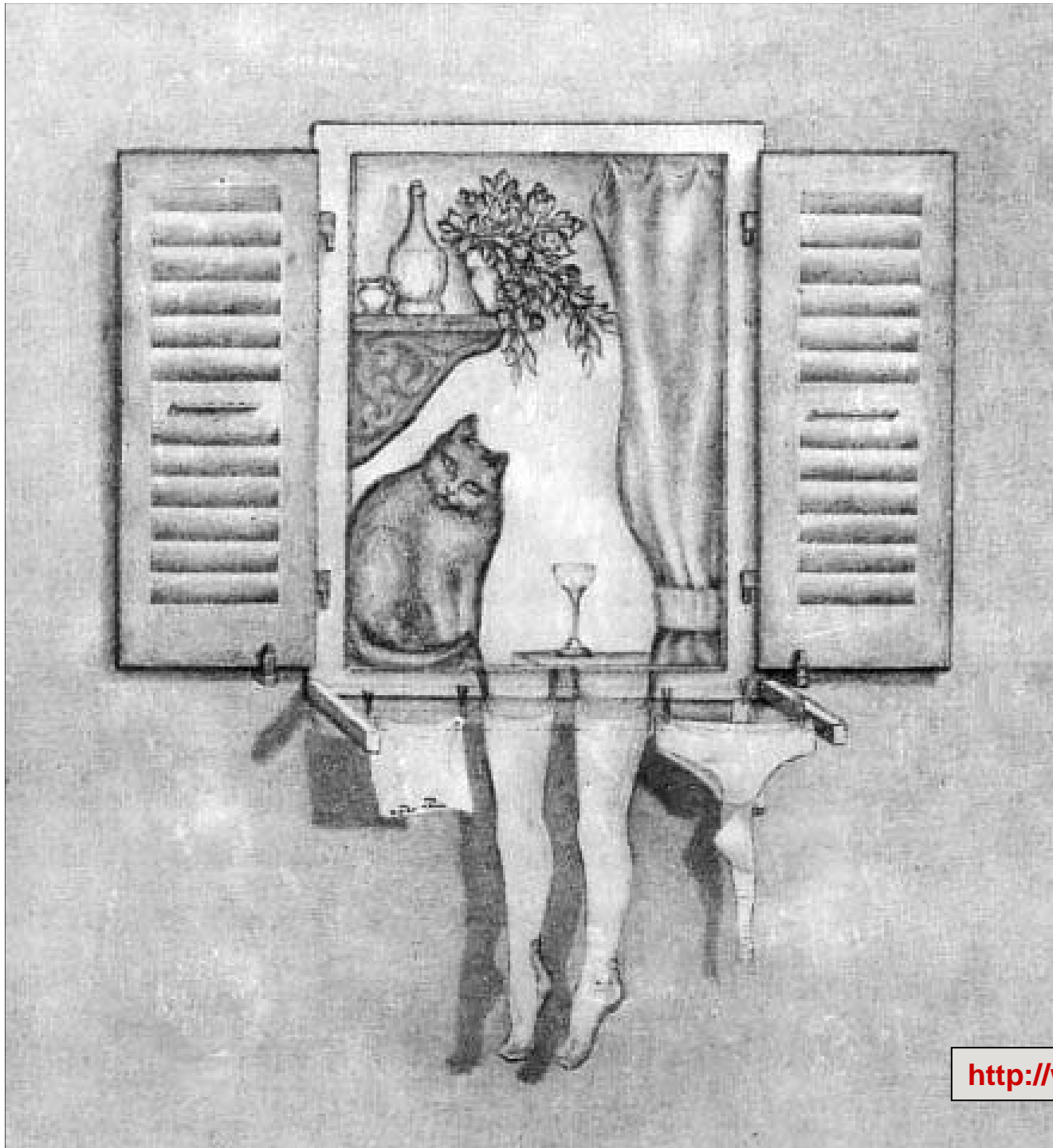
Figuras ambiguas



**Roger N. Shepard
(1929-)**

Sara Nader





Sandro del Prete

(1937-)

*Todo lo que
vemos
puede ser
visto de
otra manera*



<http://www.del-prete.ch/index.html>



**Caja de cerillas: 12 elefantes y sólo 6 cabezas
(aparte del elefante central)**



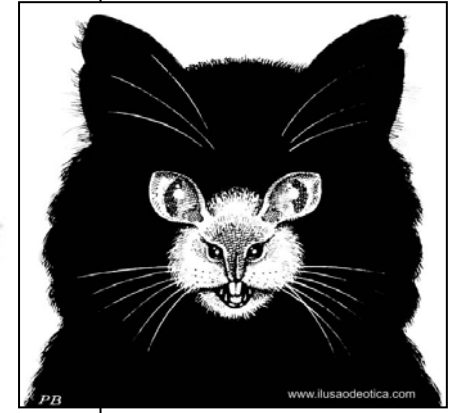
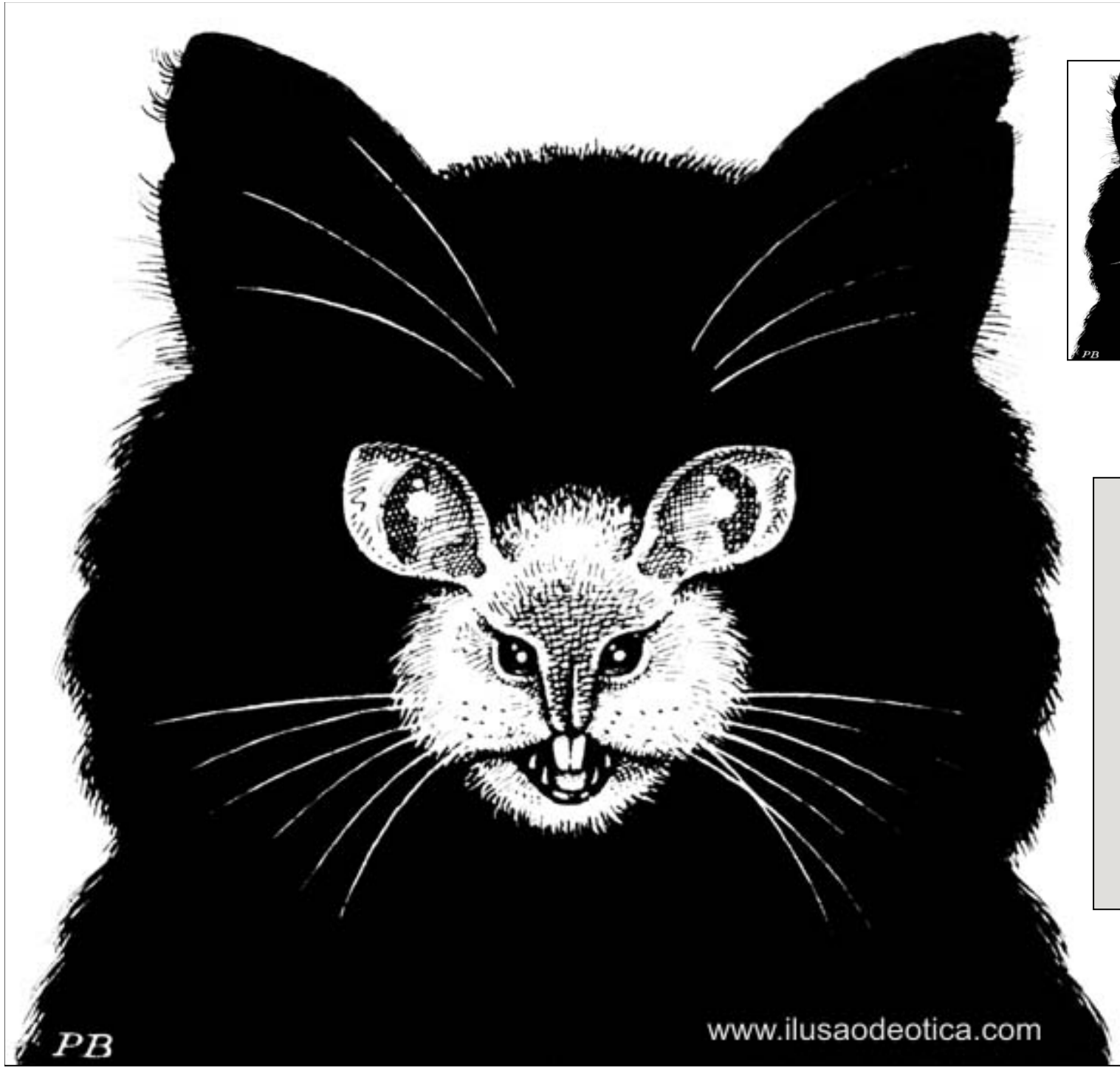
Portada de junio de
1952 de la revista
*Famous Fantastic
Mysteries*

Lawrence Sterne
Stevens



**Peter
Brookes**

**De cerca se
ve el ratón y
de lejos, ...**



**Peter
Brookes**

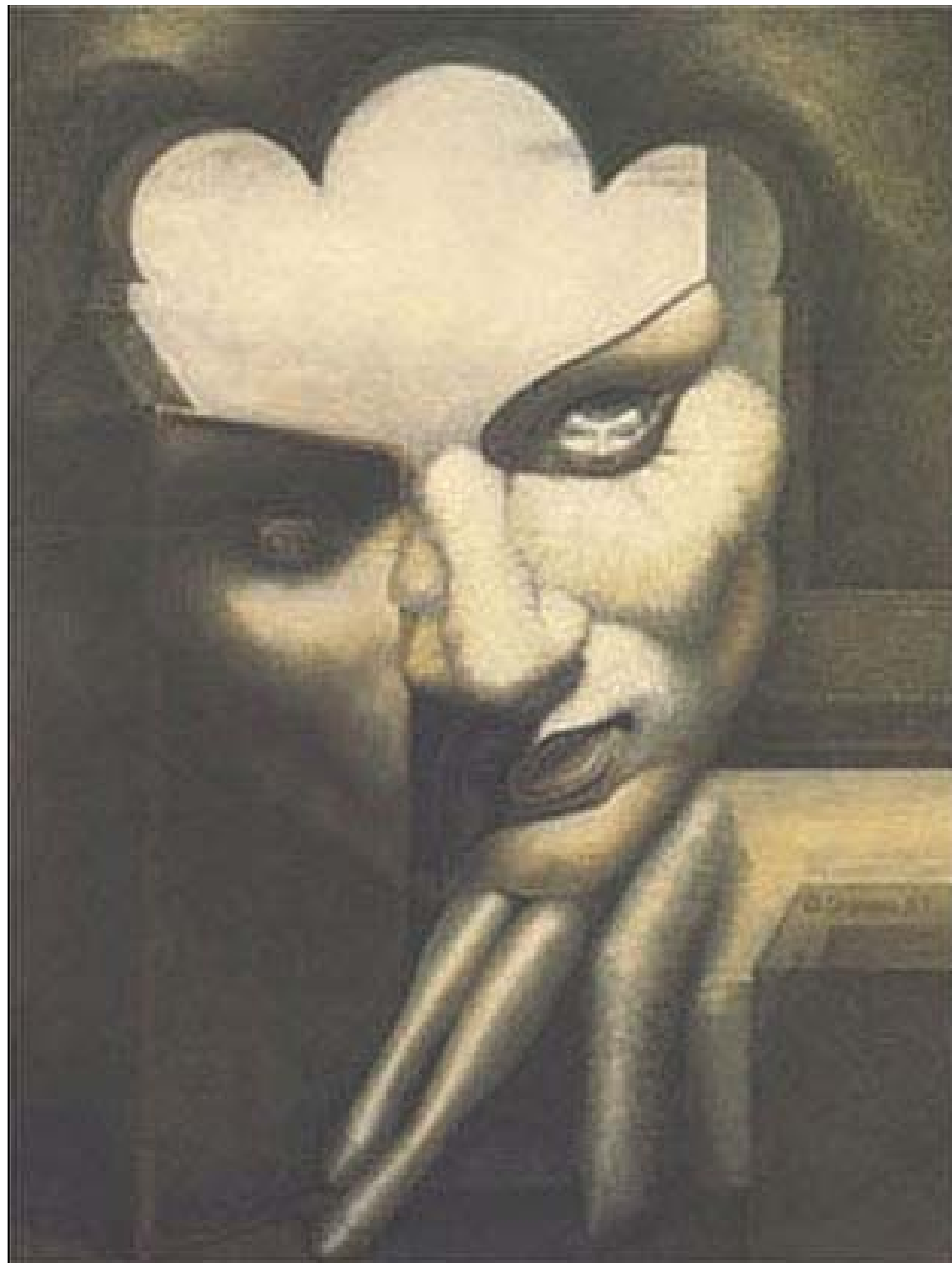
De cerca se
ve el ratón y
de lejos, ...

el gato



Octavio Ocampo (1943-)

La evolución del hombre



Marlena

Octavio Ocampo (1943-)



Salvador Dalí (1904-1989)



***Rostro
paranoico: la
tarjeta postal
transformada
en Picasso***



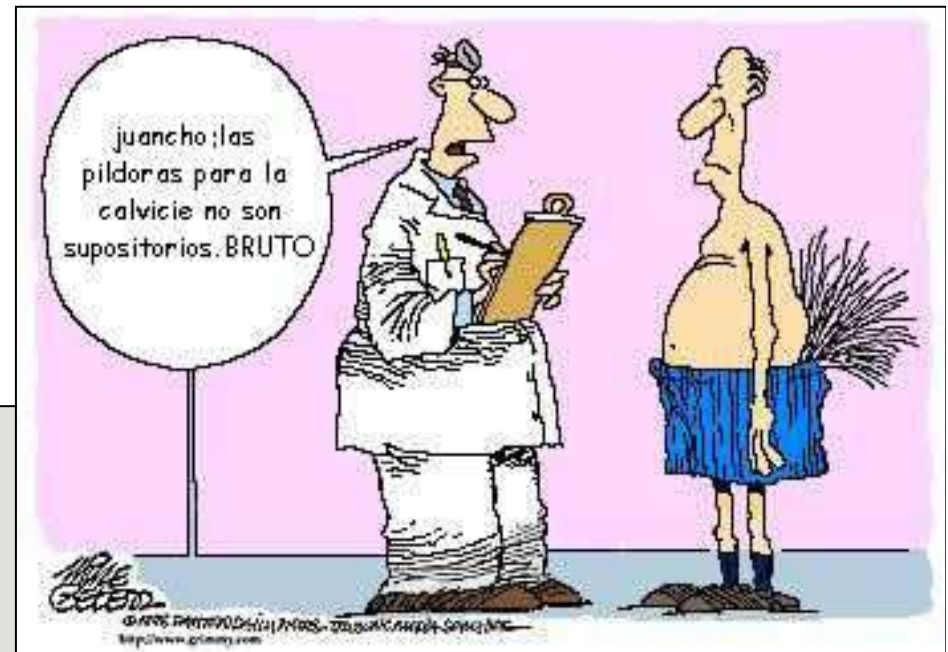
Paradojas tipo Sorites (vaguedad)

“Sorites” es la palabra griega para “montón” o “pila”.

Se da este nombre a una clase argumentos paradójicos – atribuidos al lógico Eubulides de Mileto–, que se derivan de los límites indeterminados de aplicación de los predicados envueltos...



El **hombre calvo**: ¿describirlas a un hombre con un pelo en la cabeza como calvo?



Algunas respuestas a esta paradoja son:

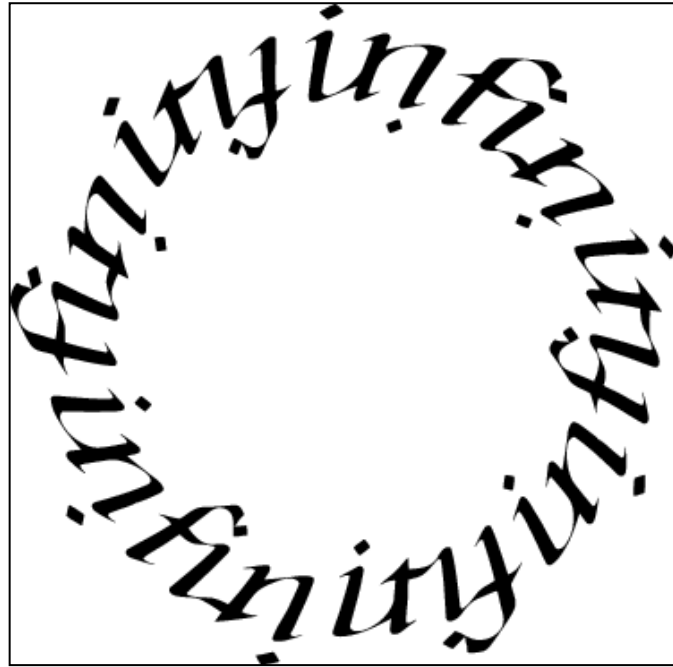
- el acercamiento a un ***lenguaje ideal***, cuyo atributo clave es su precisión: la vaguedad del lenguaje natural es un defecto a eliminar (Frege y Russell);
- lógicas multivaluadas (no clásicas), como la ***lógica difusa*** de Goguen y Zadeh (1969) que sustituye a la usual (dos-valuada), que reconocen para un objeto “los grados” de verdad;
- aceptar la paradoja: ...

Algunas respuestas a esta paradoja son:

- el acercamiento a un *lenguaje ideal*, cuyo atributo clave es su precisión: la vaguedad del lenguaje natural es un defecto a eliminar (Frege y Russell);
- lógicas multivaluadas (no clásicas), como la *lógica difusa* de Goguen y Zadeh (1969) que sustituye a la usual (dos-valuada), que reconocen para un objeto “los grados” de verdad;
- aceptar la paradoja: ...

¡ la calvicie no existe !

Ambigramas



**Scott
Kim
(1955-)**

<http://www.scottkim.com>



Scott Kim: *Melody-Rhythm*



Scott Kim: *Input-Output*



Una paradoja semántica

Has dejado de fumar

VERDADERO

FALSO

Has dejado de fumar...

Si tú nunca has fumado, la sentencia es **no cierta**, pero decir que es **falsa** sugiere que sigues fumando...

Una solución a esta paradoja es la llamada ***jerarquía de Tarski***: el concepto ordinario de *verdad* es incoherente y debe ser rechazado y reemplazado por una serie de “conceptos de verdad”, jerárquicamente ordenados, y cada uno expresado en un lenguaje diferente de cada lenguaje natural (es decir, de cada lenguaje que evoluciona de manera natural).

Mucha gente ha pedido una solución menos radical, una respuesta que preserve más de nuestro pensamiento y lenguaje ordinario. Una de estas respuestas, se basa en la anterior noción, pero afirma que esta jerarquía está de hecho implícita en nuestro actual uso de “verdad”, y ***los defectos son una mera apariencia***.

Ilusión fotográfica

¿Hacia dónde mira el caballo?

Jerry Downs





Hay 4 posibilidades...

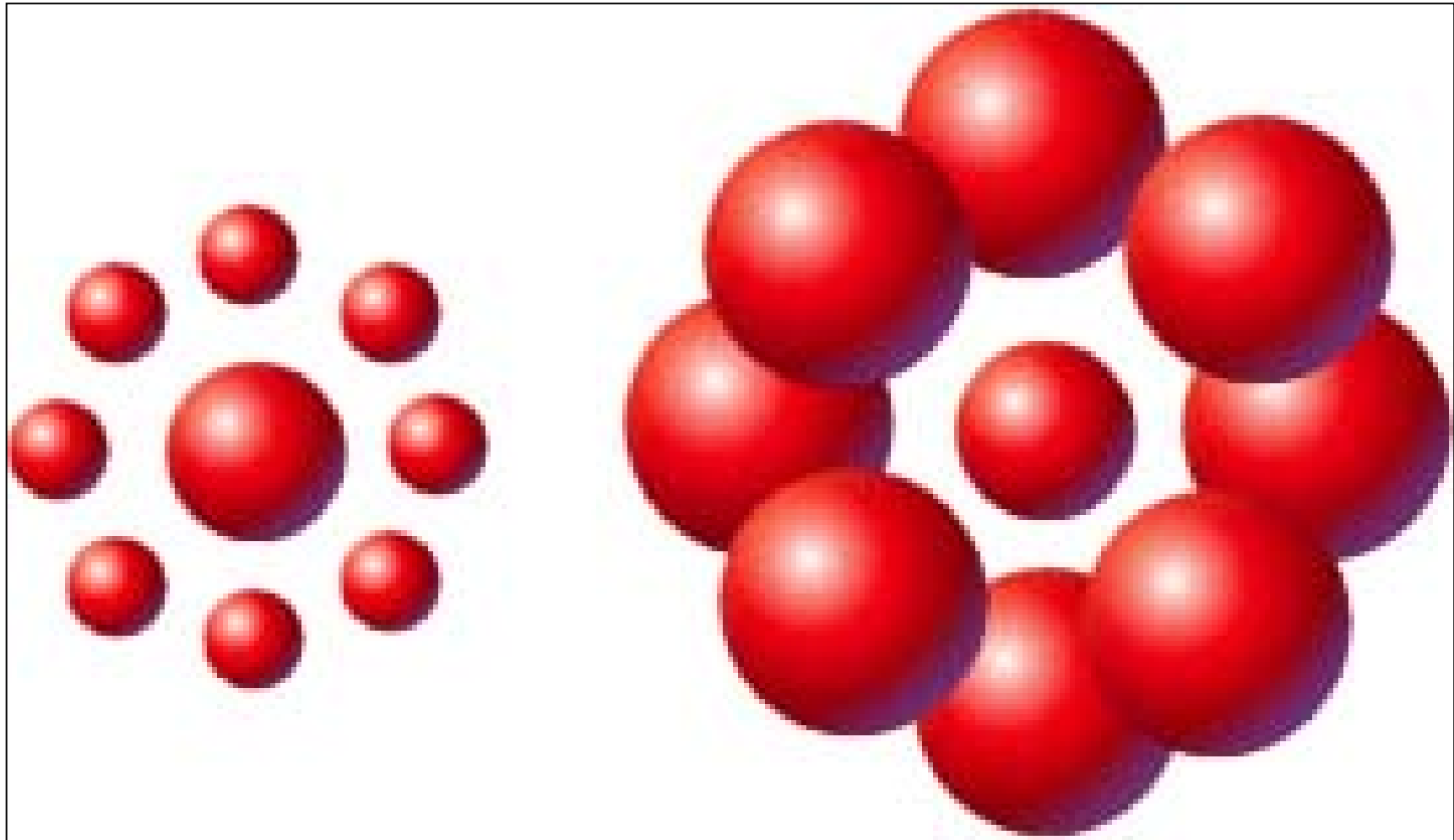


Ilusiones ópticas



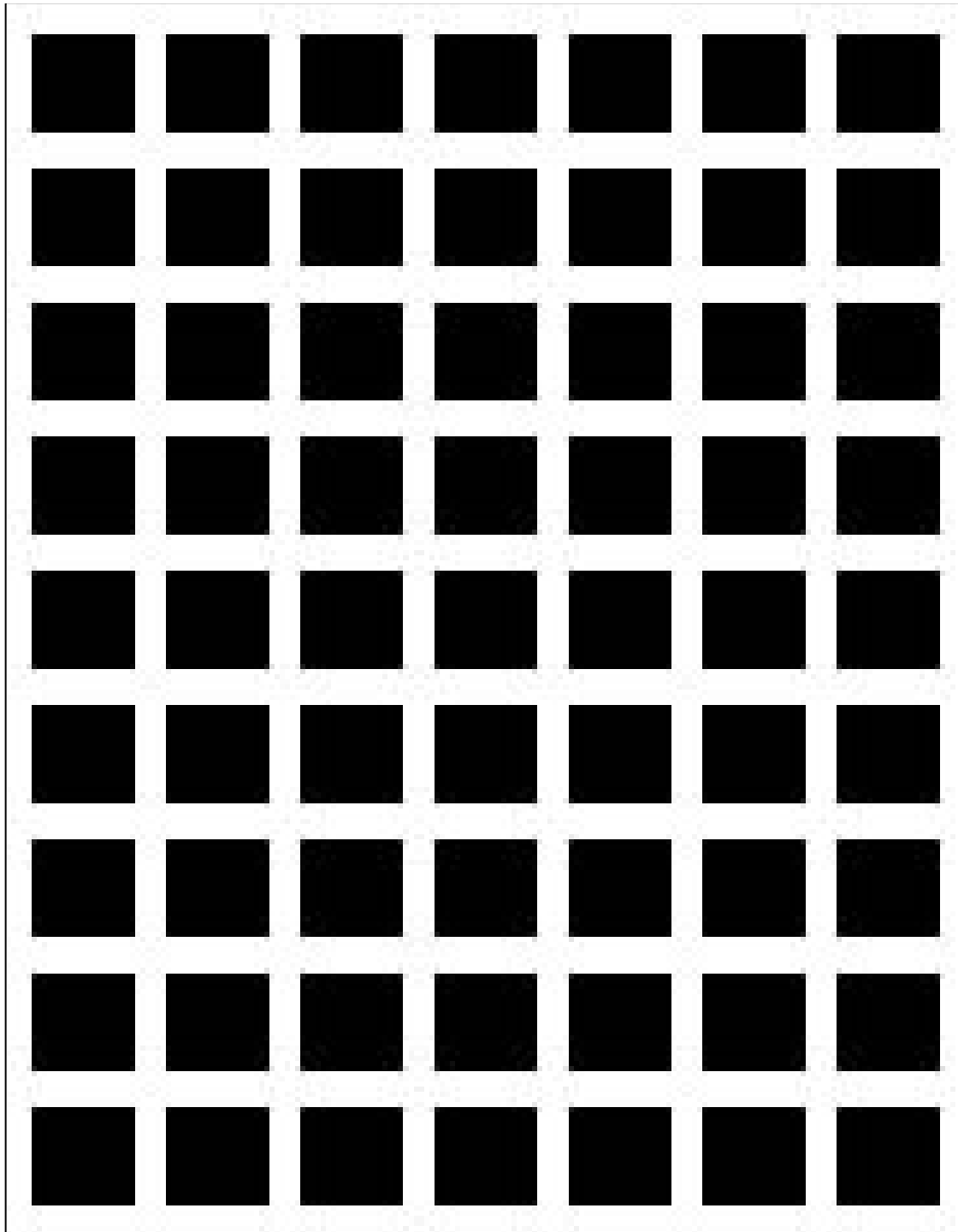
Ilusiones ópticas



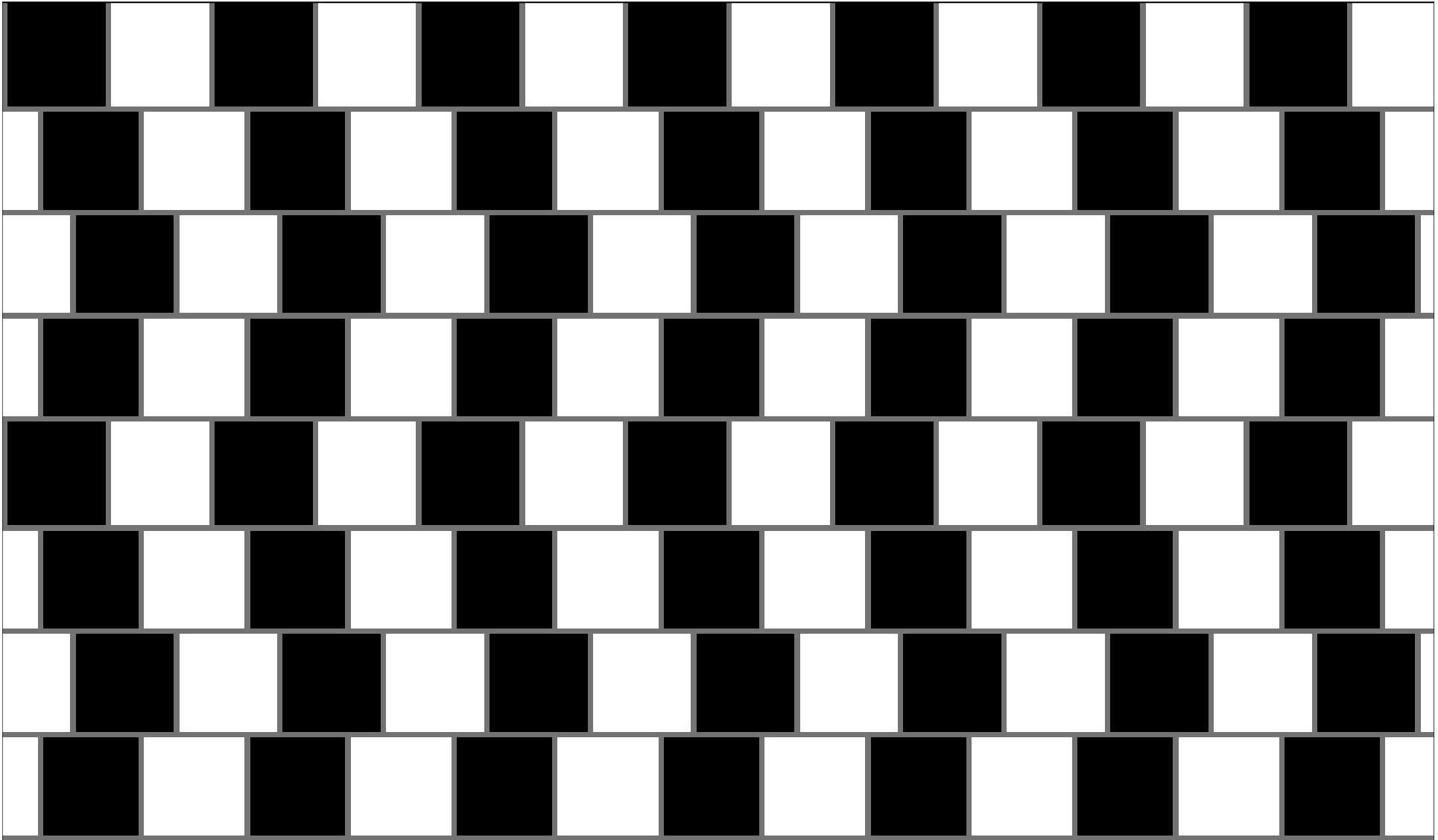


Titchener y Delboeuf

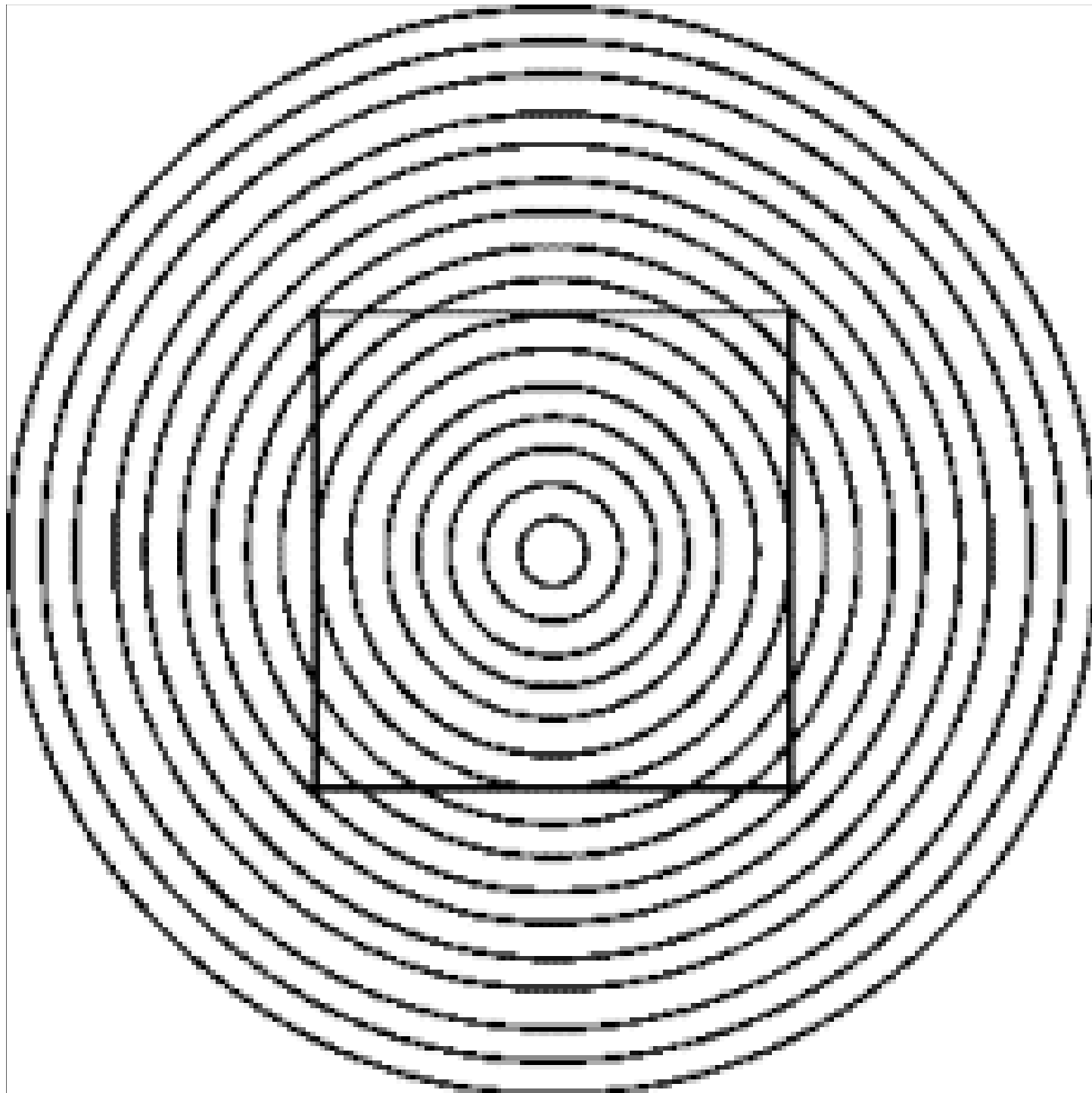
¿Cuál de los dos círculos centrales es de mayor tamaño?



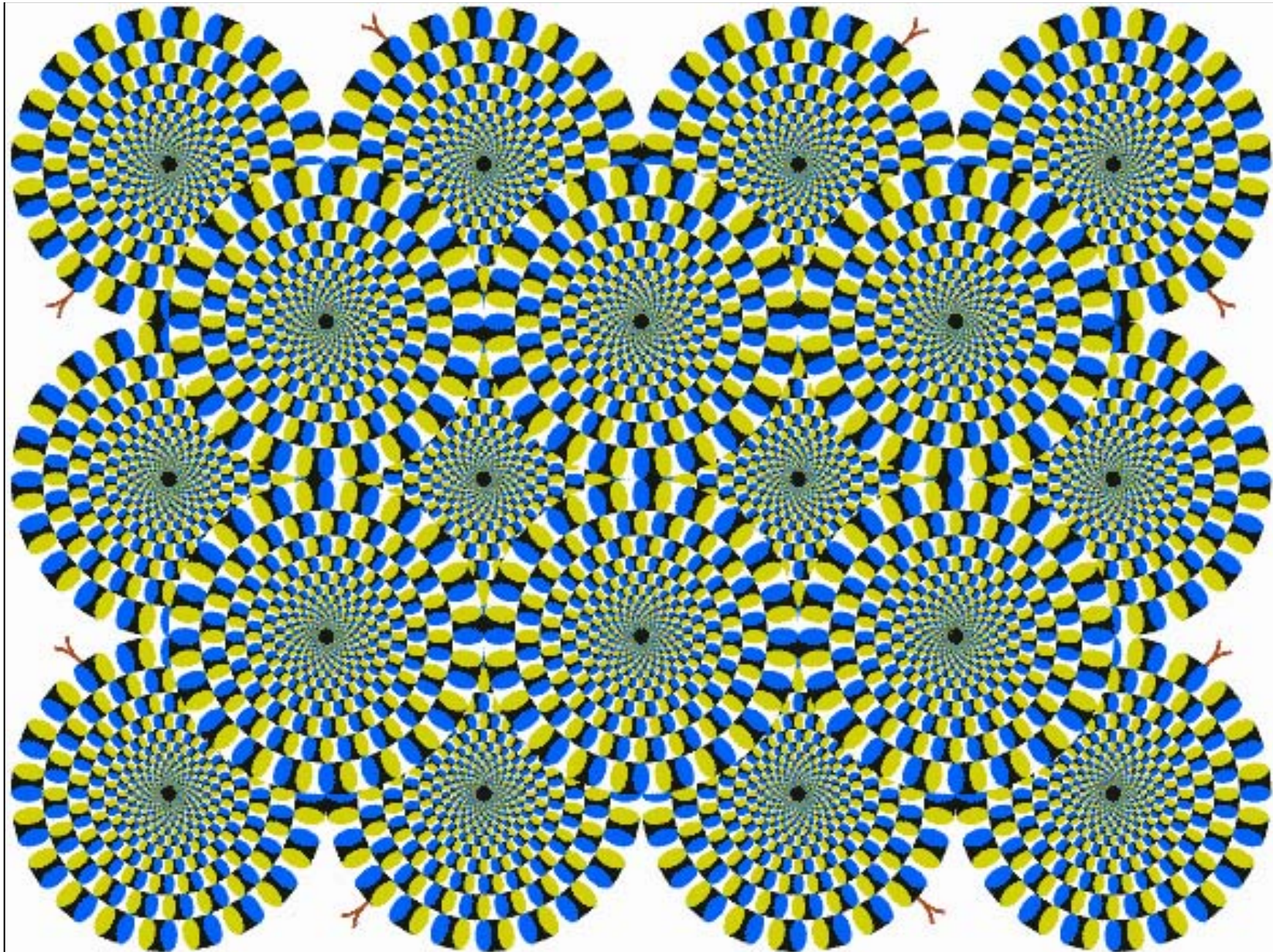
**Ilusión del enrejado
por contraste de
colores**



¿Son paralelas las líneas?



**¿Qué es
la figura
central?**



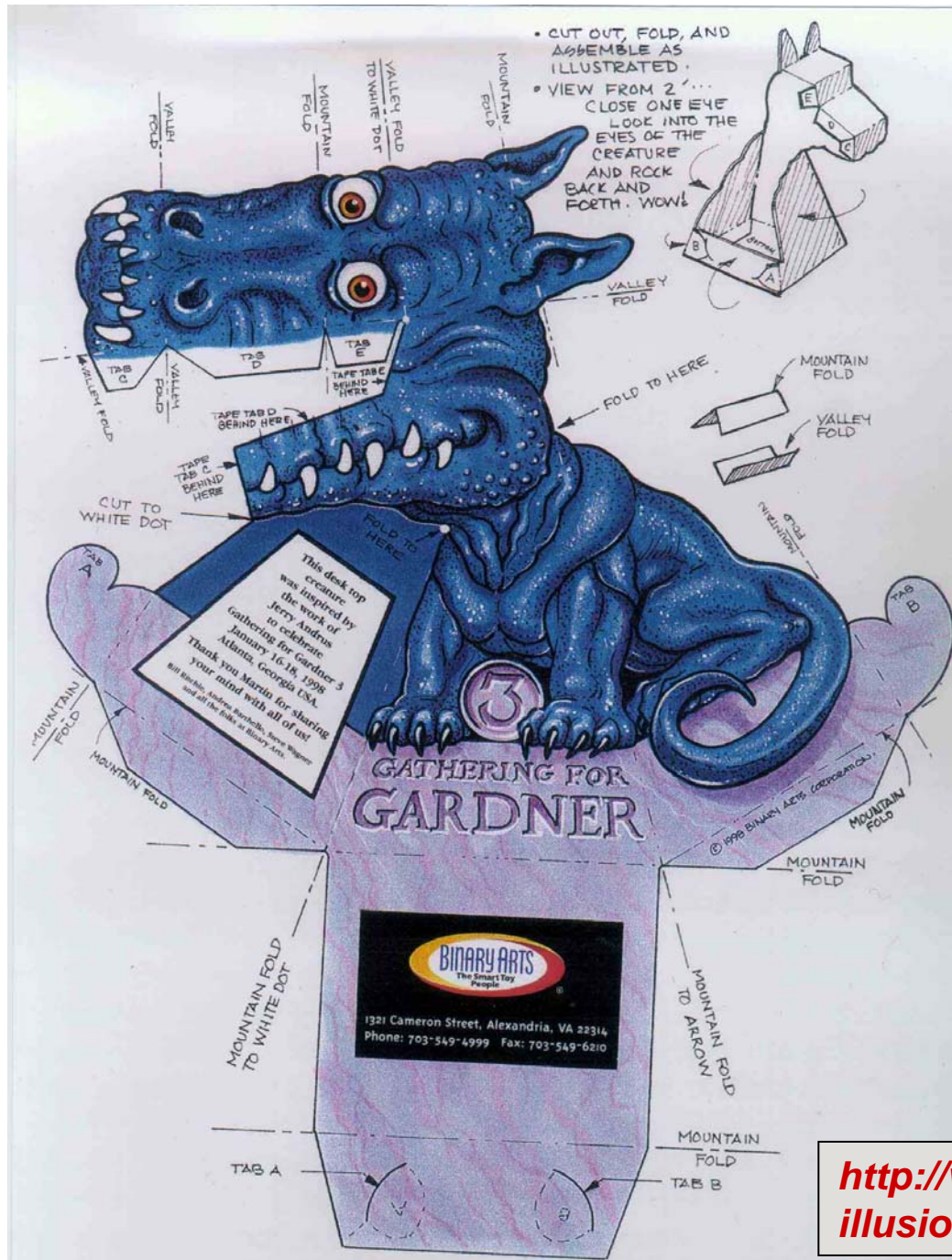
Serpientes rotando

<http://www.ritsumeai.ac.jp/~akitaoka/index-e.html>

Akiyoshi Kitaoka

Ilusión óptica en 3D





Si te mueves alrededor de este dragón de papel, parece que te sigue a lo largo de la habitación.

¿Qué sucede? Cuando te mueves alrededor de un objeto sólido, tu cerebro sabe como se comporta. Pero este dragón nos da “falsas pistas”... interpretamos que la nariz del dragón apunta hacia nosotros, cuando de hecho su cara es cóncava...

http://www.grand-illusions.com/opticalillusions/dragon_illusion/

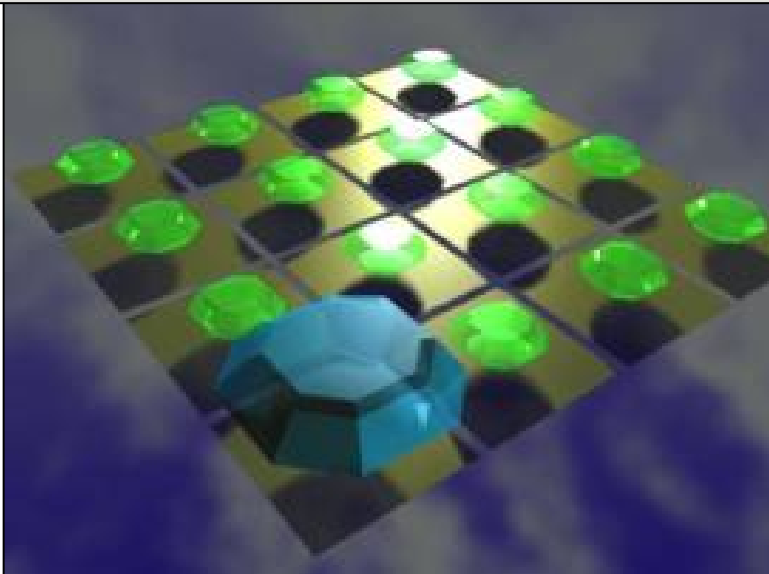


© www.grand-illusions.com

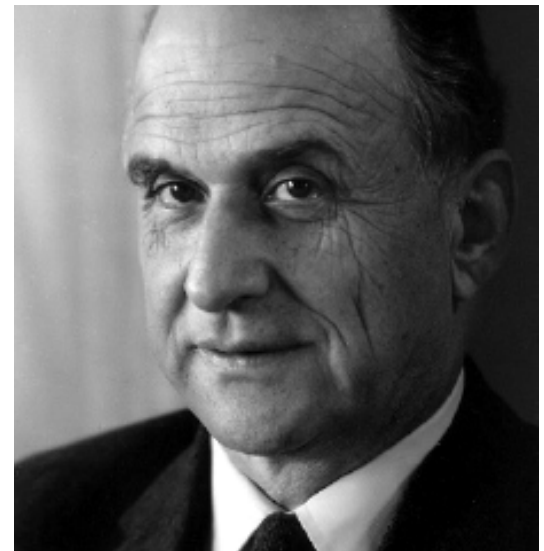
La paradoja de Goodman (confirmación)

Se define un objeto como *verul*, si observado antes del tiempo t es *verde*, y *azul* después de t .

Si $t = 23$ de diciembre de 2012 (¿FIN DEL MUNDO?), Goodman afirma que decir que las esmeraldas son *verdes* o *verules* es igual de consistente... en ambas afirmaciones hay tiempo por medio y ambas se confirman empíricamente...



Nelson Goodman
(1906-1998)



Figuras reversibles



Sergio Buratto
¿sapo o caballo?





Hombre saliendo
del agua...

Peter Newell (1862-1924)

:

“Topsys and turvys”



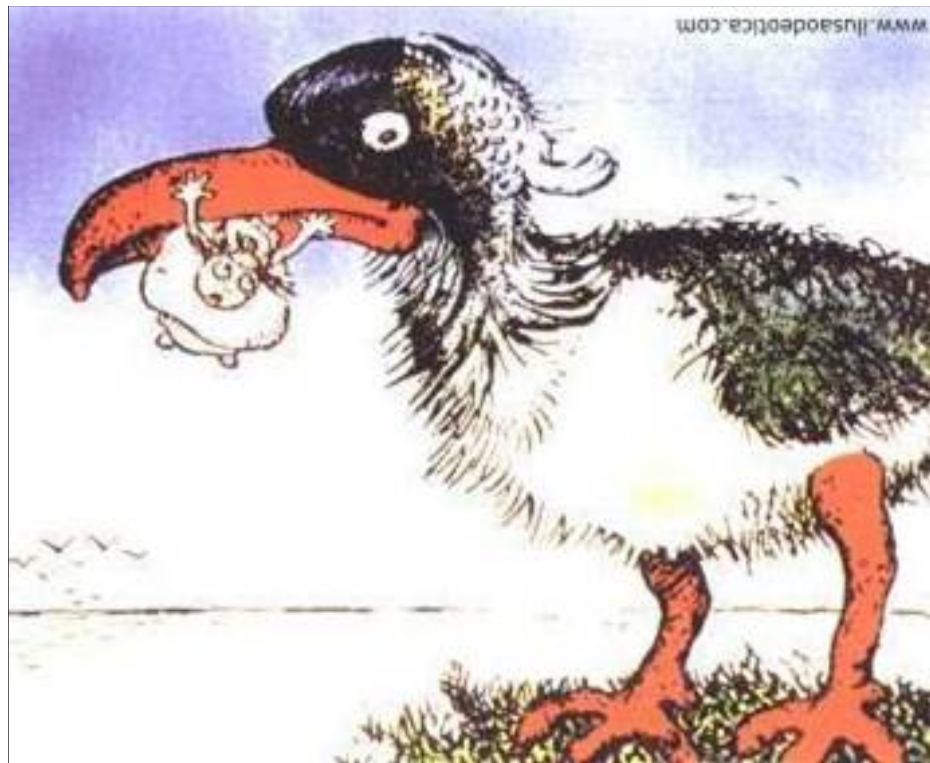
... o ahogándose.



**Rex
Whistler
(1905-1944)**
*¿Sherlock Holmes o
Robin Hood?*



<http://wwar.com/masters/w/whistler-rex.html>



Gustave Verbeek (1867-1937)
“A fish story”

El mayor de los pájaros la
coge por su vestido...



... Justo cuando llega cerca de la isla, otro pez le ataca, golpeándole furiosamente con su cola...

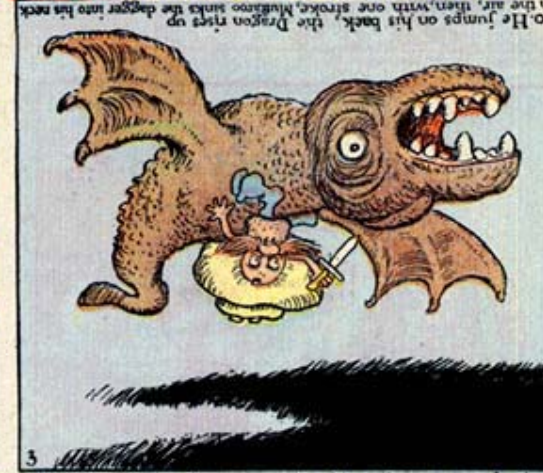
THE UPSIDE-DOWNS OF LITTLE LADY LOVEKINS AND OLD MAN MUFFAROO THE THRILLING ADVENTURE OF THE DRAGON



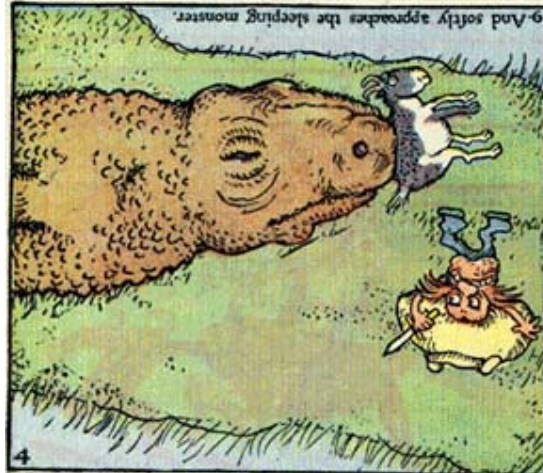
Lovekins and Muffaroo are startled by a loud roar and a sound of whirring wings.



It is a terrible Dragon that comes swooping down on them. Muffaroo escapes, but little Lady Lovekins gets caught.



She tries to stab the monster, but his scales are very hard, as he just flies along without feeling the knife at all. For two days and two nights they travel thus, until at last the Dragon begins to feel hungry!



So he kills some goats that are grazing in a field, and eats them, watching Lovekins all the while. But he eats too much and with one goat still in his mouth he falls asleep.



Then Lovekins steals quietly away and hides herself in some woods. Suddenly she hears something tramping over the leaves toward her.



It turns out to be Old Man Muffaroo who has been following along the ground in the direction taken by the Dragon. Lovekins is glad to see him, but she is still afraid.

Gustave Verbeck *Little lady Lovekins and Old man Muffaroo:* the Thrilling Adventure of the Dragon

<http://www.lambiek.net/verbeck.htm>



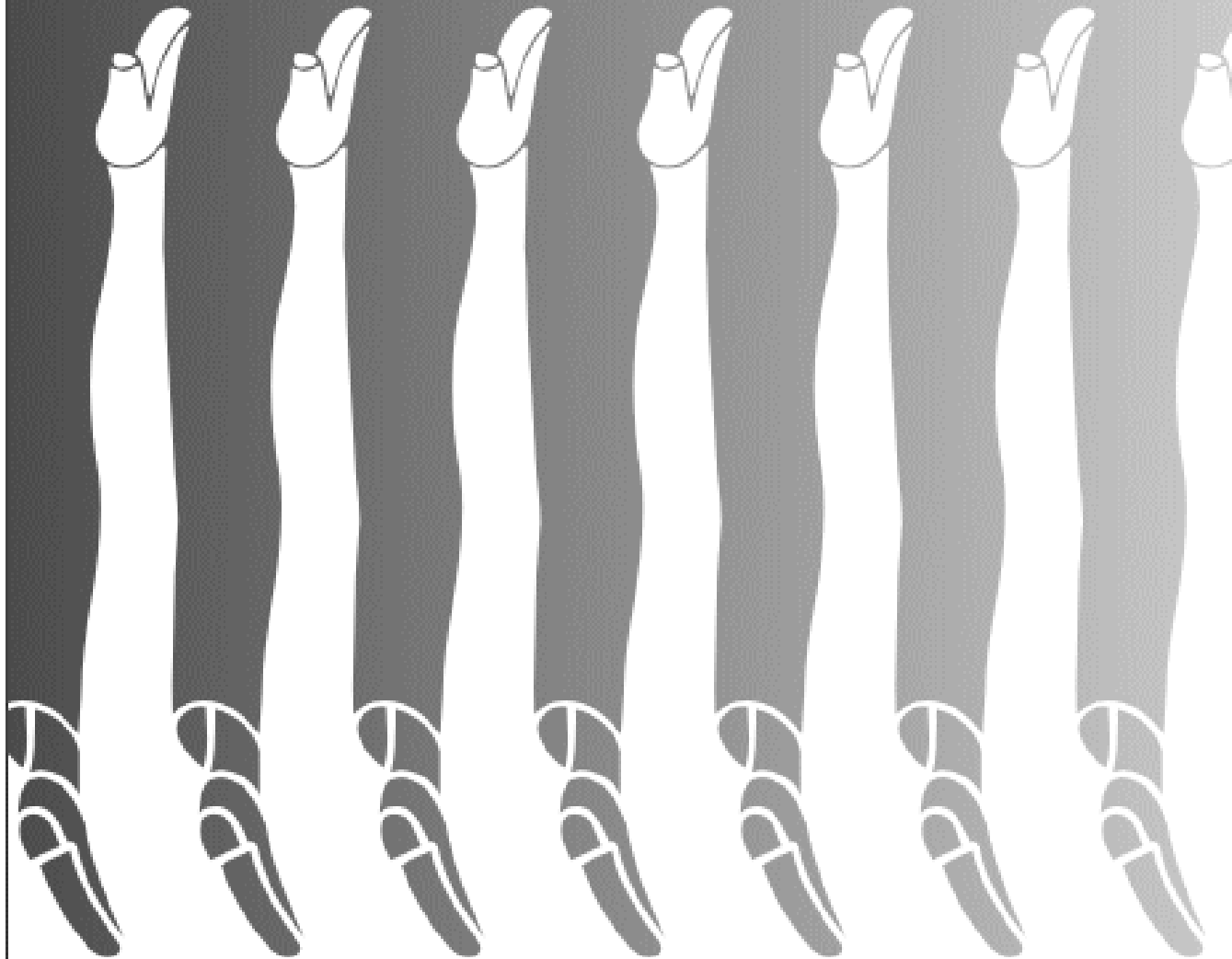
Encore, escultura
en madera



**Shigeo
Fukuda
(1932-
2009)**

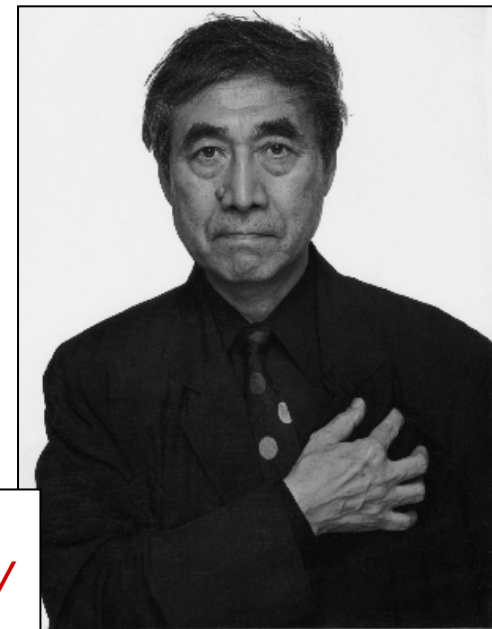
Video

www.ilusaodeotica.com



***Piernas de
dos géneros
diferentes***

**Shigeo
Fukuda**



http://psylux.psych.tu-dresden.de/i1/kaw/diverses%20Material/www.illusionworks.com/html/art_of_shigeo_fukuda.html



