1)

5.– Las máquinas M_1 , M_2 y M_3 fabrican en serie piezas similares. Las producciones son de 300, 450 y 600 piezas por hora, y los porcentajes de defectuosas del 2%, 3.5% y 2.5% respectivamente. De la producción total de las tres máquinas reunidas en un almacén al final de la jornada se toma una pieza al azar.

a.– Calcular la probabilidad de que sea defectuosa.

b.– Sabiendo que la pieza seleccionada es defectuosa, hallar las probabilidades de que proceda de cada una de las máquinas M_1 , M_2 y M_3.

---

2)

1.A.– En un estudio de programas antivirus el 57% de los usuarios utiliza el tipo A (efectividad del 99%), el 38% el tipo B (efectividad del 95%) y el 5% otros antivirus (efectividad del 93%). Si se prueba un antivirus elegido al azar y resulta ser afectivo, calcular la probabilidad de que no sea del tipo A.

---

3)

1.– Un fabricante debe elegir entre dos procesos de producción que dan lugar a que las longitudes (en cm.) de los elementos producidos se distribuyan según:

Proceso 1:

$$f_1(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{x^4} & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

Proceso 2

$$f_2(x) = \begin{cases} \dfrac{4}{x^5} & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

a.– Si los elementos aceptables deben tener longitudes entre 1 y 2 cm., ¿Qué proceso produce un porcentaje mayor?

b.– Si se elige al azar uno de los dos procesos, ¿cuál es la probabilidad de obtener una pieza aceptable?

c.– ¿Cuál es la longitud media en cada proceso?

---

① D = "pieza defectuosa"

M_i = "pieza fabricada en la máquina M_i, $i=1,2,3$"

a) $P(D) = P(D/M_1)\cdot P(M_1) + P(D/M_2)\cdot P(M_2) + P(D/M_3)\cdot P(M_3) =$

$$= 0{,}02\cdot\frac{300}{1350} + 0{,}035\cdot\frac{450}{1350} + 0{,}025\cdot\frac{600}{1350} = 0{,}027$$

b) $$P(M_1/D) = \frac{P(D/M_1)\cdot P(M_1)}{P(D)} = \frac{0{,}02\cdot\frac{300}{1350}}{0{,}027} = 0{,}163$$

$$P(M_2/D) = \frac{P(D/M_2)\cdot P(M_2)}{P(D)} = \frac{0{,}035\cdot\frac{450}{1350}}{0{,}027} = 0{,}429$$

$P(M_3/D) = 1 - 0{,}163 - 0{,}429 = 0{,}408$

② E = "el programa es efectivo"

$$P(A/E) = \frac{P(E/A)\cdot P(A)}{P(E/A)\cdot P(A) + P(E/B)\cdot P(B) + P(E/C)\cdot P(C)} =$$

$$= \frac{0{,}99\cdot 0{,}57}{0{,}99\cdot 0{,}57 + 0{,}95\cdot 0{,}38 + 0{,}93\cdot 0{,}05} = 0{,}581$$

$P(\overline{A}/E) = 1 - 0{,}581 = 0{,}419$

③ a) $P(1 \le X_1 \le 2) = \int_1^2 f_1(x)\,dx = \int_1^2 \frac{3}{x^4}\,dx =$

$$= \left[-x^{-3}\right]_1^2 = \frac{7}{8} = 0{,}875 = 87{,}5\,\%$$

$$P(1 \leq X_2 \leq 2) = \int_1^2 f_2(x)\,dx = \int_1^2 \frac{4}{x^5}\,dx =$$

$$= \left[-x^{-4}\right]_1^2 = \frac{15}{16} = 0{,}9375 = 93{,}75\ \%$$

El proceso 2 produce un porcentaje mayor

b) A = "pieza aceptable"

X_i = "proceso i, $i = 1, 2$"

$$P(A) = P(A/X1) \cdot P(X1) + P(A|X2) \cdot P(X2) =$$

$$= 0{,}875 \cdot 0{,}5 + 0{,}9375 \cdot 0{,}5 = 0{,}906$$

c) $$E[X_1] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_1(x)\,dx = \int_1^{\infty} x \cdot \frac{3}{x^4}\,dx =$$

$$= 3\int_1^{\infty} x^{-3}\,dx = 3\left[\frac{x^{-2}}{-2}\right]_1^{\infty} = \frac{-3}{2}\left[0 - 1\right] = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

$$E[X_2] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_2(x)\,dx = \int_1^{\infty} x \cdot \frac{4}{x^5}\,dx =$$

$$= 4\int_1^{\infty} x^{-4}\,dx = 4\left[\frac{x^{-3}}{-3}\right]_1^{\infty} = -\frac{4}{3}\left[0 - 1\right] = \frac{4}{3} = 1{,}33$$