

MATEMATIKA GEHIPENA
2001/IRAILAREN/4 AZTERKETA

OHARRA: zati honetan lortutako nota Matematika Gehipena ikasgaiko azken notaren %80ari dagokio.

LEHENENGO ARIKETA

A)

$$g(t) = H(t-2)[H(t-1) - H(t-4)]$$

funtzioa emanik, non

$$H(t-a) = H_a(t) = \begin{cases} 0 & t < a \text{ bada} \\ 1 & t \geq a \text{ bada} \end{cases}$$

hurrengo emaitza hauek eskatzen dira:

A) $g(t)$ eta $g(2t)$ funtzioen **FOURIER** transformatuak **definizioaren bitartez**, ω -ren balio posible guztietarako.

(2.5 puntu)

B) Fourier transformatuak eskala aldakuntza propietateak abiatuz,

$$a \neq 0 \text{ eta } F[f(t)] = F(\omega) \text{ badira} \rightarrow F[f(at)] = \frac{1}{|a|} F\left[\frac{\omega}{a}\right]$$

egiazta ezazu aurreko kasuan $g(t)$ eta $g(2t)$ funtzioekin.

(2.5 puntu)

C) $g(t)$ eta $g(2t)$ funtzioen **LAPLACE** transformatuak, s -ren balio posible guztietarako.

(2.5 puntu)

D) Hurrengo propietate honetatik abiatuz,

$$\mathcal{L}[H(t-a)f(t-a)] = e^{-as} \mathcal{L}[f(t)]$$

egiazta ezazu $g(t)$ eta $a=2$ den kasurako. **Oharra:** balio negatiboetan funtzio guztiak zero egin itzazu.

(2.5 puntu)

Astia: 1 o 15 m

MATEMATIKA GEHIPENA
2001/IRAILAREN/4 AZTERKETA

BIGARREN ARIKETA

A) Lor ezazu

$$u(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$$

funtzioaren $v(x, y)$ funtzio harmoniko konjokatu bat, $u(x, y) + i \cdot v(x, y)$ adierazpena $f(z)$ eran adieraziz.

(3 puntu)

B) Froga $|f(z)|$ konstantea bada $f(z)$ analitikoa den D eremu batean, orduan $f(z)$ konstantea dela D eremu horretan.

(3 puntu)

C) $\omega = \arg \tanh z$ funtzioaren adierazpen logaritmikoa ondoriozta ezazu, eta bere analitikotasun eremurik handiena kalkula, $-\frac{3\pi}{2} < \text{Arg } z < \frac{\pi}{2}$ betetzen duen determinaziorako.

(4 puntu)

Astia: 1 o

MATEMATIKA GEHIPENA
2001/IRAILAREN/4 AZTERKETA

HIRUGARREN ARIKETA

A)

$$f(z) = \frac{\cosh(z-1)}{z(z-1)}$$

funtzioa emanik, lor ezazu, **erantzuna zurituz**, bere $(z-1)$ berredurazko seriearen aurreneko gaiak, $(z-1)^2$ berredurara arte, $z_0 = 1$ puntuaren inguruko puntuetan baliozkoa dena. Delako garapen hori baliozkoa den eremua adieraz.

(3.5 puntu)

B) Plano konplexuko $z=0$ eta $z=1$ puntuetatik igarotzen ez den C mugalde itxi bat emanik, kalkula, **arrazoituz**, honako integral honek har ditzakeen **balio posible guztiak**:

$$\oint_C \frac{1}{z \cdot (z-1)} dz$$

(3 puntu)

C) Kalkula ezazu, **arrazoituz** eta **erabilitako propietateak adieraziz**, hurrengo integral hau:

$$I = \int_0^{\infty} \frac{1}{(x^2 + 1) \cdot (x^2 - 1)} dx$$

(3.5 puntu)

Astia: 1 o