

Ampliación de Matemáticas. Ingeniería Industrial, 2º curso
19 de mayo de 2006. Segundo Parcial.

PRIMER EJERCICIO

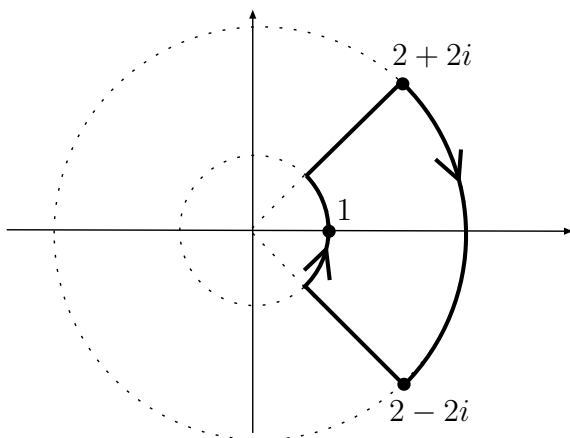
1. Bajo ciertas condiciones se puede calcular el residuo en z_0 de la función

$$f(z) = \frac{g(z)}{h(z)}$$

mediante una fórmula donde aparece la derivada de h en z_0 . Enunciar dichas condiciones, la fórmula referida y demostrarla.

2.5 puntos

2. Calcular las siguientes integrales a lo largo del camino C :



(a) $\oint_C \frac{z}{\bar{z}} dz$

(b) $\oint_C \frac{z^2 + z + 1}{z - 2} dz$

4 puntos

3. Clasificar las singularidades aisladas de la siguiente función:

$$f(z) = \frac{(z - 1)^3(z^2 - 4)}{\operatorname{sen}^3(\pi z)} + \operatorname{Log}(z + 3)$$

3.5 puntos

TIEMPO: 45 minutos.

Ampliación de Matemáticas. Ingeniería Industrial, 2º curso
19 de mayo de 2006 - Segundo Parcial

SEGUNDO EJERCICIO

1. Sea la función compleja de variable compleja

$$f(z) = \frac{4z + 1}{z^3 - 3z - 2} = \frac{1}{z - 2} - \frac{1}{z + 1} + \frac{1}{(z + 1)^2}.$$

- Indicar razonadamente cuántos desarrollos distintos en potencias de z admite. Señalar en cada caso el tipo de desarrollo y la región en la que es válido.
- Calcular el desarrollo en serie de potencias de z correspondiente a la región que contiene al punto $i + 1$.
- Usando el desarrollo del apartado anterior, calcular las siguientes integrales:

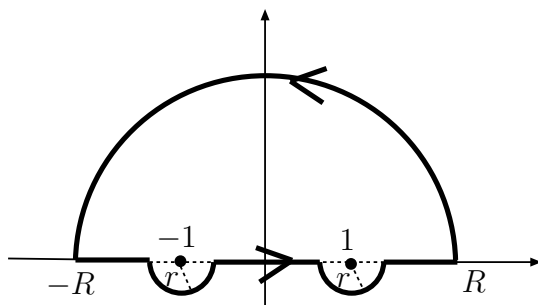
- $I_1 = \oint_{|z|=3/2} \frac{z^5(4z + 1)}{z^3 - 3z - 2} dz;$
- $I_2 = \oint_{|z|=3/2} \frac{4z + 1}{z^5(z^3 - 3z - 2)} dz.$

6 puntos

2. Obtener razonadamente el Valor Principal de Cauchy de la siguiente integral impropia:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 - 1} dx$$

utilizando **obligatoriamente** la frontera de la siguiente región:



4 puntos

TIEMPO: 45 minutos.