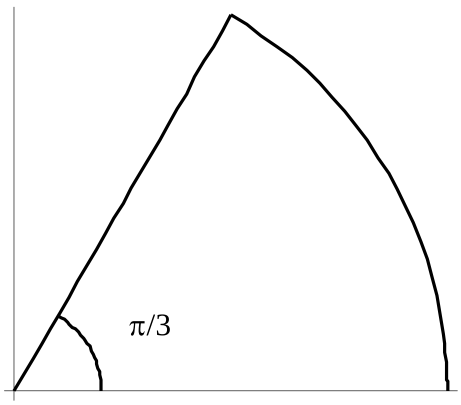
AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS

EXAMEN 17/MAYO/03

# PRIMER EJERCICIO

A) Calcular la siguiente integral,. utilizando el contorno de la figura.

$$\int_0^{\infty} \frac{x}{x^6+1} dx$$




(4 Puntos)

B) Calcular, razonadamente el valor del módulo máximo de:

$$f(z) = \frac{z-2}{z+2} \qquad en \quad |z| \leq 1$$

y el punto en el que se alcanza.

(2 Puntos)

C) La función f(z) tiene un polo de orden **m** en $z_0$ y g(z) tiene un cero de orden **n** en $z_0$. Razonar si las siguientes funciones tienen en $z_0$ un polo o un cero y su orden.

1. $f(z) \cdot g(z)$
2. $f(z)/g(z)$
3. $g(z)/f(z)$
4. $f(z) \pm g(z)$

(4 Puntos)

Tiempo : 50 minutos

Nota : **No se permite el uso de ningún tipo de calculadora**.
El primer ejercicio se recogerá al cabo de 50 minutos.
Realizar cada ejercicio en un cuadernillo distinto.

AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS

EXAMEN 17/MAYO/03

## SEGUNDO EJERCICIO

A) Evaluar las siguientes integrales

1. $\displaystyle\oint_{|z|=1} \frac{dz}{|z|}$

2. $\displaystyle\int_\gamma z^2\, dz \qquad siendo \quad \gamma : z = e^{it} \cdot sen(3t)\ ,\ 0 \le t \le \pi/2$

(1.5 Puntos)

B) Representar gráficamente las distintas situaciones, en relación con los puntos singulares del integrando, de una curva simple cerrada en la que la siguiente integral es nula . Razonar la respuesta.

$$\oint_\gamma \frac{dz}{z^2+z+1}$$

(1.5 Puntos)

C) Sean :

$$f(z) = \frac{e^{1/z}}{1-z} \quad y, \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n z^n \quad y \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n z^n$$

los desarrollos en serie de Laurent de f(z) válidos respectivamente en las regiones

$$R_1 = \{z /\ 0 < |z| < 1\} \quad y \quad R_2 = \{z / |z| > 1\}$$

Calcular razonadamente los valores de los coeficientes: $c_{-1}$ , $c_0$ y $c_1$ , y $d_{-2}$ , $d_{-1}$ , $d_0$ , $d_1$ y $d_2$.

( 7 Puntos)

Tiempo : 50 minutos