Ahoz eta euskeraz irakurtzekotan, nola irakurri behar dira algebrazko formulak? (I)

Elhuyar, 6 zk., 1976

Hau da, besteak beste, ELHUYAR taldeak arestian egindako galdera. Izan ere, kalkulu idatzia ahoz irakurtzea beharrezkoa izan ohi da maiz, batez bat irakaskintza sailean, ikasleei formulak diktatu eta erakusteko. Begien aurrean daukazuen lehenengo artikulu honetan, irakurtzeko eragozpenaren arrazoia ikusten saiatuko gara. Algebrazko kalkulua ongi normalizaturik ez dagoela frogatuko dugu, kalkulu normalizatu baten modelo bat emanaz, ez ordea orain mundu guztian erabiltzen den kalkulua alda dezagun, astakeria izanen zatekeena, baizik exenplo bat izateko, bigarren artikuluan lagunduko diguena.

Nahiz eta matematikazko kalkulua hizkuntza orokor bat izan, bera ahoz irakurtzen hasi denean, hizkuntza arrunt bakoitzak, bai eta hizkuntza bakoitzaren barnean irakurle bakoitzak ere, bere gisa irakurri ohi du formula jakin bat.

Adibidez, baldin

$$\frac{m + \frac{n}{p}}{m + n}$$

formula, erderaz irakurtzen saiatzen bazarete, berehala ikusiko duzue, bakoitzak irakurtze desberdina egiten duela, bai eta —are txarragoa dena— irakurtzea ezosoa eta dudazkoa dela ere, gehienetan.

Formulen euskerazko irakurtzea, euskal joskera hautsi gabe egin behar dela uste dute batzuek. Baina kalkuluak bere joskera propioa duenez gero, astakeria dirudi hizkuntza bakoitzaren joskera bereziari haren irakurtzea lotu nahi izatea. Bestalde, hizkuntza formalizatu bat hizkuntza arruntera berriz ere bihurtu nahi izatea kontra-esanahi bat iduritzen zait. Ongi dago formula bat markaz marka ahoz irakurtzea, ez ordea bera hizkuntza arruntaz erakutsi nahi izatea. Hizkuntza arrunta, hizkuntza formalizatu baten meta-hizkuntza izanen da, ote?

Nere ustez kalkuluaren irakurtzea erregela jakin batzuen bidez egin behar da. Lan hau ez da sekula egin erderazko irakaskintzaz. Zergatik ez egin, ordea, euskerazko irakaskintzaz? Azkenekoak izateak zenbait abantaila izan behar du, noski, eta orain gu eskola antolatzen hasi garelako, besteek baino hobeki egin dezakegu euskaldunok.

Kalkulu izkiriatuaren anarkia

Algebrazko kalkulua hizkuntza orokor bat dela esatea ez da guztiz bidegaldua izaten. Hizkuntza honen idazbidea oso gaizki antolaturik dela, esan behar da ere, ordea.

Jakina denez, hizkuntzalariek «linearidad» deitzen dutena garrantzi handiko propietate bat da, hizkuntza guztietan.

«Toute langue —dio André Martinet jaunak— se manifeste sous la forme linéaire d'ennoncés qui représentent ce qu'on appelle souvent la chaîne parlée».

Kalkuluak ere badu bere «linearidad» delakoa, baina lerrotasun hau ez da guztiz ikusgarria. Formula baten lerrotasuna ez da begiratu bakar batean ikusten, erregela konbenzional batzuei jarraituz baizik. Hau ez da normalizazio on bati dagokiona.

Adibidez

$$C^{p}_{\frac{n}{m}} \quad ; \quad \frac{p}{\frac{n}{m}}$$

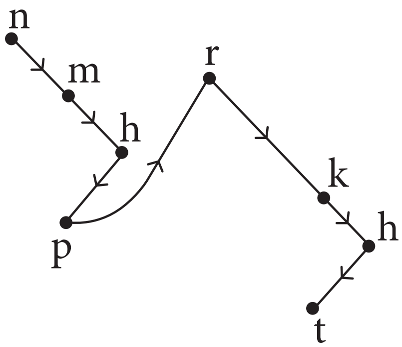
formuletan lerrotasuna ez da berdina. Lehenengoaz ($\rightarrow n \rightarrow m \rightarrow p$ da, haseran goitik behera eta gero behetik gora.

Bigarrenaz, berriz, $p \rightarrow n \rightarrow m$ dugu lerrotasuna, dena goitik behera.

Honoko formula honetan

$$\left(\frac{\sqrt[n]{m_h}}{p}\right)^{r} - \frac{K_h}{t}$$

lerrotasun delakoak bide honi jarraitzen dio



Honek ez du batere argirik izaten eta hortik dator, hain zuzen ere, ahoz irakurtzeko arazoaren eragozpena.

Halere, nahaskatze hau ez zaigu estraina izan behar. Erraz erakusten ahal da beraren kausa.

Aritmetikazko kalkulu idatzirik haseratik ez zegoen. Kalkuluak eta arrazoinketak hizkuntza arruntaren bidez egiten ziren, gaur egun zientzia gehienek egiten duten bezalaxe. Teorema bat frogatzeko edo problema bat planteatzeko hamaika inguru egin behar ziren, kalkulu idatzia eta formulak ez zeudelako. Kalkulua bazegoela esan daiteke, ez kalkulu idatzi bat ordea.

Diofanto matematikalari grekotarra izan omen zen algebrazko kalkulua erabiltzen saiatu zen lehenengoa, Kristau Aroaren 500 urte inguruan. Baina hastapen bat besterik ez zen, guztiz hasiko-masiko eta eskasa, izan ere.

Haren ondoan aurrerapen txiki batzuk egin ziren, baina algebrazko kalkulu idatziaren egiazko asmatzailea François Vieta izan zen, jakin denez, XVI. mendearen azkenekoetan bizi zena.

Vieta famatuaren notazioak pixka bat erakusteko hona hemen exenplo batzuk.

Gaur eguneko kalkuluaz:	x^2	x^3	x^6	xy	x=y
Vieta-n kalkuluaz:	xq	xc	xcc	x in y	x xg y

Guk erabiltzen dugun «a > b» formularen lekuan, «a – b» formula erabiltzen zuen Vietak, eta honen notazioan «a = b» idazten zuenak «a < b» esan nahi zuen.

Beraz

$$2 z^2 < x^3 + x^2 y^2 + y^3 < 3 z^2$$

formula, Vietak honela idazten omen zuen:

$$2 \text{ in } zq = xc + xq \text{ in } yq + yc = 3 \text{ in } zq$$

Mendean zehar Vietaren notazioak aldatuak izan ziren eta, batzutan, osatuak. Leibnitz, Descartes, Widmann, Recorde jakintsuek, beste askoren artean, marka berriak sartu zituzten, bakoitzak bere erara, eta batere batasunik gabe. Nahasmendu izugarri bat egin zen eta hala heldu zen eguneko izkiriatzera.

Ez da beraz estraina izaten, orain erabiltzen dugun kalkulu idatzia normalizaturik gabe egotea.

Normalizazio falta honetatik dator, berriz ere esango dugu, algebrazko formulak ahoz irakurtzeko zailtasuna, ez bakarrik euskeraz, jakina, hizkuntza guzietan baizik.

Gure problema argitu nahi badugu, honetaz konturatu behar dugu, gaur egun erabiltzen den izkiriarena ezin alda badaiteke ere.

Saiozko kalkulu normalizatuaren exenplo bat

Nola izango litzateke kalkulu ongi normalizatu bat?

Oraingoz, eta luzaro, kalkulu ez normalizatu batekin jokatu beharko denez gero, kalkuluaren formulak nola irakurriko ditugu euskeraz?

Lehenengo galderari berehala erantzungo diogu, eta bigarrena, urrengo artikulurako utziko dugu.

Eman dezagun, beraz, kalkulu normalizatuaren exenplo bat, saiozko edo laborategizko modelo bat.

Segidan ikusiko denez, kalkulu honek abantaila batzuk ditu.

1. Kalkulu honetan ez da behar izaten, kalkulu arruntan gertatzen den bezala, marka handiak, txikiak eta tamaino guztietakoak erabiltzea. Erabiltze hau truku bat dela esan behar dugu, guztiz elkargaitza egiazko formalizazio batekin. Adibidez:

$$\sqrt{A + \sqrt{B + \sqrt{C}}} \qquad a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d}}}$$

formuletan ikusten denez, marken tamainoak aldatzen dira, eragiketen arteko ordena jakin arazteko.

Zatiketaren markari «zati» izena ezartzen badiogu, «zati handia» «zati txikiagoa» eta «zati txikiena» esan beharko genuke eskuiko formula «deskribitzeko». Eta gauza antzekoa ezkerrekoan. Guzti hau nahaskeria da, besterik ez.

2. Kalkulu honetan ez da behar izaten makoak erabiltzea. Izan ere, makoak eragozpen bat izan ohi dira formulak ahoz irakurtzean.

3. Hizkuntza izkirituaren lerrotasuna guztiz garbi agertzen da kalkulu normalizatuan. Hemen ez da gertatzen lehen ikusi duguna, kalkulu arruntaren lerrotasuna guztiz ikusgaitza izatea, alegia.

4. Kalkulu normalizatuan ahozko irakurtzea markaz marka egingo litzateke, marka bakoitzari dagokion izena emanaz. Honetaz ere ez da ez zalantzarik ez nahasmendurik izaten.

Hona hemen kalkulu normalizatu delako honen erregelak:

A) Kalkuluaren *elementuak* letrak eta zenbakiak dira. (Guk, artikulu honetan letrak bakarrik erabiliko ditugu garbiago egiteko).

B) Elementuez beste, marka batzuk erabiltzen dira, konektagailuak deitzen ditugunak. Honako hauk dira, bakoitza bere ahozko izenarekin:

~	«*minus*» deitzen duguna, signo aldaketaren eragiketarako
+	«*gehi*» deitzen duguna, batuketa eragiketarako
—	«*ken*» deitzen duguna, kenketa eragiketarako
X	«*bider*» deitzen duguna, biderkaketa eragiketarako
:	«*zati*» deitzen duguna, zatiketa eragiketarako
↑	«*ber*» deitzen duguna, berreketa eragiketarako
↓	«*erro*» deitzen duguna, erroketa eragiketarako

C) Elementu bakar bat formula ongi eratua dela esaten dugu. Adibidez: x formula bat da.

D) Baldin $\mathcal{K}$ kalkuluaren formula ongi eratu bat bada. $\sim\mathcal{K}$ ere formula ongi eratua da.

E) Baldin $\mathcal{K}$ eta $\mathcal{G}$ kalkuluaren formula ongi eratuak badira, $+\mathcal{K}\mathcal{G}$; $-\mathcal{K}\mathcal{G}$; X $\mathcal{K}\mathcal{G}$; : $\mathcal{K}\mathcal{G}$; $\uparrow\mathcal{K}\mathcal{G}$; $\downarrow\mathcal{K}\mathcal{G}$; ongi eratutako formulak dira orobat.

Segidan ikusiko dugunez bost asioma horiekin nahikoa dugu algebra elementalaren formula guztiak eraikitzeko.

Biderkaketa eragiketa *monadiko* bat dela konturatu behar dugu, alegia, konektagai bakar batekoa. Adibidez:

~ X

idazten badugu «~» konektagailuak x konektagaiari dagokio, besterik ez. Beste konektagailuak, berriz, *diadikoak* dira, hau da, bi konektagaiei dagokiela kontuan izan behar dugu. Adibidez:

X ~ x y

formula idazten badugu, ~ konektagailua X konektagaiari dagokio bakarrik: X konektagailuak «~ X» eta «Y» formulei dagokie, ordez. Ohar hau oso kontuan euki behar da Kalkulu honen formula ulertzeko.

Esan dugun guztiagatik *sustituzio erregela* deitzen duguna ateratzen da: *Baldin formula ongi eratu batean letra jakin baten lekuan formula ongi eratu bat sartzen bada, formula ongi eratu bat osatzen da.*

Adibidez: «+ yz» eta «X uv» formula ongi eratuak direlako, baldin lehenengo formula y letraren lekuan «X uv» formula sartzen badugu, + XuvZ ere formula ongi eratu bat dela esaten digu sustituzio erregelak.

Irakurleari kalkulu honen esannahia argi eta garbi erakusteko exenplo batzuk ematea da biderik onena.

Honoko taula honetan ematen da: lehengo zutalerroan, kalkulu normalizatuaren formula batzuk; bigarren zutalerroan formula horien esannahia, bana-banaka; eta hirugarren zutalerroan formula bakoitzaren ahozko irakurtzea.

Kalkulu arruntaren formulak	*Kalkulu normalizatuaren formulak*	*Ahozko irakurtzea*
$-x$	$\sim x$	«minus x»
$x+y$	$+ x y$	«gehi x y»
$x-y$	$- x y$	«ken x y»
x^y	$\uparrow x y$	«ber x y»
$\sqrt[y]{x}$	$\downarrow x y$	«erro x y»
$\frac{x+y}{z}$	$: + x y z$	«zati gehi x y z»
$x + \frac{y}{z}$	$+ x : y z$	«gehi x zati y z»
$\frac{x}{\frac{y}{z}}$	$: x : y z$	«zati x zati y z»
$\frac{x}{y^z}$	$: x \uparrow y z$	«zati x ber y z»
$\frac{\frac{x}{y}}{z}$	$: : x y z$	«zati zati x y z»
x^{-y}	$\uparrow x \sim y$	«ber x minus y»
$(-x)^y$	$\uparrow \sim x y$	«ber minus x y»
$-x^y$	$\sim \uparrow x y$	«minus ber x y»
$\frac{x+y}{t+u}$	$: + x y + t u$	«zati gehi x y gehi t u»

$x + \frac{y}{t + u}$	+ x : y + t u	«gehi x zati y gehi t u»
$\frac{x+y}{t} + u$	+ : + x y t u	«gehi zati gehi x y t u»
$x + \frac{y}{t} + u$	+ + x : y t u	«gehi gehi x zati y t u»
$(x^y)^z$	↑ ↑ x y z	«ber ber x y z»
$x^{(y^z)}$	↑ x ↑ y z	«ber x ber y z»

Bukaera

Orain arte esandakotik ondore bat ateratzen dugu, kalkuluaren idazkuntza ongi eraturik dagoenean, erreza dela hura irakurtzea, alegia.

Konsiderazio honekin bukatzen dugu artikulu hau. Urrengoan proposatutako galderari gure erantzuna ematen saiatuko gara.