

MATEMATIKA GEHIPENA – LEHEN AZTERKETA PARTZIAL
2008ko URTARRILAK 25

• **3. ARIKETA**

A) Lortu analitiko eta grafikoki ondorengo funtzioaren analitikotasun eremua:

$$f(z) = \text{Log}(\text{Log } z),$$

logaritmoen determinazioak $-3\pi/2 < \theta \leq \pi/2$ izanik.

(2.5 puntu)

B) Ondorioztatu $\text{ArgTh}(z)$ -ren adierazpen logaritmikoa.

(1.5 puntu)

C) Lortu ondorengo funtzioaren puntu singularren adierazpen analitiko eta grafikoa:

$$f(z) = \frac{1}{2 - \text{ArgTh}(1 + z^2)} + \frac{1}{e^z - e^{2+i}},$$

logaritmoaren adarra $\theta \in (\pi, 3\pi]$ kontsideratuz.

(5 puntu)

Denbora : 40 minutu.

• **4. ARIKETA**

A) Aurki itzazu $z \in \mathbb{C}$ guztiak zeintzuetarako $i, z+i$ eta z^2+i zenbakien afixuek triangelu alde batean osatzen duten.

(3.5 puntu)

B) Izan bitez $g(x, y)$ eta $h(x, y)$ funtzio harmoniko eta ez-konstanteak D eremu bakunki konexu batean, ondorengo baldintzak betetzen direlarik:

$$\begin{cases} g_x(x, y) = h_y(x, y) \\ -g_y(x, y) = h_x(x, y). \end{cases}$$

Eskatzen da:

B1) Ondorengo funtzioen artean, justifikatu zein edo zeintzu diren analitikoak D eremuan:

$$f_1(x+iy) = g(x, y) + i h(x, y)$$

$$f_2(x+iy) = h(x, y) + i g(x, y)$$

$$f_3(x+iy) = -h(x, y) + i g(x, y)$$

$$f_4(x+iy) = -g(x, y) + i h(x, y)$$

B2) $g_x(x, y) = 6xy$ den kasurako, adieraz ezazu z -ren funtziotan aurreko ataleko $f_i(z)$ funtzio analitikoak, $f_i(0) = f_i'(0) = 0$ dela jakinik.

(5.5 puntu)

Denbora: 40 minutu.

MATEMATIKA GEHIPENA – LEHEN AZTERKETA PARTZIAL
2008ko URTARRILAK 25

• 1. ARIKETA

A) **Enuntzia eta froga ezazu** simetria propietatea Fourier transformaturako.

(1.5 puntu)

$$\mathcal{F} \left[e^{-a|t|} \right] = \frac{2a}{a^2 + \omega^2}, \quad a > 0 \text{ izanik, eskatzen da:}$$

1º.- Kalkula ezazu, $\mathcal{F} \left[\frac{1}{4t^2 + 1} \right]$.

2º.- Ebatz ezazu ondorengo ekuazio integrala: $\int_{-\infty}^{\infty} f(u) \cdot f(t-u) du = \frac{1}{4t^2 + 1}$.

Aipa itzazu ebazpenean erabilitako Fourier transformatuaren propietate eta teoremak.

(4.5 puntu)

B) Hasierako baldintza nuluak dituen sistema fisiko baten irteera ondorengoa da, $\delta(t)$ Dirac delta funtzioa sarrerra delarik:

$$g(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ e \cdot e^{-t} [\cos(t-1) - \sin(t-1)] & t > 1. \end{cases}$$

1º.- Heaviside funtzioa $H(t)$ erabiliz, berridatz ezazu $g(t)$.

2º.- Lor ezazu $g(t)$ funtzioaren Laplace transformatua.

3º.- Lor ezazu sistemaren transferentzia funtzioa

(5 puntu)

Denbora: 50 minutu.

• 2. ARIKETA

Kontsidera itzazu $f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2 & x \geq 0 \end{cases}$ eta $g(x) = \sin(x) \cdot f[\sin(x)]$ funtzioak. Eskatzen da:

1. Lortu $g(x)$ funtzioaren adierazpen grafikoa $[-3\pi, 3\pi]$ tartean.

(puntu 1)

2. **Kalkula ezazu** $\varphi_1(x)$ kosinuzko serie garapena, $[0, \pi/2]$ tartean $g(x)$ -rekin bat datorrena eta periodo txikienekoa delarik.

(2.5 puntu)

3. Bedi $\varphi_2(x)$ kosinu bakoitzko serie garapena, $[0, \pi/2]$ tartean $g(x)$ -rekin bat datorrena eta periodo txikienekoa delarik. **Plantea itzazu** $\varphi_2(x)$ garapenaren Euler koefizienteak kalkulatzeko integralak, integrakizunak analitikoki adieraziz.

(1.5 puntu)

4. Bedi $\varphi_3(x)$ kosinu bikoitzko serie garapena, $[0, \pi/2]$ tartean $g(x)$ -rekin bat dator eta periodo txikienekoa dena. $[-2\pi, 2\pi]$ tarteko zeintzu puntutan dira berdinak $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ eta $\varphi_3(x)$ balioak? **Arrazoitu erantzuna.**

(2 puntu)

5. Bete ezazu ondorengo balio-taula:

x	0	$\pi/2$	$725\pi/3$	$-1025\pi/4$
$\varphi_1(x)$				
$\varphi_2(x)$				

(2 puntu)

6. Kalkula ezazu: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1-4n^2}$

(2 puntu)

Denbora: 50 minutu.