AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS – SEGUNDO EXAMEN PARCIAL
18 DE MAYO DE 2002

PRIMERA PARTE

A) Hallar el desarrollo de $\dfrac{z^3}{z^2+z-2}$ en serie de potencias de (z+1), válido en z=3. ¿De qué tipo es la serie resultante?.¿Cuál es su región de convergencia?

B) Dada la función : $\dfrac{\cos(z)}{(z-\pi/2)^3}$, se pide :

1º. Obtener el desarrollo en serie de potencias en un entorno reducido de $z_0=\dfrac{\pi}{2}$.

2º.- Justificar cuál es la región de convergencia.

3º.- Indicar, a partir del desarrollo obtenido, de qué tipo es la singularidad que la función tiene en z_0.

C) Hallar la parte principal del desarrollo de la función g(z) alrededor del punto z = 0.

$$g(z)=\frac{1}{z^4(z^3+z+1)}$$

D) Sea z_0 un cero de orden m de una función entera f(z). Se pide:

1º.- ¿Será z_0 un cero de $f'(z)$? En caso afirmativo, ¿de qué orden?

2º.- ¿Qué es z_0 para $\dfrac{f'(z)}{f(z)}$? En caso de ser una singularidad aislada calcular el residuo , $\operatorname{Res}[\dfrac{f'(z)}{f(z)},z_0]$

Nota : Todos los apartados tienen la misma puntuación

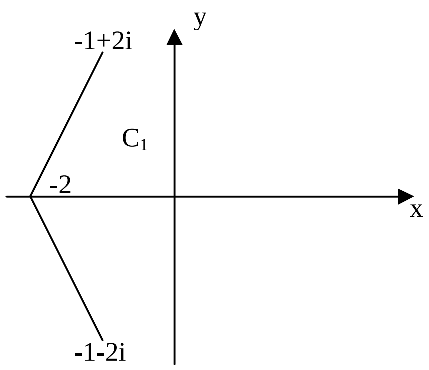
Tiempo : 1 hora

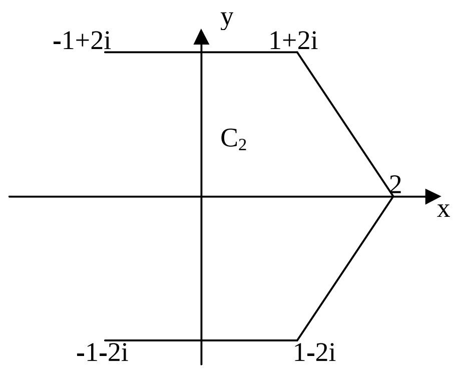
Este primer ejercicio se recogerá al cabo de 1 hora.

AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS – SEGUNDO EXAMEN PARCIAL
18 DE MAYO DE 2002

SEGUNDA PARTE

A) Dada la función $f(z)=\dfrac{sen(z)}{(z-i)^2(z+1)}$ y sabiendo que $\int_{C_1} f(z)\,dz = z_0$, calcular $\int_{C_2} f(z)\,dz$, utilizando los teoremas integrales de Cauchy, siendo C_1 y C_2,





B) Calcular la integral :

$$\oint_{|z|=3} \left(z\, e^{\frac{z-3}{z-2}} + \bar{z}\right) dz$$

C) Calcular el Valor Principal de Cauchy de la integral:

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos^2(2x)}{(x^2-1)}\,dx$$

D) 1º.- Enunciar el teorema del valor medio de Gauss.

2º.- Calcular $\int_0^{2\pi} e^{a\cos(\theta)} \cos[asen(\theta)]\,d\theta$, mediante el teorema anterior.

Nota : Todos los apartados tienen la misma puntuación
Tiempo : 1 hora