AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS – SEGUNDO EXAMEN PARCIAL
14 DE MAYO DE 2004

- ***EJERCICIO 1***

A) 1º.- Enunciar y demostrar el teorema del valor medio de Gauss.
2º.- Calcular razonadamente dando el resultado en forma binómica:

$$\int_0^{2\pi} Sh\left[\frac{\pi \cdot i}{6} + 3e^{i\theta}\right] d\theta$$

3.5 Puntos

B) 1º.- Deducir la fórmula general para el cálculo del residuo en un polo triple, z_0.
2º.- Sea z=a un cero de orden k de h(z), y un cero de orden k-1 de g(z), ¿Qué es z=a para f(z) = g(z)/h(z) ?.Calcular razonadamente, en función de las derivadas de g y h,

$$\operatorname{Re} s\left[\frac{g(z)}{h(z)}, a\right]$$

3º.- Calcular razonadamente,

$$\operatorname{Re} s\left[\frac{sen(\pi z)}{z \cdot [1-\cos(\pi z)]}, 0\right]$$

3.5 Puntos

C) Calcular aplicando la teoría de residuos y polos,

$$\int_0^{2\pi} e^{2\cos\theta} d\theta$$

Nota: Pasar a una integral en el plano complejo extendida a la circunferencia : $|z|=1$.

3 Puntos
Tiempo: 50 min.

- ***EJERCICIO 2***

A) Sea C el segmento rectilíneo que une los puntos z_1=1 y z_2=2+i. Calcular razonadamente las siguientes integrales:

$$1^{\text{o}})\quad \int_C e^{\pi z} dz \qquad , \qquad 2^{\text{o}})\quad \int_C e^{\pi \bar{z}} dz$$

3.5 Puntos

B) Sea $f(z) = e^{z^2}$. Hallar el máximo valor del módulo de f(z) en la región R: $|z| \le 2$.

2 Puntos

C) Dada la siguiente función , se pide:

$$f(z) = \frac{z^3}{z^2+1}$$

1º.- Calcular el radio de convergencia del desarrollo en serie de Taylor de potencias de z , sin hallar dicho desarrollo.

2º.- Sin derivar la función, obtener razonadamente el valor de las siguientes derivadas en z=0:

$$f'(0)\ ,\ f''(0)\ ,\ f'''(0)\ ,\ f^{16)}(0)\ \ y\ \ f^{49)}(0)$$

3º.- Calcular la suma de la siguiente serie :

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{2^{2n+1}}$$

4.5 Puntos
Tiempo: 50 min.