AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS – PRIMER EXAMEN PARCIAL
25 DE ENERO DE 2002

PRIMERA PARTE

EJERCICIO 1º

A) 1º.- Calcular la función f(z) ANALÍTICA tal que:

$$\begin{cases} \mathrm{Re}\left[f'(z)\right] = 4x^3 - 12xy^2 \\ f(0) = 3i \\ f'(i) = 0 \end{cases}$$

y definirla en función de z.

2º.- Calcular el valor de $f(1-\sqrt{3}\,i)$ dando el resultado en forma binómica.

(5 puntos)

B) Obtener razonadamente y representar los puntos singulares de la función :
f(z) = Log(senz), sabiendo que senz = senx Chy + i cosx Shy.

(5 puntos)
Tiempo : 35 m.

EJERCICIO 2º

A) Dada la función : $H_{ab}(t) = H_a(t) - H_b(t),\ con\ \ 0 < a < b$, donde $H_a(t) = H(t-a)$. Se pide:

1º.- Representar gráficamente $H_{ab}(t)\ \ y\ \ R_{ab}(t) = \int_0^t H_{ab}(u)\,du,\ con\ \ t > 0$, razonando brevemente.

2º.- Calcular sus transformadas de Laplace.

(5 puntos)

B) Resolver, aplicando la transformada de Laplace, la ecuación diferencial :

$$y'' + 4y = H_2(t)\,Sh(t-2)\ ,$$

$$\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Nota:

$f(t)$	$Sh(at)$	$Ch(at)$	e^{at}	$sen(at)$	$\cos(at)$
$F(s) = \mathcal{L}\left[f(t)\right]$	$\dfrac{a}{s^2 - a^2}$	$\dfrac{s}{s^2 - a^2}$	$\dfrac{1}{s-a}$	$\dfrac{a}{s^2 + a^2}$	$\dfrac{s}{s^2 + a^2}$

(5 puntos)
Tiempo : 35 m.

Se recuerda que para aprobar por curso es necesario obtener una calificación mayor o igual que dos en cada una de las partes de este primer examen parcial.

Importante: Realizar cada ejercicio en un cuadernillo distinto. El primer ejercicio se recogerá al cabo de 35 m.

AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS – PRIMER EXAMEN PARCIAL
25 DE ENERO DE 2002

SEGUNDA PARTE

EJERCICIO 1º

Se considera $g(t)$, la extensión periódica de la función:

$$f(t) = -t+2, \quad 0<t\leq 2$$

1º.- ¿Se puede prever que en el desarrollo en serie de Fourier de $g(t)$ los coeficientes $a_1 = a_2 = ... = 0$, sin calcular ninguna integral?. Razonar la respuesta.

2º.- ¿Se puede prever el valor de $a_0/2$? Razonar la respuesta.

3º.- Obtener el desarrollo en serie de Fourier.

4º.- A partir del resultado anterior, hallar $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$

(10 puntos)

Tiempo : 30 m.

EJERCICIO 2º

Sea $f(t) = \begin{cases} e^{-t} & t\geq 0 \\ e^{t} & t\leq 0 \end{cases}$, se pide:

1º.- Calcular $F(\omega)=\mathcal{F}\left[f(t)\right]$.

2º.- Calcular razonadamente $I_1 = \int_{-\infty}^{0} \frac{\cos\omega}{1+\omega^2} d\omega$

3º.- Idem. $I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+\omega^2)^2} d\omega$.

4º.- Sabiendo $\mathcal{F}\left[\Pi_2(t)\right] = \frac{2\,sen(\omega)}{\omega}$, calcular razonadamente $I_3 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{sen(\omega)}{\omega} \cdot \frac{1}{1+\omega^2} d\omega$

5º.- Enunciar y demostrar la propiedad relativa a $F'(\omega)$

6º.- Calcular $\mathcal{F}[t\, f(t)]$

(10 puntos)

Tiempo : 50 m.

Se recuerda que para aprobar por curso es necesario obtener una calificación mayor o igual que dos en cada una de las partes de este primer examen parcial.

Importante: Realizar cada ejercicio en un cuadernillo distinto. El primer ejercicio se recogerá al cabo de 30 m.