**ANALISIS MATEMATICO II - SEGUNDO DE FISICAS**

**PRIMER EXAMEN PARCIAL, 29 de Enero de 1998**

**NOMBRE** ..............................................................................................................

**1.-** Sea

$$f(x,y) = \begin{cases} y^2 + x^2 \operatorname{sen}(1/x) & \text{si } x \neq 0, \\ y & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

Estudiar la continuidad y la diferenciabilidad de $f$ en $\mathbb{R}^2$.

**2.-** Se considera la función $F(x,t) = \displaystyle\int_0^x \operatorname{sen}(t-z)\, f(z)\, dz$, con $f$ continua, y llamamos $h(t) = F(t,t)$. Comprobar que se verifica

$$\begin{aligned} h''(t) + h(t) &= f(t) \\ h(0) = h'(0) &= 0. \end{aligned}$$

**3.-** Estudiar si la ecuación

$$x^2 + xy + y^2 + z^2 + z = 5$$

define a $z$ como función implícita de $x$ e $y$ en un entorno del punto $(1,1,1)$. En caso afirmativo, calcular $\dfrac{\partial z}{\partial x}(1,1)$ y $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(1,1)$.

**4.-** Calcular la distancia al origen de la recta

$$\begin{cases} 2x + 2y + z + 9 = 0 \\ 2x - y - 2z - 18 = 0. \end{cases}$$

Justificar la respuesta.

**5.-** Definir el concepto de diferenciabilidad de una función en un punto. Demostrar que, si una función es diferenciable en un punto, existen todas sus derivadas direccionales en dicho punto.