# EJERCICIOS DE REPASO - TEMAS 5, 6 y 7

**1)** Una fábrica produce una pieza en dos calidades diferentes. El 60% es de calidad A y el resto de calidad B. La duración, en años, de una pieza de calidad A viene dada por la función de densidad:

$$f_A(x) = \begin{cases} e^{-x} & si\ x > 0 \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases}$$

La duración de las piezas de calidad B tiene por función de densidad:

$$f_B(x) = \begin{cases} 2.e^{-2x} & si\ x > 0 \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases}$$

Se pide:
1º) Probabilidad de que una pieza de calidad A dure más de un año.
2º) Probabilidad de que una pieza de calidad B dure más de un año.
3º) Si se escoge una pieza al azar de toda la producción, y se observa que dura más de un año, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de calidad A?

**2)** Una variable aleatoria X toma los valores –1, 0 y 1 con probabilidades respectivas 1/18, 8/9 y 1/18. Calcular $P(|X-\mu| \geq 3\sigma)$ y comparar ese valor con la acotación correspondiente que proporciona la desigualdad de Tchebychev.

**3)** Un experimento aleatorio consiste en lanzar una moneda, con probabilidad p de obtener cara, hasta que aparecen dos resultados consecutivos distintos o bien hasta que se efectúan un total de cuatro lanzamientos. Se pide:
1º) Determinar la función de masa de probabilidad de la variable aleatoria X que representa el número de lanzamientos.
2º) Comprobar que $\sum_i p(x_i) = 1$.
3º) Calcular E(X) si p=1/3.

**4)** Demostrar las dos siguientes afirmaciones:
1º) La varianza de una variable aleatoria uniforme continua de parámetros [a,b] es $(b-a)^2/12$.
2º) La probabilidad de que una variable aleatoria exponencial sobrepase su media es menor que 0,5.

**5)** Una variable aleatoria continua X tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} kx & si\ \ 0 < x < 1 \\ 2/3 - x/6 & si\ \ 1 \leq x < 4 \\ 0 & en\, el\, resto \end{cases}$$

a) Calcular el valor de *k*. b) Obtener la media y la mediana (valor que deja a su izquierda el 50% de la probabilidad total). c) Si X es menor que 3, ¿cuál es la probabilidad de que además sea menor que 2?

**6)** Sea X una variable aleatoria exponencial de parámetro $\beta$. Calcular: 1º) P(X>5). 2º) P(X>a+2|X>a). 3º) Probabilidad de que X sea menor que su media.

**7)** La variable aleatoria continua W tiene la siguiente función de distribución:

$$F(w) = \begin{cases} 0 & si\ w < 0 \\ 4w/3 & si\ 0 \le w < 1/2 \\ (2w+1)/3 & si\ 1/2 \le w < 1 \\ 1 & si\ w \ge 1 \end{cases}$$

1º) Representar gráficamente F(w). 2º) Calcular la función de densidad. 3º) Obtener la media de W. 4º) Obtener la varianza de W. 5º) Calcular P(1/4<W<5/4).

**8)** Utilizando la distribución binomial, dar la expresión (en función de *n*) de la probabilidad de que al efectuar *n* lanzamientos de dos dados se obtenga más de cinco veces un seis doble. Obtener, de manera aproximada, la probabilidad anterior para el caso n = 72. ¿Cuántos lanzamientos habrán de realizarse para que la probabilidad de obtener algún 3 sea mayor que 0,9?

**9)** Los diseñadores de un nuevo tipo de cabina de avión quieren colocar un interruptor de forma que la mayoría de los pilotos pueda alcanzarlo sin tener que cambiar de posición. Se sabe que la distribución de la distancia máxima, en cm, que pueden alcanzar los pilotos sin moverse, medida desde el respaldo del asiento, es una distribución normal N(125;10). a) Si se pone el interruptor a 120 cm del respaldo del asiento, ¿qué proporción de pilotos no podrá alcanzarlo sin moverse de su asiento? b) ¿Cuál es la distancia máxima desde el respaldo a la que se podría poner el interruptor si queremos que el 95% de los pilotos pueda alcanzarlo sin moverse?

**10)** En el experimento consiste en lanzar un dado dos veces se designan por $X_1$ y $X_2$ los resultados del primer y segundo lanzamiento, respectivamente. Sea X el mayor de los dos resultados: X = *máx*$\{X_1,X_2\}$. Se pide: 1º) Función de distribución de X. 2º) Media de X. 3º) Si A=$\{X_1=2\}$, calcular la función de masa de la variable aleatoria condicionada Y=X|A. 4º) Calcular el momento respecto del origen de orden 3 de la variable aleatoria Y.

**11)** Un fabricante de tornillos vende a unos clientes 12.000 toneladas de tornillos, asegurando que el 1% son defectuosos. Los tornillos son empaquetados en cajas que contienen 1.000 unidades cada una. Se pide: 1º) Calcular la probabilidad de que una caja contenga como mucho 10 tornillos defectuosos. 2º) Los clientes de este fabricante van a realizar un control para asegurarse que no aceptan lotes con muy baja calidad. Este control consiste en inspeccionar 10 cajas cuando llega el pedido y si alguna de ellas contiene más de 15 tornillos defectuosos rechazan el lote. Calcular la probabilidad de rechazar el lote.

**12)** Una caja contiene 200 galletas de pasas. Si el número de pasas por galleta es una variable aleatoria de Poisson de parámetro $\lambda$, se pide: 1º) Probabilidad de que una galleta no tenga pasas. 2º) Si $\lambda$=20 calcular la probabilidad de que una galleta contenga entre 15 y 28 pasas. 3º) Si $\lambda$=4 calcular la probabilidad de que en una caja haya dos galletas sin pasas como máximo.

**13)** Una variable aleatoria continua X tiene por función de densidad $f(x) = ce^{-a|x|}$ para todo $x \in \mathbb{R}$, a $> 0$. Obtener *c*, dibujar la función de densidad y calcular la media de X.