

MATEMATIKA GEHIPENA – BIGARREN AZTERKETA PARTZIAL  
2008ko MAIATZAK 16

• 1. ARIKETA

A) A1) Enuntzia ezazu Laurent-en Teorema.

A2) Garatu honako funtzio hauek  $(z-1)$  berredurretan, garapenak  $z = 1/2$  puntuan baliozkoak direlarik:

$$f(z) = e^{\frac{1}{z^2-2z+1}} \quad \text{eta} \quad g(z) = \frac{z-1}{2z-z^2} = \frac{z-1}{1-(z-1)^2}.$$

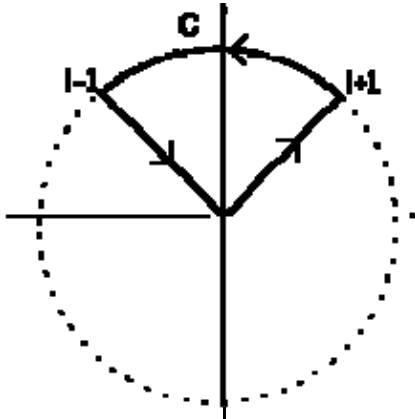
Zehatz ezazu garapen bakoitzaren konbergentzi eremua.

A3) Aurreko atala erabiliz, kalkula itzazu ondoko integral hauek:

$$I_1 = \int_{|z-1|=1/2} z \cdot f(z) dz \qquad I_2 = \int_{|z-1|=1/2} f(z) \cdot g(z) dz$$

(6 puntu)

B) Kalkula ezazu ondoko integral konplexuaren balioa:



$$\oint_C |z|^2 \cdot \bar{z} dz, \text{ non } C \text{ grafikako mugalde itxia den.}$$

(4 puntu)

Tiempo 45m.

• 2 ARIKETA

1. Kalkula ezazu ondoko integral inpropio honen Cauchy Balio Nagusia, kalkuluan egindako pausuk justifikatuz:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{-\frac{1}{2} + \cos^2 x}{x-1} dx$$

Zein da prozesuan lortzen den beste Cauchy Balio Nagusia?

(4 puntu)

2. Kontsideratu honako funtzio hauek:

$$f_1(z) = \frac{1}{1-\text{Log } z} \quad \text{y} \quad f_2(z) = \frac{\sin(\pi z)}{z^8 - 2z^4 + 1}$$

Eskatzen da:

2.1) Aurki eta sailka itzazu  $f_2(z)$  funtzioaren zeroak.

2.2) Aurki eta sailka itzazu  $f(z) = f_1(z) + f_2(z)$  funtzioaren singularatasun isolatu guztiak.

2.3) Zehatz ezazu analitiko eta grafikoki zein eremutan gara daitekeen  $f(z)$  funtzioa  $(z-i-1)$  berreduratan. Esan ze garapen mota lortzen den eremu bakoitzean.

2.4) Arrazoituz, kalkula itzazu ondoko hondar hauek:

2.4.1)  $\text{Res}[f(z), e]$

2.4.2)  $\text{Res}[f(z), 1]$

2.4.3)  $\text{Res}[f(z), -2]$

(6 puntu)  
Tiempo 45m.