

MATEMATIKA GEHIPENA – LEHENENGO AZTERKETA PARTZIALA
2004eko URTARRILAREN 24

• **1 ARIKETA**

- A) 1. Defini ezazu funtzioaren konboluzioa Fourier transformaturako.
2. Enuntzia ezazu konboluzio teorema Fourier transformaturako.

3 Puntu

B) Bitez :

$$f(t) = \begin{cases} 1 & |t| < 1 \\ 0 & |t| > 1 \end{cases} \quad \text{eta} \quad g(t) = \begin{cases} 2 & |t| < 2 \\ 0 & |t| > 2 \end{cases}, \text{ ondokoak eskatzen dira :}$$

- a) $h(t) = f(t) * g(t)$ kalkulatzeko eta grafikoki irudikatzea.
b) $H(\omega) = \mathcal{F}[h(t)]$ kalkulatzeko, konboluzio teorema betetzen dela egiaztatuz.

7 Puntu

Astia: 50 min.

• **2 ARIKETA**

A) 1. Adieraz itzazu grafikoki $f(x) = x$ funtzioarekin $\forall x \in (0,1)$ bat datozen Fourier serieak, ondoko baldintzak betetzen dituztenak:

- a) Kosinuzko gaiak bakarrik.
b) Sinuzko gaiak bakarrik.
c) Kosinu bakoitzko gaiak bakarrik.
d) Sinu bakoitzko gaiak bakarrik.

Esan, kasuetako bakoitzean, periodoa zein den eta planteatu ezazu, ebatzi gabe, serieko koefizienteen dakozen integralak.

2. 1. ataleko b) kasurako, lor ezazu Fourier seriezko garapena.
3. Aurreko 2. ataleko emaitzatik abiatuz, ondoko seriaren batura kalkula:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

7 Puntu

B) Laplace transformatuaren bidez, ebatzi ezazu ondoko ekuazio diferentziala:

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = t^2 e^t, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = -2$$

3 Puntu

Astia: 50 min.

2 ARIKETAREN ondoren 10 minutuko ATSEDENALDI bat egingo da, eta gero 3 ARIKETA.

MATEMATIKA GEHIPENA – LEHENENGO AZTERKETA PARTZIALA
2004eko URTARRILAREN 24

• **3 ARIKETA**

A)
$$z^2 - 2(1 + 2\sqrt{2}i) = 0$$

ekuazioaren erroen artean, lehenengo koadrantean dagoenaren C afixua harturik, bertan zentratutako eta R erradio bateko zirkunferentzia hartzen da aintzakotzat. Bitez A, B, D, E zirkunferentzian inskribaturiko karratu baten erpinak, A zati irudikaririk handiena duena izanik, B zati errealk handiena duena eta $M=(3+2i)$ puntua AB aldeko erdikoa.

Aurreko zirkunferentziaren zentrukidea den eta $2\sqrt{2}$ R erradiokoa den zirkunferentzian inskribatuta dagoen eta aurreko karratuaren aldeekin alde paraleloak dituen karratua hartzen da aintzakotzat. Lor ezazu zenbaki konplexua zeinaren afixua zati irudikaririk handieneko erpina den.

4 Puntu.

B)

$$\begin{cases} f(z) = u(x, y) + i \cdot v(x, y) \\ F(z) = g(x, y) + i \cdot h(x, y) \end{cases}$$

funtzio analitikoak emanik, ondokoak eskatzen dira:

1. Zein adierazpen izango du $F(z)$ ren zati errealak bere zati irudikaria $f(z)$ ren zati erreala bada?.
2. **Aplika ezazu aurreko emaitza** $f(z) = z^2+1$ funtzioari $F(z)$ funtzio analitikoa lortzeko, bere zati irudikaria $f(z)$ ren zati erreala izanik, emaitza z -ren funtziotan emanaz.

3 Puntu.

C) Ondoko funtzio honen puntu singularrak adieraz itzazu, analitiko eta grafikoki:

$$f(z) = \frac{1}{\cos z + \text{Log}(i)}$$

3 Puntu.

Astia: 50 min.