



ZTF-FCT
Zientzia eta Teknologia Fakultatea
Facultad de Ciencia y Tecnología



Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

FISIKA MODERNOA

3 Gaia

Mekanika Estatistikoaren Sarrera

1. Poker-ean, 52 karta erabiltzen dira, lau palotan bananduta (2,3,4,5,6,7,8,9,10,J,Q,K,A). Jokalari bakoitzak 5 karta jasotzen ditu. Kartak banandu eta gero, zein da jokalari batek hurrengo konbinazioa,

- kolore-eskalera, hau da, palo bereko elkarren segidako bost karta
- poker-a, hau da, balio bereko 4 karta (4 bateko, 4 bosteko, eta abar)
- full-a, hau da, balio bereko hiru karta eta balio bereko bi karta

izateko probabilitatea?

2. Dado bat botako da behin eta berriro 6 zenbakia atera arte. $P(m)$ funtzioak 6 zenbakia, lehenengo aldiz, m . saiakeran ateratzeko probabilitatea adieraziko du.

- Zein dira $P(1)$ eta $P(2)$?
- Orokorrean, zein da $P(m)$ banaketa funtzioa?
- Egiaztatu probabilitate guztien batura m guztietarako 1 dela.
- Zein da m magnitudearen batez bestekoa? Zein da batez besteko horren esangura?

3. Urdin/gorri txanpona N aldiz botatzean, n gorri eta $(N - n)$ urdin ateratzeko probabilitatea ondoko banaketa-funtzioak adierazten du:

$$\Omega(N, n) = \frac{1}{2^N} \frac{N!}{n!(N - n)!}$$

- N zenbakia bikoitia bada, egiaztatu $n < N/2$ denean Ω banaketa-funtzioa gorakorra dela, hau da, $\Omega(N, n) > \Omega(N, n - 1)$ dela.
- N zenbakia bikoitia bada, egiaztatu $n > N/2$ denean Ω banaketa-funtzioa beherakorra dela, hau da, $\Omega(N, n + 1) < \Omega(N, n)$ dela.
- Aurreko bi atalak kontuan hartuta, egiaztatu $\Omega(N, n)$ banaketa-funtzioa maximoa dela $n = N/2$ denean.
- N zenbakia bakoitia bada, egiaztatu $n < (N - 1)/2$ denean Ω banaketa-funtzioa gorakorra dela, hau da, $\Omega(N, n) > \Omega(N, n - 1)$ dela.
- N zenbakia bakoitia bada, egiaztatu $n > (N + 1)/2$ denean Ω banaketa-funtzioa beherakorra dela, hau da, $\Omega(N, n + 1) < \Omega(N, n)$ dela.
- Aurreko bi atalak kontuan hartuta, egiaztatu $\Omega(N, n)$ banaketa-funtzioa maximoa dela $n = (N \pm 1)/2$ denean.

4. Urdin/gorri txanpona N aldiz botatzean, $N/2$ gorri eta $N/2$ urdin ateratzeko probabilitatea honako hau da,

$$\Omega(N, N/2) = \frac{1}{2^N} \frac{N!}{\left(\frac{N}{2}!\right)^2}$$

Emaitza guztien artean, horixe da probableena. N oso handia denean, egoera horrekiko desbideratzeko probabilitatea oso txikia dela egiaztatzeko, honako hau egingo dugu: kalkulatu zein den $(\frac{N}{2} + m)$ eta $(\frac{N}{2} - m)$ ateratzeko probabilitatea. Ondoren, kalkulatu m -ren balioa probabilitate hori maximoaren erdia izateko. Egiaztatu $m \sim \sqrt{N}$ dela, beraz desbideraketa erlatiboa, $m/N \ll 1$ da. Esate baterako, $N = 10^{24}$ bada, 10^{12} txanponetik bat *orekatik* desbideratzeko probabilitatea maximoarenaren erdia da.

Laguntza: berdintza idatzi ondoren, kalkulatu logaritmoa eta erabili Stirling-en adierazpena.

5. Aurreko emaitza era zehatzagoan kalkulatu dugu. Ondoko erlazioa erabiliz,

$$\sum_{n=0}^N \frac{N!}{n!(N-n)!} = 2^N$$

- Egiaztatu n -ren batezbestekoa hau dela,

$$\langle n \rangle = \sum_{n=0}^N n \Omega(N, n) = \sum_{n=0}^N n \frac{1}{2^N} \frac{N!}{n!(N-n)!} = \frac{N}{2}$$

- Egiaztatu n^2 magnitudearen batezbestekoa hau dela,

$$\langle n^2 \rangle = \sum_{n=0}^N n^2 \Omega(N, n) = \sum_{n=0}^N n^2 \frac{1}{2^N} \frac{N!}{n!(N-n)!} = \frac{N(N+1)}{4}$$

- Egiaztatu, desbiazio estandarra hau dela,

$$\Delta n = \sqrt{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2} = \frac{\sqrt{N}}{2}$$

6. Demagun hiru aurpegi dituen objektua erabiltzen dugula txanponaren saiakuntza errepikatzeko. Objektu hori botatzean, aurpegi bakoitza (Gorria, Urdina edo Berdea) ateratzeko probabilitatea berbera dela onartuko da.

- Objektua hiru aldiz bota egiten badugu, zenbat emaitza (mikroegoera) desberdin lortu daitezke? Adieraz ezazu zein diren mikroegoera guztiak.
- Zenbat makroegoera desberdin atera daitezke? Zein da makroegoera bakoitza lortzeko probabilitatea?
- Hiru aldiz bota beharrean, N aldiz botatzen badugu objektua, zein da n_G aldiz gorri, n_U aldiz urdin eta $n_B = N - n_G - n_U$ aldiz berdea ateratzeko probabilitatea?