

MATEMATIKA GEHIPENA. LEHEN AZTERKETA PARTZIAL
2005ko OTSAILAK 7

• 1. ARIKETA

A) Laplace-ren Transformatua erabiliz, ebatz ezazu ondorengo lehen ordenako ekuazio diferentzialetako sistema, hasierako baldintzak kontuan hartuz:

$$y_1'(t) + y_2'(t) = 2Sh(t)$$

$$y_2'(t) + y_3'(t) = e^t$$

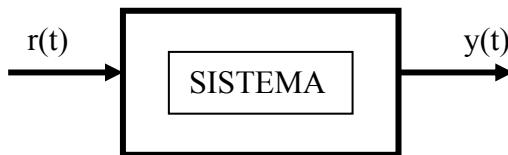
$$y_1'(t) + y_3'(t) = 2e^t + e^{-t}$$

$$y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 1, \quad y_3(0) = 0$$

(2.5 puntu)

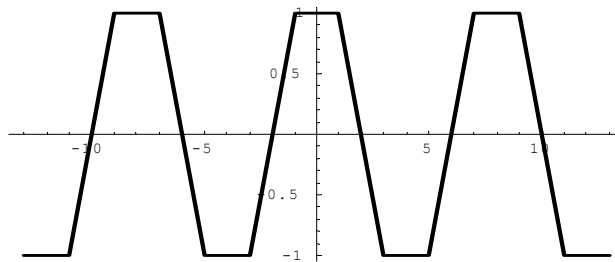
B) B1) Defini ezazu Sistema baten Transferentzia Funtzioa Laplace-ren Transformatuarako.

Irudiaren sistema ondorengo transferentzia funtzio dauka : $G(s) = \frac{e^{-s} \cdot s}{s^2 + 4s + 5}$. Lor ezazu sistemaren erantzuna $y(t)$, sarrera funtzioa $r(t) = 6e^{-2t}$ izanik.



(2.5 puntu)

C) Bedi $g(t)$ funtzioa, $T=8$ periodokoa, zeinen irudia ondorengoa den:



Eskatzen da:

- 1°.- $g(t)$ -ren Fourier Serie Garapeneko zeintzu koefiziente anulatzen dira? Zergatik?
- 2°.- Guztiz ebatzi gabe, planteia itzazu koefiziente ez nuluen kalkuluar dagozkion integralak.
- 3°.- Planteia ezazu dagokion Fourier seriea.

(2 puntu)

D) D1) $\mathcal{F}[\Pi_T(t)] = \frac{2\text{sen}(\omega T/2)}{\omega}$ dela kontuan hartuz, kalkula ezazu ondorengo

konboluzioa:

$$f(t) = \Pi_4(t) * \Pi_4(t)$$

Kalkula ezazu bere Fourier transformatua, ere.

D2) Enuntzia eta froga ezazu Parseval-en Formula..

D3) Aurreko ataletatik abiatuz, kalkula ezazu :

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^3(2x)}{x^3} dx$$

(8 puntu)

Denbora: Ordu 1 eta 30 min.

MATEMATIKA GEHIPENA. LEHEN AZTERKETA PARTZIAL
2005ko OTSAILAK 7

• 2. ARIKETA

A) Bedi $f(t) = H(-t)$. Lor ezazu $f(x^2 - 4)$ funtzioaren adierazpen analitiko eta grafikoa.

Bedi $g(t)$ funtzio periodikoa, $f(x^2 - 4)$ funtzioarekin $[-3,3]$ tartean bat datorrena.

Eskatzen da:

- a) Lor ezazu $g(t)$ funtzioaren Fourier seriearen era konplexua.
- b) Aurreko ataletik abiatuz, lor ezazu seriearen era erreala.
- c) Lor ezazu ondorengo seriearen balioa:

$$S = \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} + \dots \right)$$

4 puntu

B) Aurki itzazu z_1, z_2 y z_3 zenbaki konplexuak zeintzuen afixuen eta z_0 beste zenbaki konplexuaren arteko distantziak berdinak diren, z_0 eta z_1 lehen koadranteak izanik eta ondorengo ekuazioen soluzioak izanik, hurrenez hurren:

$$z^3 - 8i = 0 \quad \text{eta} \quad z^2 - (2\sqrt{3} + i)z + (2 - 2\sqrt{3}i) = 0$$

3 puntu

C) C1) Existitu al daiteke $f(z)$ funtzio analitiko bat zeinerako ondorengoa betetzen den?

$$\text{Im}[f(z)] = \sin x \cdot \text{Sh } y$$

Existitzekotan, kalkula ezazu $f(z)$ funtzioa zeinerako $f(0) = 1$ den.

C2) Ebatz ezazu ondorengo ekuazioa : $f(z) = 2-i$ eta irudikatu soluzioak.

3.5 puntu

D) D1) ebatz ezazu $w = \text{ArgTh}(z)$ funtzioaren adierazpen logaritmokoa.

D2) Aurki ezazu analitiko eta grafikoki ondorengo funtzioaren analitikotasun-eremua.

$$w = \text{ArgTh}(z^2).$$

3 puntu

E) Aurki itzazu ondorengo funtzioaren zeroen multzoko metatze-puntuak, grafikoki

irudikatuz. $f(z) = \text{Ch}\left(\frac{\pi}{z - 2\pi}\right)$.

1.5 puntu

Denbora: ordu 1 eta 30 minutu.