

MATEMATIKA GEHIPENA - BIGARREN AZTERKETA PARTZIALA
2004eko MAIATZAREN 14

• **1 ARIKETA**

- A) 1. Enuntzia eta froga ezazu Gaussen Batazbesteko Balioaren teorema.
2. Kalkula ezazu arrazoituz, emaitza era binomikotan emanaz:

$$\int_0^{2\pi} \sinh \left[\frac{\pi \cdot i}{6} + 3 e^{i\theta} \right] d\theta .$$

3.5 Puntu

- B) 1. Ondoriozta ezazu z_0 polo hirukoitz bateko hondarraren kalkulurako formula orokorra.
2. Bedi $z=a$ $h(z)$ funtzioaren k ordenako zeroa eta $g(z)$ funtzioaren $k-1$ ordenako zeroa. Zer da a puntua $f(z) = g(z)/h(z)$ funtzioarentzat? Kalkula ezazu, arrazoituz eta g eta h funtzioen deribatuen funtziotan,

$$\text{Res} \left[\frac{g(z)}{h(z)}, a \right] .$$

3. Kalkula ezazu, arrazoituz,

$$\text{Res} \left[\frac{\sin(\pi z)}{z \cdot [1 - \cos(\pi z)]}, 0 \right] .$$

3.5 Puntu

- C) Hondarrak eta Poloak gaiko teoria aplikatuz, kalkula ezazu

$$\int_0^{2\pi} e^{2\cos\theta} d\theta$$

Oharra: plano konplexuko $|z|=1$ zirkunferentziara luzatutako lerro integral konplexu batera igaro.

3 Puntu

Astia: 50 min.

• **2 ARIKETA**

- A) Bedi C mugaldea $z_1=1$ eta $z_2=2+i$ puntuak lotzen dituen zuzenkia. Kalkula itzazu arrazoituz hurrengo bi integral hauek:

$$1) \int_C e^{\pi z} dz \quad , \quad 2) \int_C e^{\pi \bar{z}} dz .$$

3.5 Puntu

- B) Bedi $f(z) = e^{z^2}$. Aurki ezazu $f(z)$ ren moduluaren balio maximoa $R: |z| \leq 2$ eskualdean.

2 Puntu

- C) $f(z) = \frac{z^3}{z^2 + 1}$ funtzioa emanik, ondokoak eskatzen zaizkizu:

1. Kalkula ezazu z -ren berredurazko Taylor seriearen garapenaren konbergentzi erradioa, delako garapen hori lortu gabe.

2. Funtzioa deribatu gabe, lor itzazu arrazoituz ondoko $z=0$ puntuko deribatuen balioak:

$$f'(0), f''(0), f'''(0), f^{(16)}(0) \text{ eta } f^{(49)}(0).$$

3. Kalkula ezazu hurrengo serie honen batura:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{2^{2n+1}} .$$

4.5 Puntu

Astia: 50 min.