FUNCIONES DE HERGLOTZ Y OPERADORES DE TOEPLITZ.

Juan A. Barceló

Universidad Politécnica de Madrid

Abstract

Una función de Herglotz es una solución de $\Delta u + u = 0, \quad x \in \mathbb{R}^n$, que puede expresarse en la forma

$$u(x) = \int_{\mathbb{S}^{n-1}} g(\omega) e^{ix\cdot\omega} d\sigma(\omega) \qquad \text{para alguna } \ g \in L^2(\mathbb{S}^{n-1}).$$

En esta charla, estudiaremos distintas caracterizaciones de estas funciones y el papel que juegan en el problema de scattering inverso.

Si $\mathcal{W}(\mathbb{R}^2)$ designa el conjunto de las funciones de Herglotz en $\mathbb{R}^2$, definimos el operador de Toeplitz asociado al símbolo $\rho \geq 0$ por

$$T_\rho u(x) = \int_{\mathbb{R}^2} \left(K(x,y)u(u) + \partial_\varphi K(x,y)\partial_\varphi u(y)\right) \frac{\rho(y)}{1+|y|^3} dy \qquad u \in \mathcal{W}(\mathbb{R}^2),$$

donde para $x = re^{i\theta}$ e $y = se^{i\varphi}$,

$$K(x,y) \cong \sum_{n\in\mathbb{Z}} J_n(r)J_n(s)e^{in(\theta-\varphi)}.$$

"Caracterizaremos" los símbolos radiales ρ para los cuales T_ρ es un operador acotado en $\mathcal{W}(\mathbb{R}^2)$.