MATEMATIKA GEHIPENA II –2000-09-14eko AZTERKETA

LEHENENGO ARIKETA

A) $$\int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta}{5-4\cos\theta} d\theta$$ kalkula

(3,5 puntu)

B)

a) $$f(z) = \mathrm{Log}(1 - z^2)$$

Funtzioaren analitikotasun eremua kalkula.

Oharra*: balio nagusiak* har.

b) Aurreko funtzioaren z=0 puntuko ingurune bateko Taylor garapena lor ezazu, delako garapen horrek non balio duen adieraziz.

(5 puntu)

Astia: 55 minutu

MATEMATIKA GEHIPENA II –2000-09-14eko AZTERKETA

BIGARREN ARIKETA

A) Ondorengo aldagai konplexuko funtzioak emanik:

$$f(z) = u(x,y) + i\left(x^2y^2 + x^2 + y^2\right)$$
$$g(z) = u(x,y) + i \cdot xy$$

a) Funtzio osoa bietako bat bakarrik izan daitekeela jakinik, zein den arrazoi ezazu.
b) z=1 puntuan ½ balioa hartzen duen funtzio osoaren $u(x,y)$ zati erreala aurki.
c) Aurreko atalean kalkulatutako $u(x,y)$ funtzioaren Gauss batazbesteko balioa kalkula, $|z-2+i| \leq 2$ eskualdearen mugan zehar.

(4 puntu)

B)

$$f(z) = \frac{\sin z}{z^k}, \quad k \in$$
$$g(z) = \frac{1+\sin z}{z^k}, \quad k \in$$

funtzioak emanik,

a) Puntu singularrak aurki eta singulartasun motak determina.
b) $g(z) = \dfrac{1+\sin z}{z^k}$ funtzioaren hondarrak kalkula bere singulartasunetan.
c) Hondar eta polo teoria erabiliz, $\oint_C g(z)dz$ integrala kalkula, *C*: $|z| = 2$ izanik (norantza positiboa)

(5 puntu)

Astia: 50 minutu

---

15 minutuko ATSEDENALDIA (ariketa bat falta da)

MATEMATIKA GEHIPENA II –2000-09-14eko AZTERKETA

HIRUGARREN ARIKETA

A) $\varphi(t)$ Fourier serie bat lortu nahi da, sinuz bakarrik osatua eta

$$f(t) = -t + 2\pi$$

funtzioarekin $[\pi, 2\pi]$ tarte itxian bat datorrena.

Planteia itzazu (integralak ebatzi gabe), delako seriearen koefizienteen kalkulua eta $\varphi(t)$ grafikoki adieraz.

(4 puntu)

B)

a) $\mathcal{L}\left[H_a(t)\cdot f(t-a)\right] = e^{-as}F(s), \quad \forall s > s_0, \quad a > 0$

dela froga ezazu, $F(s) = \mathcal{L}\left[f(t)\right] \quad \forall s > s_0$ (Laplace transformatua) eta $H_a(t) = \begin{cases} 1 & t \geq a \\ 0 & t < a \end{cases}$ izanik.

b) $f(t)$ funtzioaren Laplace transformatua kalkula,

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 3 \\ \left(t + e^t\right)\sin(t-3) & t \geq 3 \end{cases}$$

izanik,

$$\mathcal{L}\left[\sin(at)\right] = \frac{a}{s^2 + a^2} \quad (s > 0)$$

jakinik.

(5 puntu)

C)
$$\left\{ \begin{array}{cc} t+2 & -1 < t < 0 \\ 1/2 & t = -1 \\ 0 & t < -1 \end{array} \right\} = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \left(-\frac{2}{\omega} + \frac{\cos\omega}{\omega} + \frac{\sin\omega}{\omega^2} \right)\sin(\omega t)\,d\omega$$

dela ezar ezazu, Fourier adierazpen integralaren bitartez.

(3,5 puntu)

Astia: 1o. 15 minutu.