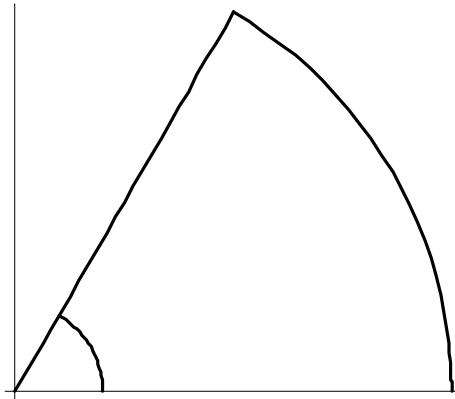


MATEMATIKA GEHIPENA
2003-05-17ko AZTERKETA PARTZIALA

LEHENENGO ARIKETA

A) Ondoko integrala kalkula, irudian adierazitako mugaldea erabiliz.

$$\int_0^{\infty} \frac{x}{x^6 + 1} dx$$



(4 puntu)

B) Kalkula, arrazoituz,

$$f(z) = \frac{z-2}{z+2}$$

funtzioaren moduluaren balio maximoa $|z| \leq 1$ eskualdean, eta zein puntutan ematen den.

(2 puntu)

C) $f(z)$ funtzioak m ordenako polo bat du z_0 puntuan, eta $g(z)$ funtzioak n ordenako zero bat z_0 puntu berean. Arrazoi ezazu hurrengo funtzio hauek z_0 puntuan polo edo zero bat duten, eta bere ordena adieraz.

1. $f(z) \cdot g(z)$
2. $f(z) / g(z)$
3. $g(z) / f(z)$
4. $f(z) \pm g(z)$

(4 puntu)

Astia : 50 minutu

Oharra : **Ezin da inongo kalkulagailurik erabili.**

Lehenengo ariketa hau azterketa hasi eta 50 minutura jasoko da.

Ariketa bakoitza koaderno ezberdin batean egin.

MATEMATIKA GEHIPENA
2003-05-17ko AZTERKETA PARTZIALA

BIGARREN ARIKETA

A) Ondoko integral hauek baliozta

1. $\oint_{|z|=1} \frac{dz}{|z|}$

2. $\int_{\gamma} z^2 dz$ non $\gamma : z = e^{it} \cdot \sin(3t), 0 \leq t \leq \pi/2$

(1.5 puntu)

B)

$$\oint_{\gamma} \frac{dz}{z^2 + z + 1}$$

integrala lerro itxi bakun baten gainean zero izateko, adieraz ezazu, integrakizuneko puntu singularrekin harremanetan jarriz, lerro aukera ezberdin guztiak. Erantzuna arrazoi ezazu.

(1.5 puntu)

C) Bitez :

$$f(z) = \frac{e^{1/z}}{1-z} \quad \text{eta,} \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n z^n \quad \text{eta} \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n z^n$$

$f(z)$ ren Laurent serie garapenak, ondoko eremuetan baliozkoak direnak, hurrenez hurren

$$R_1 = \{z / 0 < |z| < 1\} \quad \text{eta} \quad R_2 = \{z / |z| > 1\}$$

Kalkula itzazu, arrazoituz, c_{-1} , c_0 eta c_1 , eta d_{-2} , d_{-1} , d_0 , d_1 eta d_2 koefizienteak.

(7 puntu)

Astia : 50 minutu