AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS – PRIMER EXAMEN PARCIAL
24 DE ENERO DE 2004

- ***EJERCICIO 1***

A) 1º.- Definir la convolución de funciones para la transformada de Fourier.
2º.- Enunciar el teorema de Convolución para la transformada de Fourier.

3 Puntos

B) Sean :

$$f(t)=\begin{cases}1 & |t|<1 \\ 0 & |t|>1\end{cases} \quad \text{y} \quad g(t)=\begin{cases}2 & |t|<2 \\ 0 & |t|>2\end{cases} \text{, se pide :}$$

a) Calcular y representar gráficamente h(t) = f(t)*g(t).

b) Calcular H(ω) = _[h(t)], comprobando que se cumple el teorema de convolución.

7 Puntos

Tiempo: 50 min.

- ***EJERCICIO 2***

A) 1º.- Representar gráficamente las series de Fourier que coinciden con f(x) = x $\forall x \in (0,1)$ y tienen:

a) Sólo términos en coseno.
b) Sólo términos en seno.
c) Sólo términos en cosenos impares.
d) Sólo términos en senos impares.

Decir, en cada caso, cuál es el periodo y plantear, sin resolver, las integrales correspondientes a los coeficientes de la serie.
2º.- Obtener el desarrollo en serie de Fourier para el caso b) del apdo1º.
3º.- A partir del desarrollo del apdo.2º calcular la suma de la siguiente serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

7 Puntos

B) Resolver mediante la transformada de Laplace la siguiente ecuación diferencial:

$$y'''-3y''+3y'-y=t^2e^t \quad , \quad y(0)=1,\, y'(0)=0,\, y''(0)=-2$$

3 Puntos

Tiempo: 50 min.

Después del 2º Ejercicio habrá un DESCANSO de 10 minutos y a continuación el Ejercicio 3º.

AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS – PRIMER EXAMEN PARCIAL
24 DE ENERO DE 2004

- ***EJERCICIO 3***

A) Se considera la circunferencia de radio R y cuyo centro C es el afijo de la raíz de la ecuación :

$$z^2 - 2(1+2\sqrt{2}\, i) = 0$$

situada en el primer cuadrante, y el cuadrado de vértices A, B, D, E inscrito en ella, siendo A el de mayor componente imaginaria, B el de mayor componente real y M=(3+2i) el punto medio del lado AB.
Hallar el número complejo cuyo afijo es el vértice de mayor componente imaginaria del cuadrado de lados paralelos al anterior e inscrito en una circunferencia concéntrica a la anterior y de radio $2\sqrt{2}$ R.

4 Puntos.

B) Dadas las funciones analíticas:

$$\begin{cases} f(z) = u(x,y) + i \cdot v(x,y) \\ F(z) = g(x,y) + i \cdot h(x,y) \end{cases}$$

Se pide:
1º.- ¿Qué expresión tendrá la parte real de F(z) si su parte imaginaria es la parte real de f(z)?.
2º.- **Aplicar el resultado anterior** a la función f(z) = z^2+1 para calcular la función F(z) analítica cuya parte imaginaria sea la parte real de f(z), dando el resultado en función de z.

3 Puntos.

C) Representar analítica y gráficamente los puntos singulares de la función:

$$f(z) = \frac{1}{\cos z + Log(i)}$$

3 Puntos.
Tiempo: 50 min.