MATEMATIKA GEHIPENA – BIGARREN AZTERKETA PARTZIALA
2002ko MAIATZAREN 18

LEHENENGO ZATIA

A) $\dfrac{z^3}{z^2+z-2}$ funtzioaren (z+1) berredurazko serie garapena lor ezazu, z=3 puntuan baliozkoa dena. Zer motatako seriea da lortu dena? Zein da bere konbergentzi eremua?

B) $\dfrac{\cos(z)}{(z-\pi/2)^3}$ funtzioa emanik, ondokoak eskatzen dira:

1. $z_0=\dfrac{\pi}{2}$ puntuaren ingurune laburtu bateko berredurazko serie garapena lortzea.
2. Bere konbergentzi eremua zein den justifikatzea.
3. Lortu den garapenetik, funtzioak z_0 puntuan duen singulartasun mota adieraztea.

C) Ondoko $g(z)$ funtzioa harturik, bere $z=0$ puntuaren inguruneko garapeneko zati nagusia lor ezazu.

$$g(z)=\frac{1}{z^4(z^3+z+1)}$$

D) Bedi z_0 $f(z)$ funtzio oso baten m ordenako zero bat. Honakoak eskatzen dira:
1. Izango al da z_0 balioa $f'(z)$-ren zero bat? Baiezkoan, zein ordenatako zero?
2. Zer da z_0 balioa $\dfrac{f'(z)}{f(z)}$ funtzioarentzat? Singulartasun isolatu bat izatekotan, $\mathrm{Res}[\dfrac{f'(z)}{f(z)},z_0]$ hondarra kalkula.

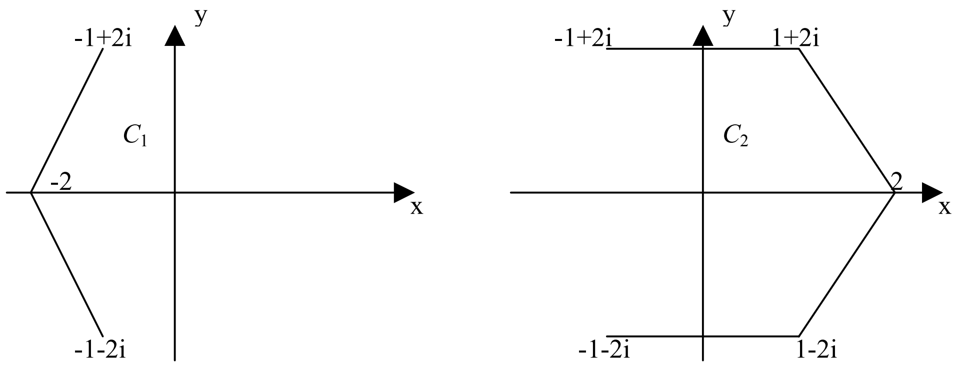
Oharra : Atal guztiek puntuazio bera dute.

Astia : 1 ordu
Lehenengo zati hau hasi eta ordu baten buruan jasoko da.

MATEMATIKA GEHIPENA – BIGARREN AZTERKETA PARTZIALA
2002ko MAIATZAREN 18

BIGARREN ZATIA

A) $f(z)=\dfrac{\sin(z)}{(z-i)^2(z+1)}$ emanik, eta $\int_{C_1} f(z)\,dz=z_0$ dela jakinik, $\int_{C_2} f(z)\,dz$ kalkula ezazu, Cauchyren teorema integralak erabiliz, C_1 eta C_2 ondokoak izanik:



B) Honako integral hau kalkula :

$$\oint_{|z|=3} \left(z\, e^{\frac{z-3}{z-2}} + \bar{z}\right) dz$$

C) Honako integral honen Cauchyren Balio Nagusia kalkula:

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos^2(2x)}{(x^2-1)}\,dx$$

D) 1. Gaussen Batezbesteko Balioaren teorema enuntzia.

2. $\int_0^{2\pi} e^{a\cos(\theta)} \cos[a\sin(\theta)]\,d\theta$ kalkula, aurreko teorema erabiliz.

Oharra : Atal guztiek puntuazio bera dute.

Astia : 1 ordu