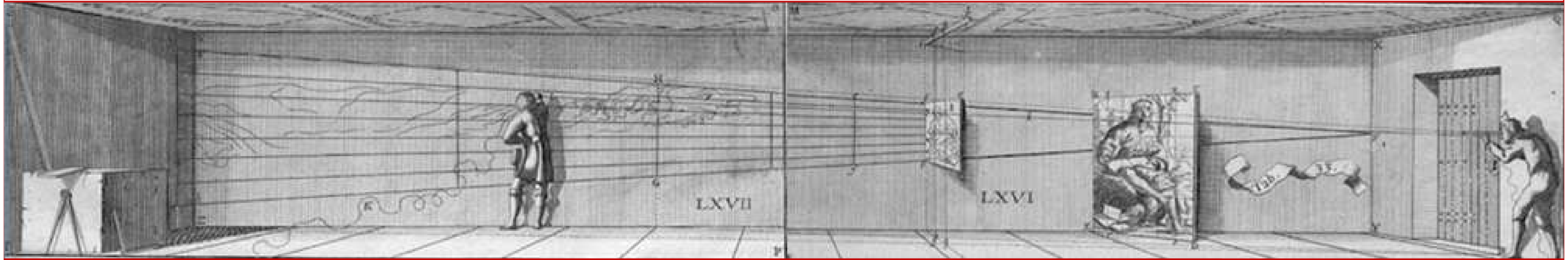
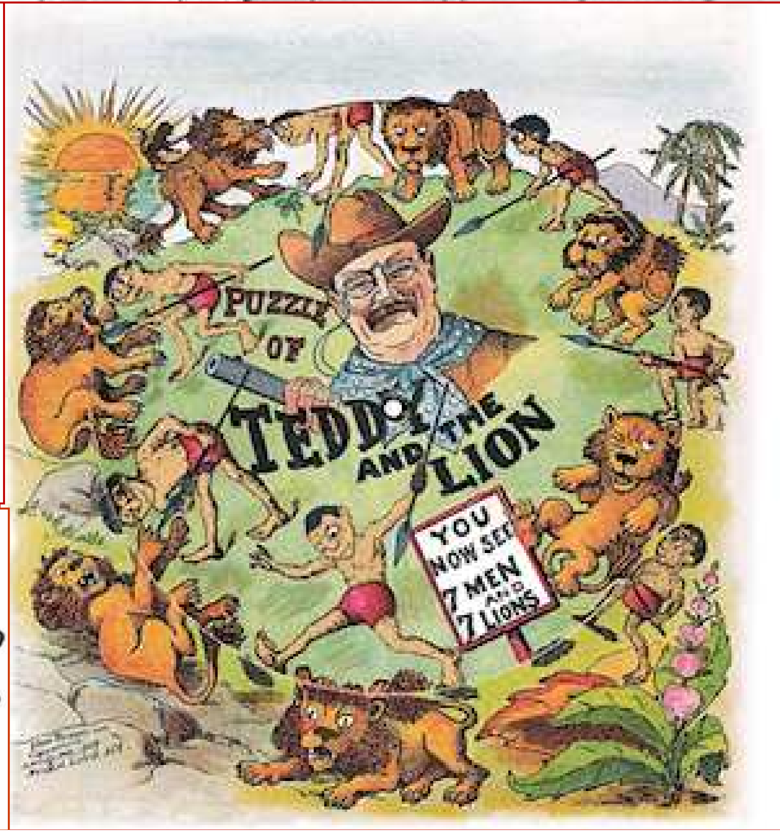
El arte y la ciencia de la paradoja

Marta Macho Stadler, UPV/EHU



$$\infty = \frac{1}{0}$$
$$8 = -10$$
$$0 = -18$$
$$0 = \frac{1}{\infty}$$




MARTILLO ROMPECRISTALES
Romper este cristal
para acceder al
martillo
YONKIS.COM


LA SIEMPRE ABIERTA
Tnos. 941 274 124 - 692 395 673
Latino

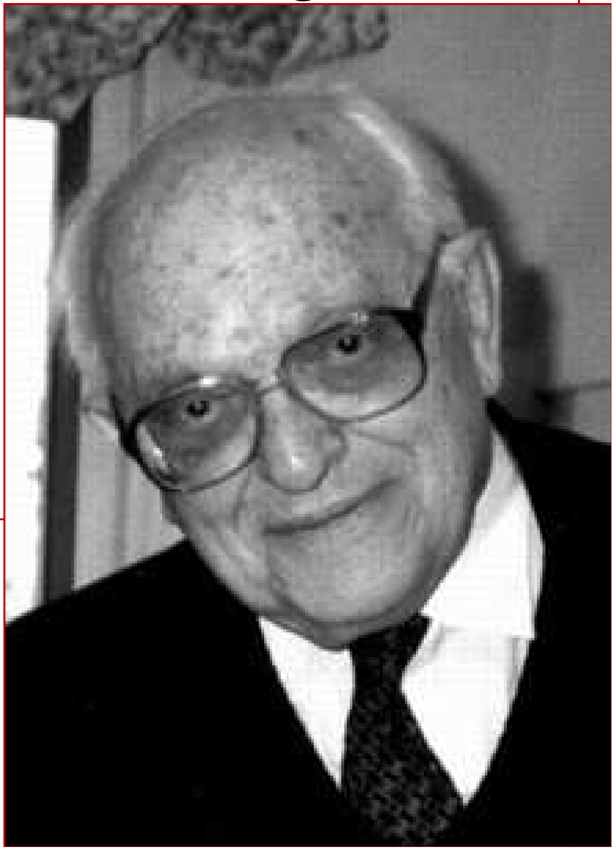

LA SIEMPRE ABIERTA
Tnos. 941 274 124 - 692 395 673
Tipica Sabor Latino
oferta
Boomerang
CAMISETA M/C
ALGODÓN
COLORES LISOS
una- 6€
dos- 15€


50
AVEINTE


N-120
ORENSE
MONFORTE
N-120
ORENSE
MONFORTE

IDÍGORAS Y PACHI

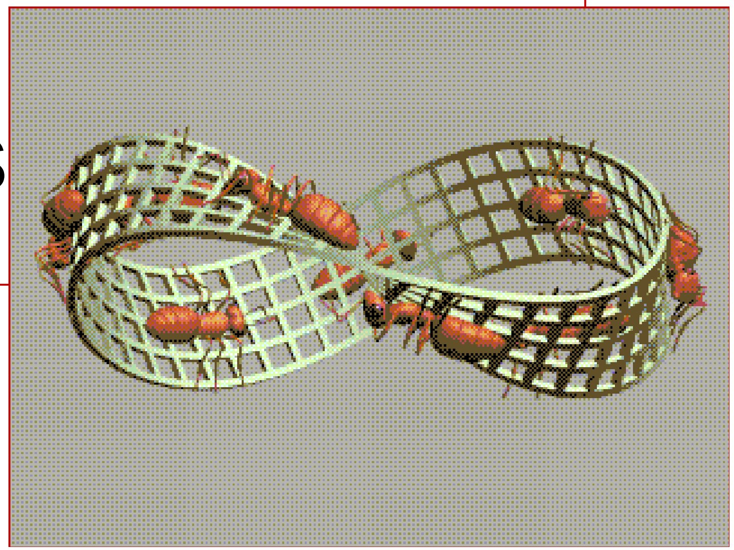
Las paradojas han tenido un papel crucial en la historia intelectual, a menudo presentando los desarrollos revolucionarios de las ciencias, de las matemáticas y de la lógica. Cada vez que, en cualquier disciplina, aparece un problema que no puede resolverse en el interior del cuadro conceptual susceptible de aplicarse, experimentamos un choque, choque que puede constreñirnos a rechazar la antigua estructura inadecuada y a adoptar una nueva.
Es a este proceso de mutación intelectual al que se le debe el nacimiento de la mayor parte de las ideas matemáticas y científicas.



Escapar a la paradoja, 1967
Anatol Rapoport (1911-2007)

Guión de la charla

1. Paradojas del infinito
2. Paradojas geométricas
3. Paradojas lógicas
4. Otras paradojas: predicciones y opiniones
5. Paradojas topológicas



1. Paradojas del infinito

Los enajenados, los nerviosos, los insensatos tienen, más que otros, relación con el infinito, porque los límites, los que encierran al hombre común y le impiden derramarse más allá de sí mismo, como la leche se derrama de una cazuela… estos límites han cedido. Siempre. Y eso, es el infinito.

Denis Guedj, *Villa des hommes* (2007)

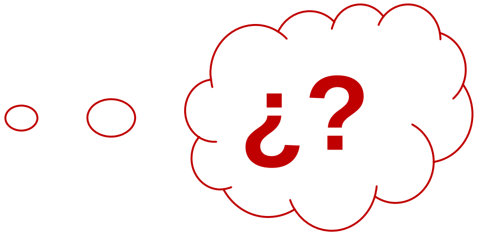
Guy Billout

¡Bienvenidas(os) al Hotel Infinity!

Érase una vez ***Hotel Infinity***, un hotel con infinitas –en cantidad numerable– habitaciones, es decir, ordenadas del modo 1, 2, 3, 4, 5, etc.–. Su eficiente recepcionista –**John Torrance**– tiene la misión de asegurar el cumplimiento del lema del hotel: ***Se garantiza el alojamiento de cualquier nuevo huésped.***

John Torrance

Llega un hombre al hotel que se encuentra lleno…



Llega un hombre al hotel que se encuentra lleno…

El recepcionista, fiel al lema del *Hotel Infinity* solicita por megafonía a todas y todos sus clientes…

¡Cámbiate de tu habitación *n* a la habitación *n+1*, por favor!

Así, la habitación número 1 queda libre para el nuevo huésped…

Llega un hombre al hotel que se encuentra lleno…

El recepcionista, fiel al lema del *Hotel Infinito* solicita por megafonía a todas y todos sus clientes…

¡Cámbiate de tu habitación *n* a la habitación *n+1*, por favor!

Así, la habitación número 1 queda libre para el nuevo huésped…

¿Y qué pasa con el huésped que se encontraba en la última habitación?

Llega un hombre al hotel que se encuentra lleno…

El recepcionista, fiel al lema del *Hotel Infinito* solicita por megafonía a todas y todos sus clientes…

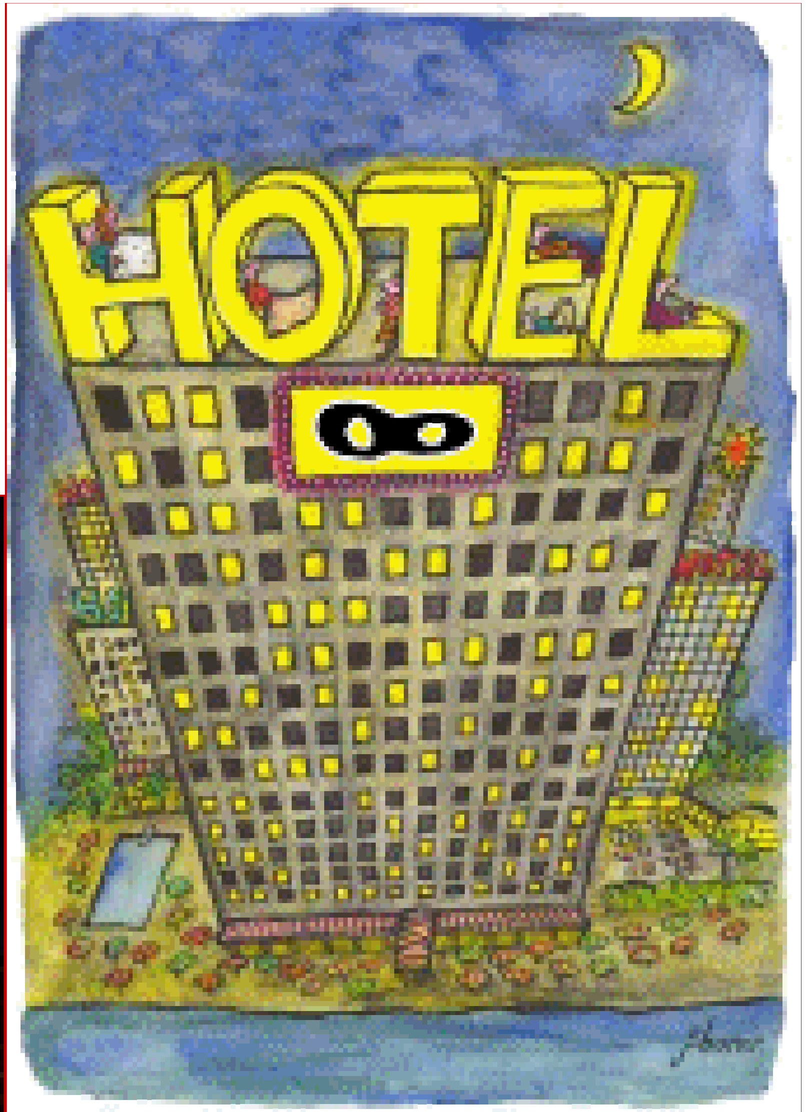
¡Cámbiate de tu habitación
***n* a la habitación *n+1*,**
por favor!

Así, la habitación número 1 queda libre para el nuevo huésped…

¿Y qué pasa con el huésped que se encontraba en la última habitación?...

… no existe la "última habitación"...

Llega al *Hotel Infinity* (que está lleno) una excursión con infinitos pensionistas (numerados)…

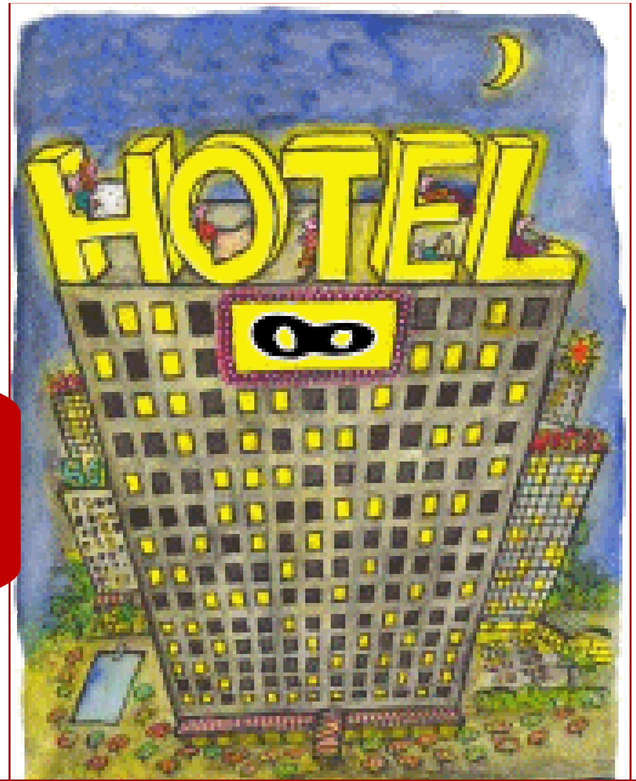


Llega al *Hotel Infinity* (que está lleno) una excursión con infinitos pensionistas (numerados)…

¡Cámbiate de tu habitación *n* a la habitación 2*n*, por favor!

Llega al *Hotel Infinity* (que está lleno) una excursión con infinitos pensionistas (numerados)…

¡Cámbiate de tu habitación *n* a la habitación 2*n*, por favor!



De esa forma todas las y los huéspedes se mudan a una habitación par, y las habitaciones impares quedan libres...

Esa noche, el tiempo cambia radicalmente… una terrible tormenta se declara y la lluvia cae sin cesar. Infinitas excursiones –numeradas– con infinitos ***Boy Scouts*** –numerados cada uno dentro de su propia excursión– deben dejar sus campamentos inundados y llegan a ***Hotel Infinity*** (sigue estando lleno).

Esa noche, el tiempo cambia radicalmente… una terrible tormenta se declara y la lluvia cae sin cesar. Infinitas excursiones –numeradas– con infinitos ***Boy Scouts*** –numerados cada uno dentro de su propia excursión– deben dejar sus campamentos inundados y llegan a *Hotel Infinity* (sigue estando lleno).

Si el número de tu habitación *h* es un primo o una potencia de un primo, por favor, eleva 2 al número *h* de tu habitación y ve a la habitación 2^h.

Esa noche, el tiempo cambia radicalmente… una terrible tormenta se declara y la lluvia cae sin cesar. Infinitas excursiones –numeradas– con infinitos ***Boy Scouts*** –numerados cada uno dentro de su propia excursión– deben dejar sus campamentos inundados y llegan a *Hotel Infinity* (sigue estando lleno).

Si el número de tu habitación *h* es un primo o una potencia de un primo, por favor, eleva 2 al número *h* de tu habitación y ve a la habitación 2^h.

Una vez vaciadas estas habitaciones, John asigna a cada una de las excursiones un número primo y a cada uno de los niños de cada una de las excursiones un número impar: la habitación que debe ocupar ese niño se calcula tomando el número primo de su excursión p y elevándolo al número impar a él asignado n, lo que da el número p^n.

Cruella muere y va al infierno. El diablo le propone un juego al que sólo podrá jugar una vez. Si gana, irá al cielo, y si pierde arderá para siempre en el infierno.

Cruella muere y va al infierno. El diablo le propone un juego al que sólo podrá jugar una vez. Si gana, irá al cielo, y si pierde arderá para siempre en el infierno.

Cruella sabe además que si juega el juego el primer día, tiene 1/2 de posibilidades de ganar, si apuesta el segundo tiene 2/3 de posibilidades de vencer, el tercer día 3/4, al cuarto 4/5, y así sucesivamente.
Si permanece más días en el infierno antes de jugar, se incrementan las posibilidades de ganar, ya que:

$$\mathbf{(n-1)/n < n/(n+1).}$$

¿Cuál es el momento más razonable para que juegue Cruella?

Cruella muere y va al infierno. El diablo le propone un juego al que sólo podrá jugar una vez. Si gana, irá al cielo, y si pierde arderá para siempre en el infierno.

Cruella sabe además que si juega el juego el primer día, tiene 1/2 de posibilidades de ganar, si apuesta el segundo tiene 2/3 de posibilidades de vencer, el tercer día 3/4, al cuarto 4/5, y así sucesivamente.

Todo incremento en la probabilidad de ganancia de un juego con apuesta infinita tiene utilidad infinita. Por ejemplo, si espera un año para jugar, sus posibilidades de ganar son de 365/366=0,997268, pero si espera un año y un día, sus posibilidades de ganar son de 366/367=0,997275, es decir, se incrementan en 0,000007. Aún así, 0,000007 multiplicado por infinito es infinito...

Cruella muere y va al infierno. El diablo le propone un juego al que sólo podrá jugar una vez. Si gana, irá al cielo, y si pierde arderá para siempre en el infierno.

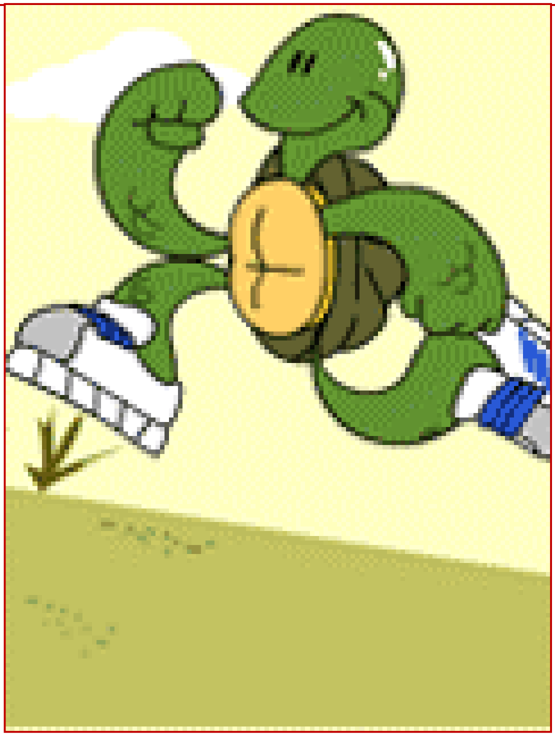
Cruella sabe además que si juega el juego el primer día, tiene 1/2 de posibilidades de ganar, si apuesta el segundo tiene 2/3 de posibilidades de vencer, el tercer día 3/4, al cuarto 4/5, y así sucesivamente.

Por otro lado, parece razonable suponer el coste por retrasarse un día en el juego como finito: es un día más de sufrimiento en el infierno. Así, el supuesto beneficio infinito que supone un retraso excederá siempre ese coste. Esta lógica parece sugerir que **Cruella** debería esperar eternamente para jugar. Pero, esta estrategia debe ser por la misma razón rechazada: ¿por qué quedarse para siempre en el infierno con la esperanza de incrementar la posibilidad de abandonarlo? Para hacer esto, **¿no sería mejor arriesgarse y jugar?**

no me quieras mentir zenon amigo
la flecha horadara mi corazon
por mas infinitud de infimos trayectos que ha de cubrir

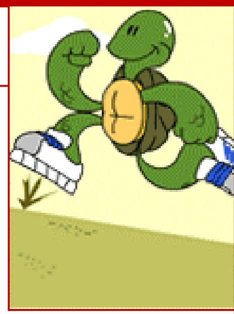
Jesús Malia, *A Zenón de Elea* en *La cinta de Moebius* (2007)

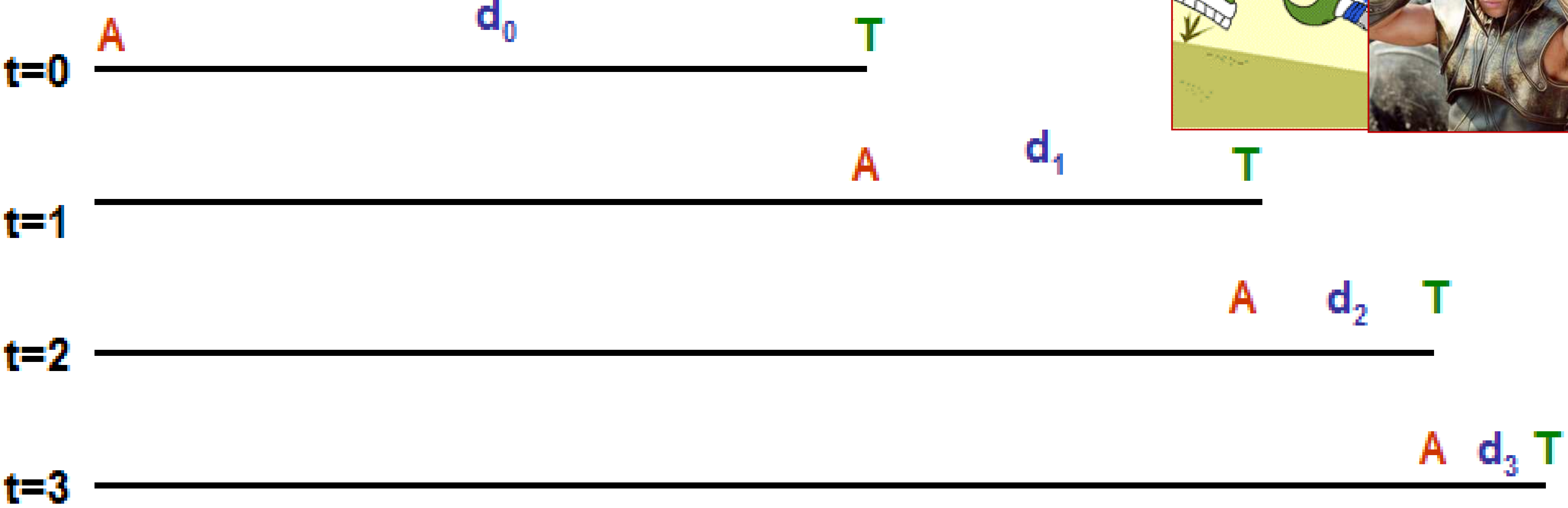
Se arregla una carrera entre Aquiles y la tortuga. Como Aquiles es mucho más veloz que la tortuga –y es un héroe– permite una cierta ventaja al ‘lentísimo’ animal.



Se arregla una carrera entre Aquiles y la tortuga. Como Aquiles es mucho más veloz que la tortuga –y es un héroe– permite una cierta ventaja al ‘lentísimo’ animal.

La prueba asombrosa de Zenón es que Aquiles no puede nunca alcanzar a la tortuga, independientemente de lo rápido que corra y de lo larga que sea la carrera: cada vez que el perseguidor llega a un lugar donde ha estado el animal, la tortuga se adelanta un poco...

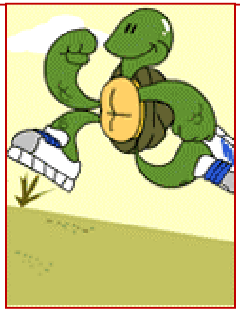




Se arregla una carrera entre Aquiles y la tortuga. Como Aquiles es mucho más veloz que la tortuga –y es un héroe– permite una cierta ventaja al ‘lentísimo’ animal.

La prueba asombrosa de Zenón es que Aquiles no puede nunca alcanzar a la tortuga, independientemente de lo rápido que corra y de lo larga que sea la carrera: cada vez que el perseguidor llega a un lugar donde ha estado el animal, la tortuga se adelanta un poco...

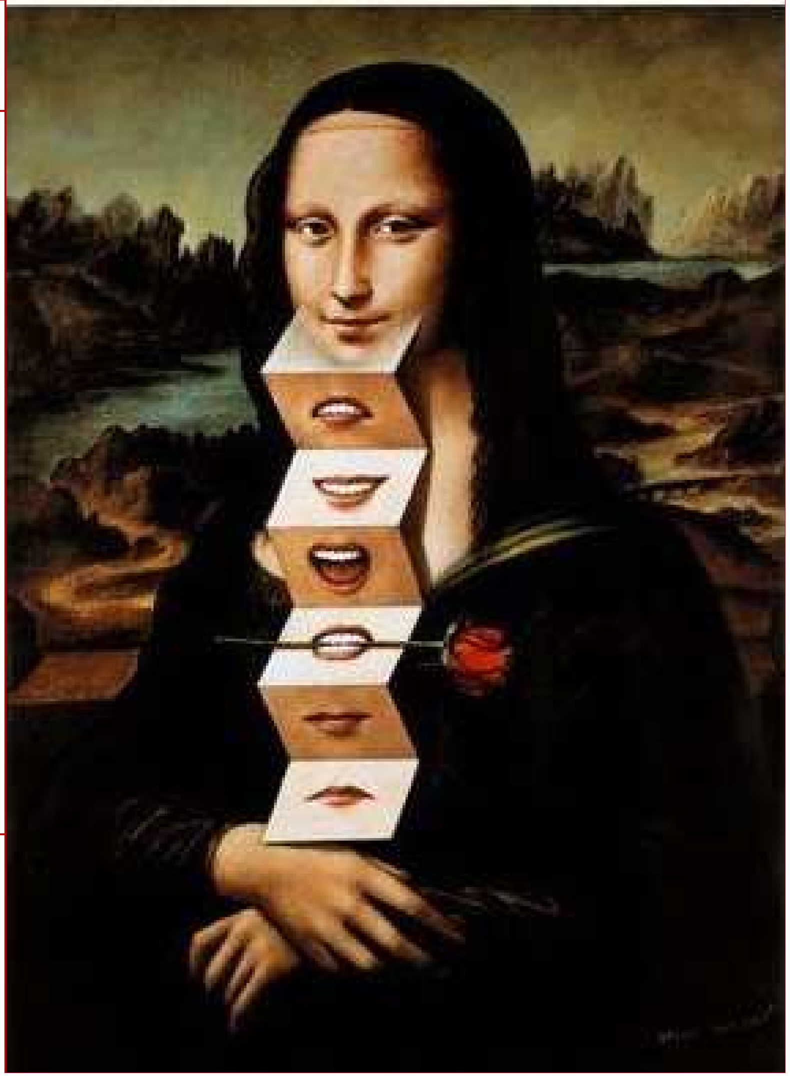
La paradoja aparece al pensar que todo intervalo de tiempo –o de espacio– es infinitamente divisible.



2. Paradojas geométricas

Estoy empeñado
en palabras plurales.
En cuanto llegue,
te prometo dos,
redondas como dos círculos.
Imposiblemente iguales.

Mikel Varas, *A palabrazos* en *Negro contra luz* (2012)



Rafal Olbinski
***Ensayo para un icono (Mona Lisa),* 2001**

Los Embajadores (1533)

Holbein el joven (1497-1543)

National Gallery de Londres


Jean de Dinteville
(1504-1555),
embajador francés
en Inglaterra.


Jean de Dinteville (1504-1555), embajador francés en Inglaterra.
Georges de Selve (1508-1541) obispo de Lavaur.


Jean de Dinteville (1504-1555), embajador francés en Inglaterra.
Georges de Selve (1508-1541) obispo de Lavaur.
Relojes solares, un globo terráqueo, instrumentos de navegación y de astronomía, libro de aritmética,...

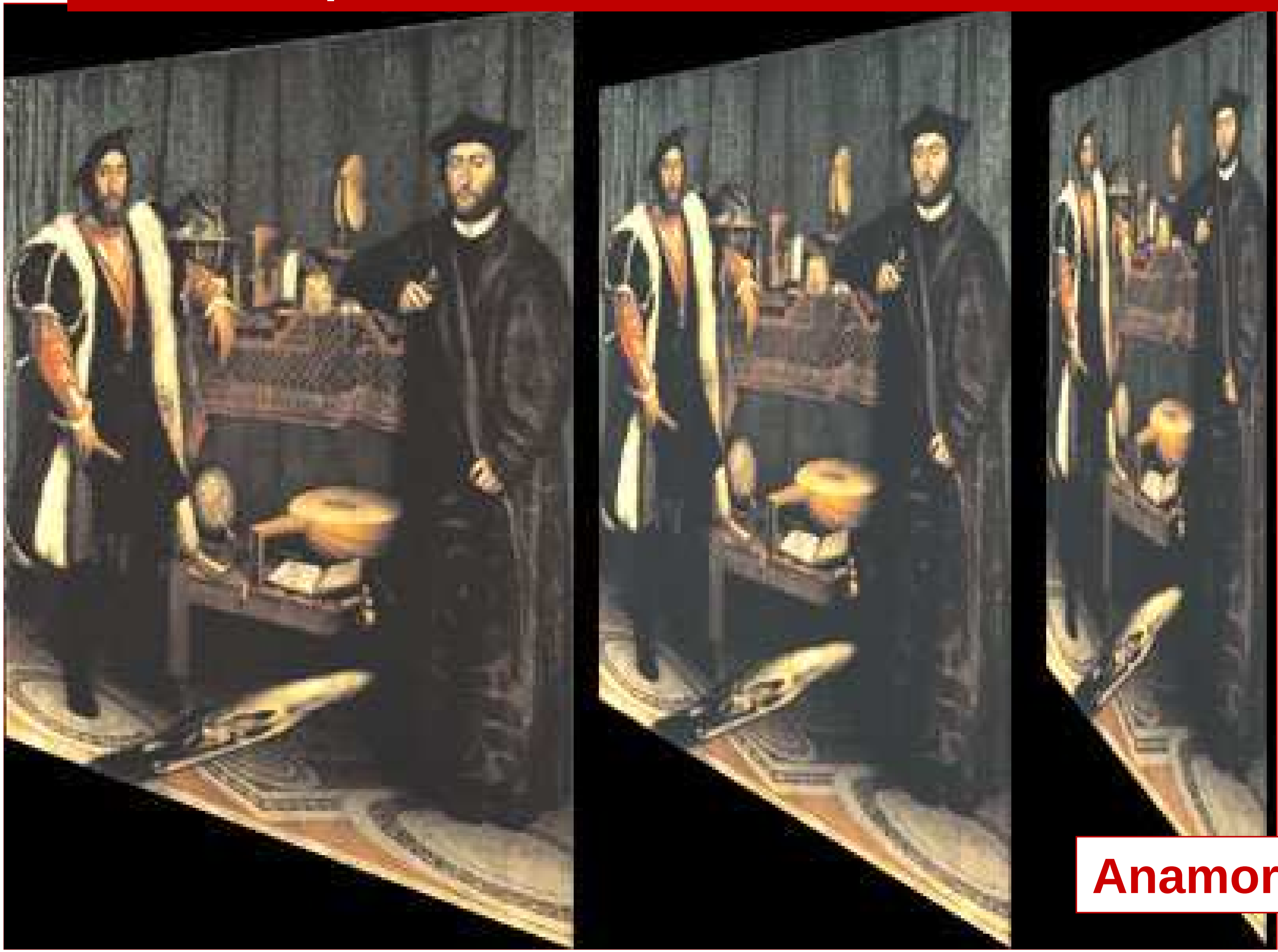

Jean de Dinteville
(1504-1555),
embajador francés
en Inglaterra.
Georges de Selve
(1508-1541)
obispo de Lavaur.
¿Y esto?
Relojes solares, un globo
terráqueo, instrumentos de
navegación y de astronomía,
libro de aritmética,...

Antes de descubrirlo,... un poco de historia. Fecha: 11 de abril de 1533.

Poco tiempo antes, Enrique VIII solicitaba al papa Clemente VII anular su matrimonio con Catalina de Aragón, ya que de su unión no había nacido ningún heredero varón. El papa no accede a este favor, lo que no impide al monarca desposar en secreto a Ana Bolena el 25 de enero de 1533.
A principios de abril, Thomas Cranmer, el arzobispo de Canterbury, anula el matrimonio con Catalina y declara a Ana Bolena Reina de Inglaterra.

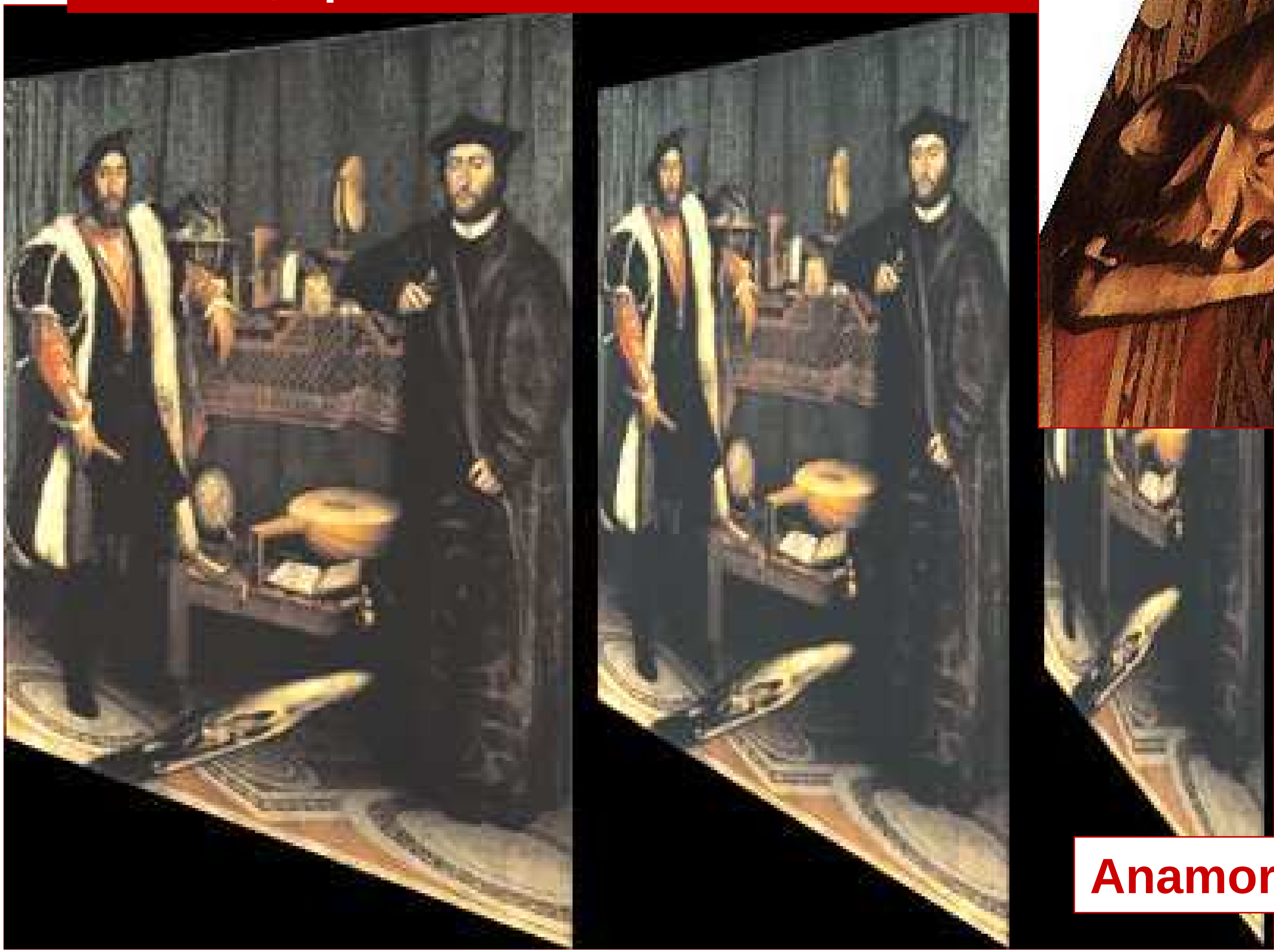
El hecho no tiene precedentes, y se envía una embajada francesa para intentar una reconciliación con el papa: dos de estos embajadores están representados en el cuadro.

Y, al salir de la sala, al mirar el cuadro desde otro punto de vista, aparece…



Anamorfosis...

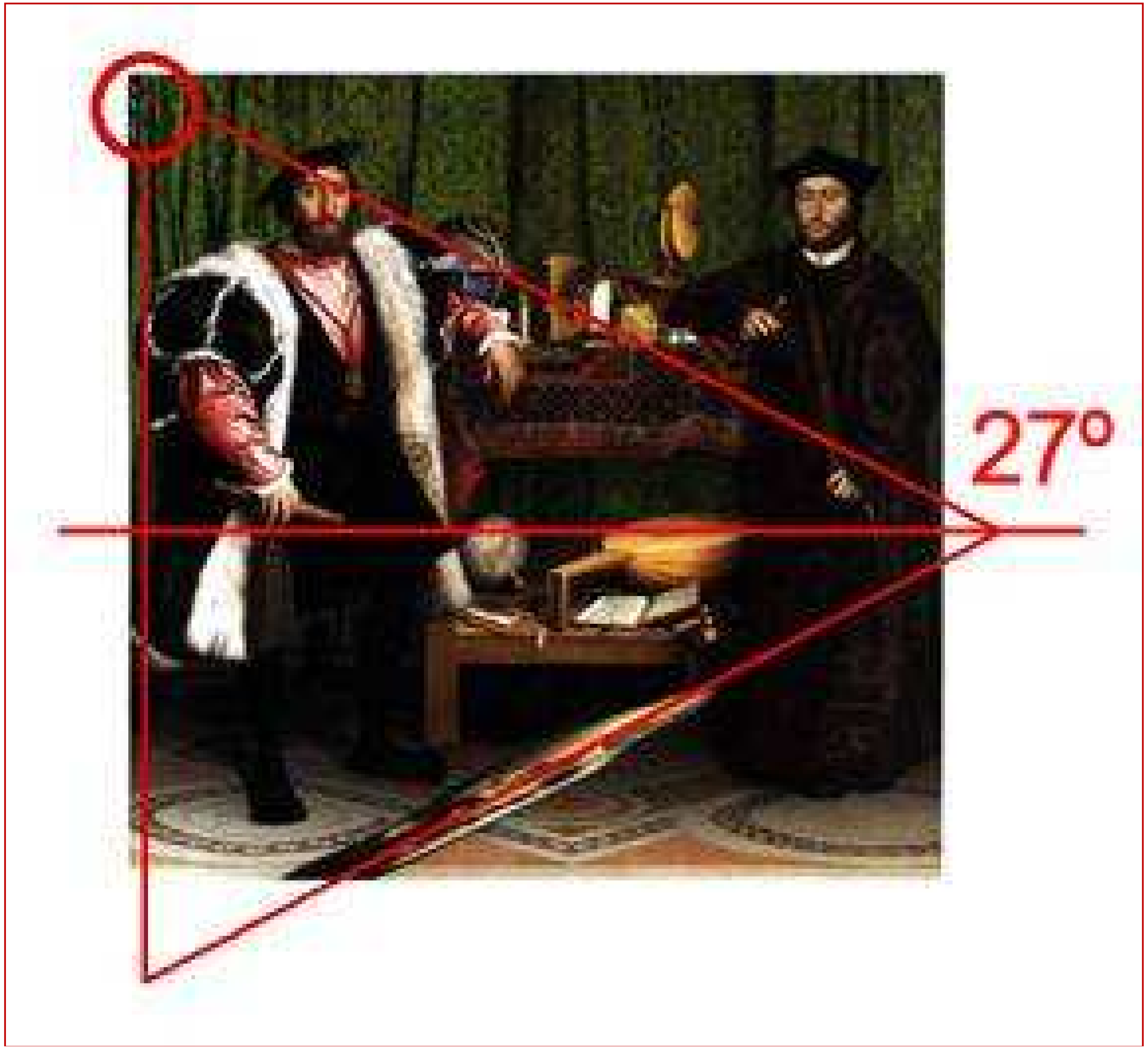
Y, al salir de la sala, al mirar el cuadro desde otro punto de vista, aparece…



Anamorfosis...

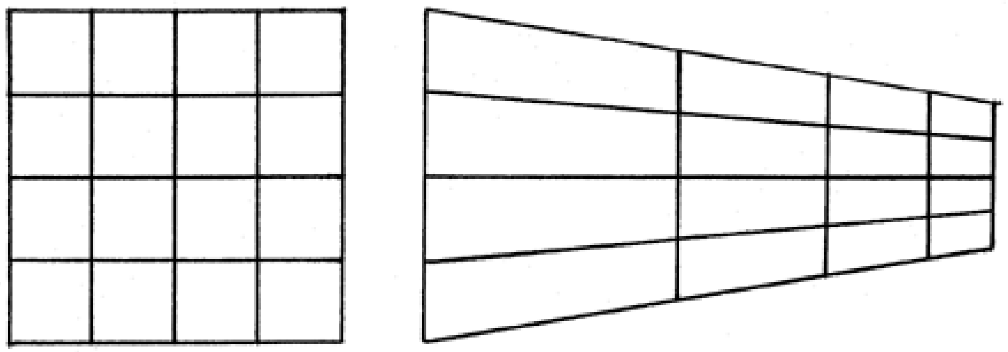
¿Firma del pintor? HOLBEIN = (bein) hueso (hohl) hueco

¿Muerte de la dinastía (Los Tudor)?



¿Qué es una anamorfosis?

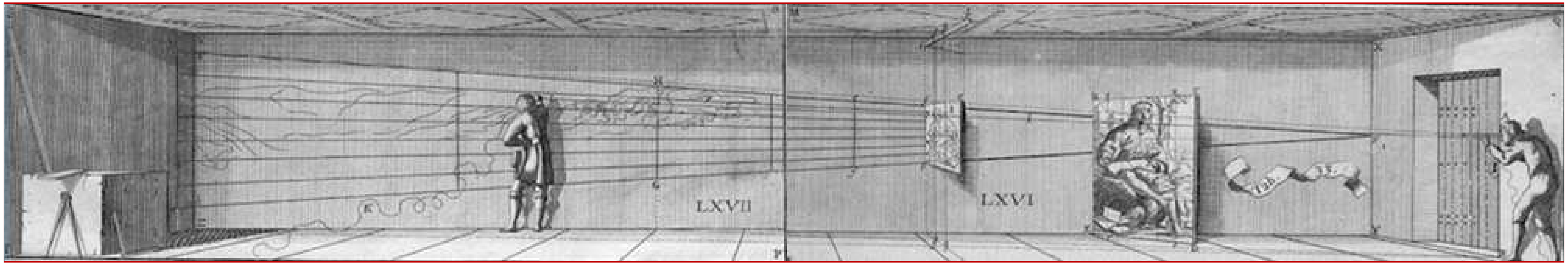
Una anamorfosis es una deformación reversible de una imagen a través de procedimientos matemáticos u ópticos.



En este grabado de Durero, el artista usa un retículo (velo de Alberti) para guardar las proporciones de la modelo.

¿Y si no se coloca el enrejado de forma perpendicular?

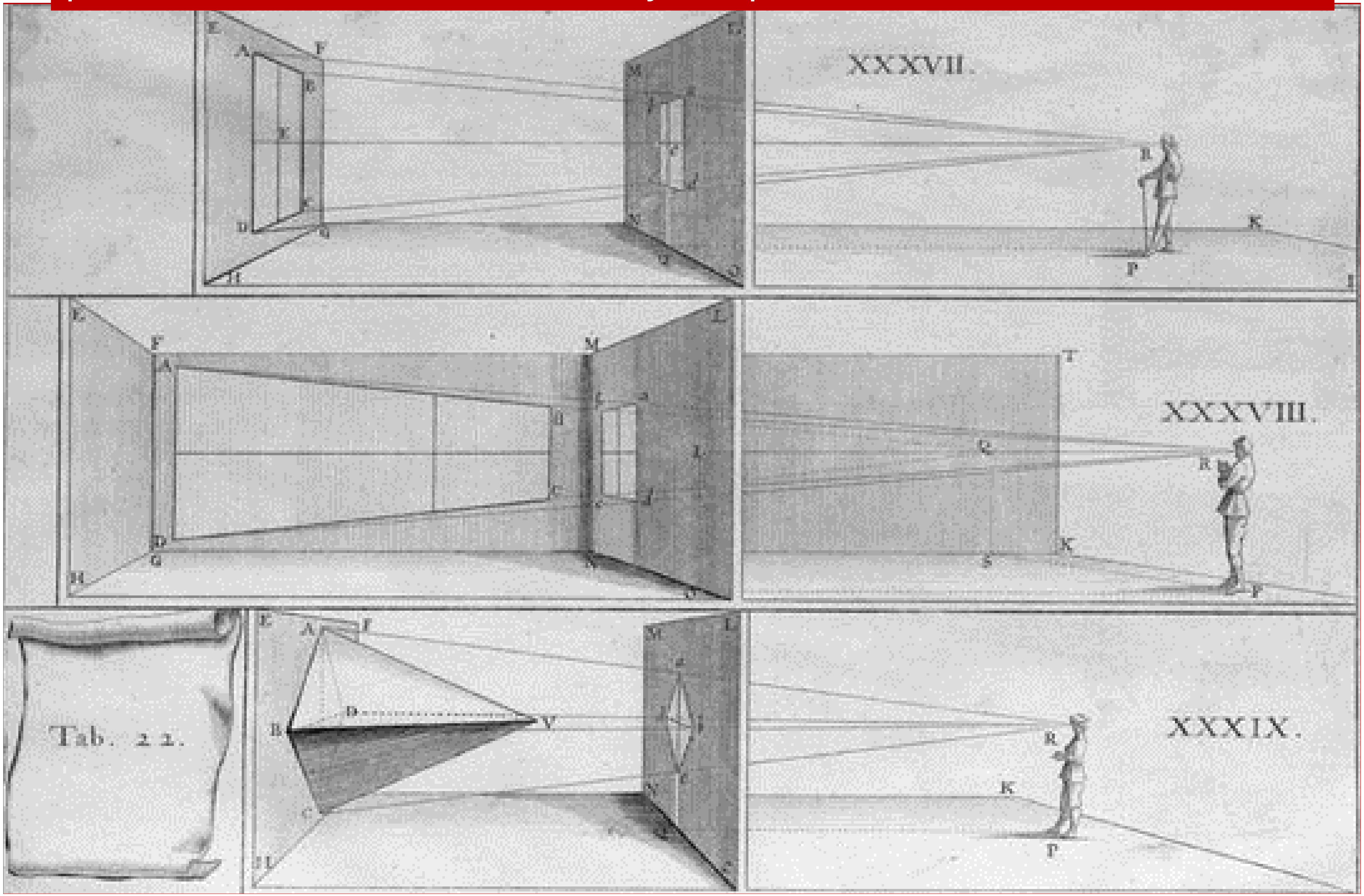
La anamorfosis de *Los Embajadores* es de ***tipo oblicuo***



San Juan Evangelista en Patmos, fresco ejecutado en los conventos de los Mínimos en Roma 1642 y en Paris 1644.

Hay anamorfosis de muchos tipos: cilíndricas, cónicas, piramidales, o combinaciones de varias de ellas.

Imagen cualquiera manteniendo las proporciones –preservando la perspectiva–, una anamorfosis oblicua y una piramidal.

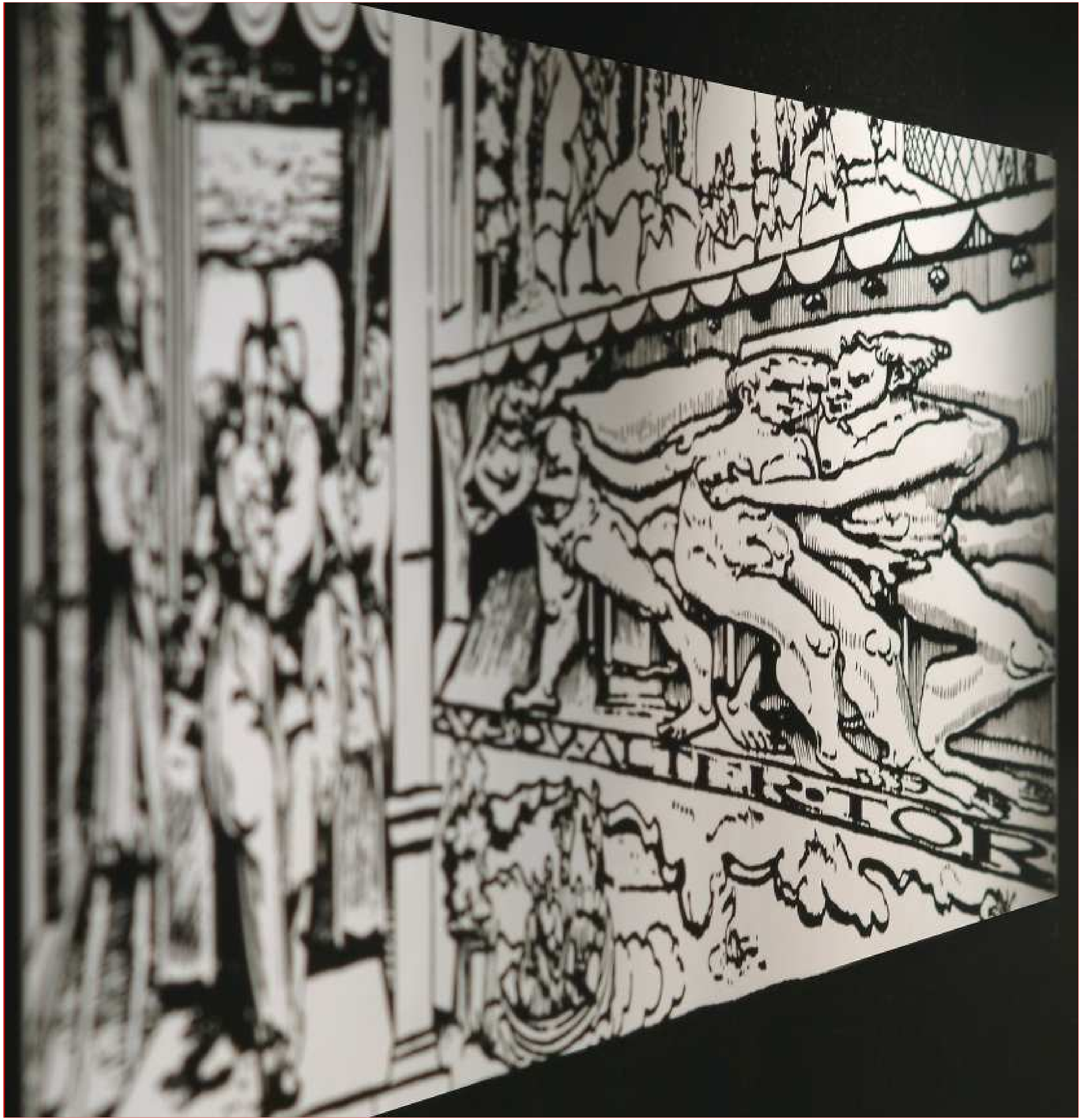


Erhard Schön (*Aus*, *du alter Tor*!, 1538). En la imagen de la izquierda aparece un viejo cortejando a una joven mientras ella le roba la bolsa de dinero –o toma el dinero como pago a ‘sus favores’–y se la da a un joven escondido tras la cortina –¿su amante?, ¿su proxeneta? –.

En la imagen distorsionada de la derecha se puede ver frontalmente un paisaje, con cazadores y unas extrañas líneas.

Al observarla desde el ángulo correcto, se descubre el final de la historia: la mujer expulsa al anciano, mientras ella y su amante se dedican a ‘otras actividades’’.

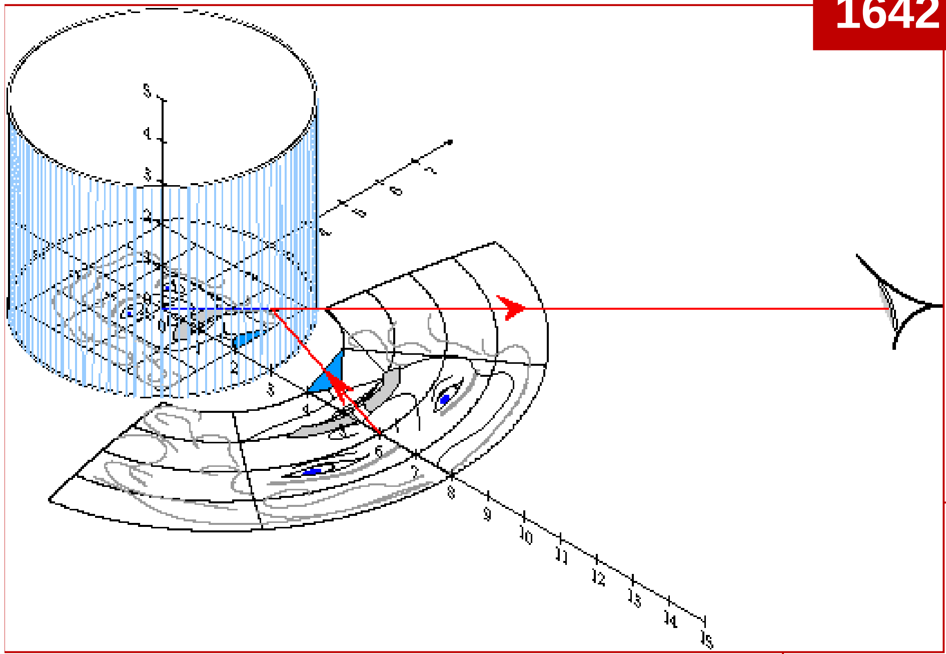
Schön esconde de este modo una escena erótica que no podía aparecer de manera explícita.



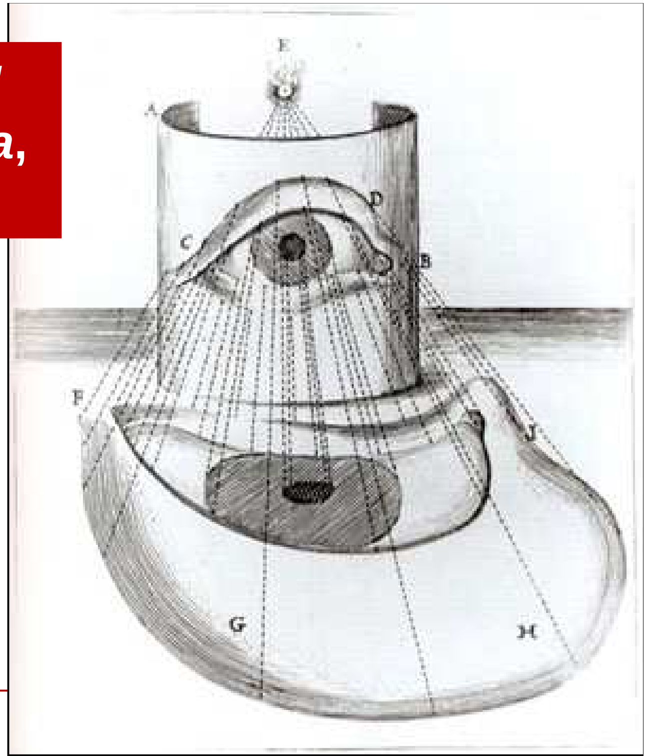
Luz nas Vielas : proyecto de arte urbano participativo en la favela Vila Brâsilandia, São Paulo de **Boa Mistura**

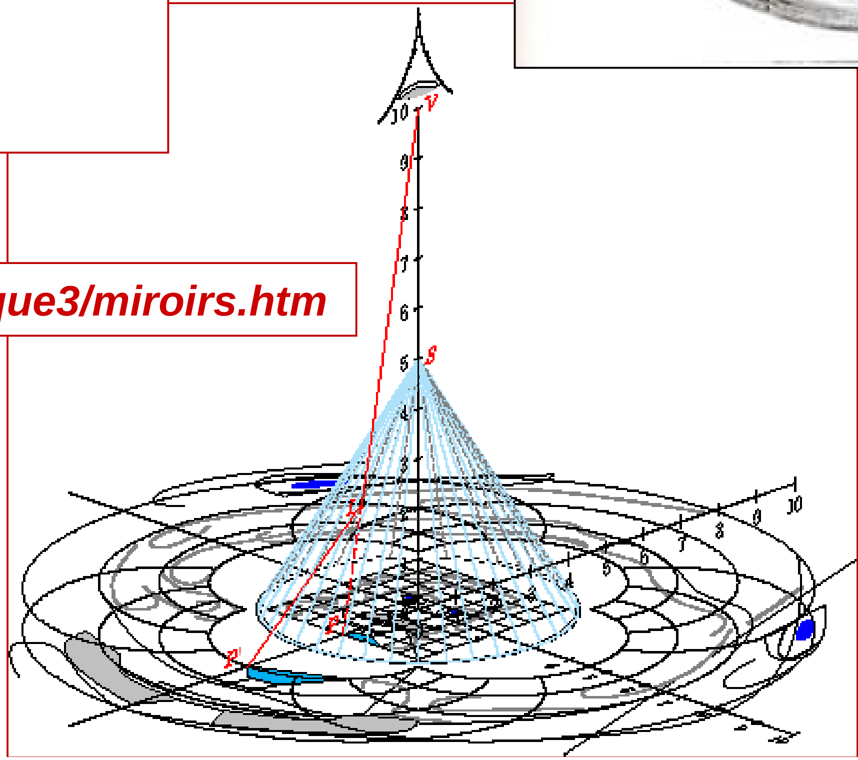

ORGULHO
25

Anamorfosis cilíndrica



Mario Bettini, *L'Oeil du cardinal Colonna*, 1642





http://members.aol.com/ManuelLuque3/miroirs.htm

Anamorfosis cónica

Siglo XVIII
Museo del Cinema de Girona

Anamorfosis cilíndricas

István Orosz: *La isla misteriosa...*

István Orosz

La isla misteriosa y el retrato de Julio Verne

Jonty Hurwitz

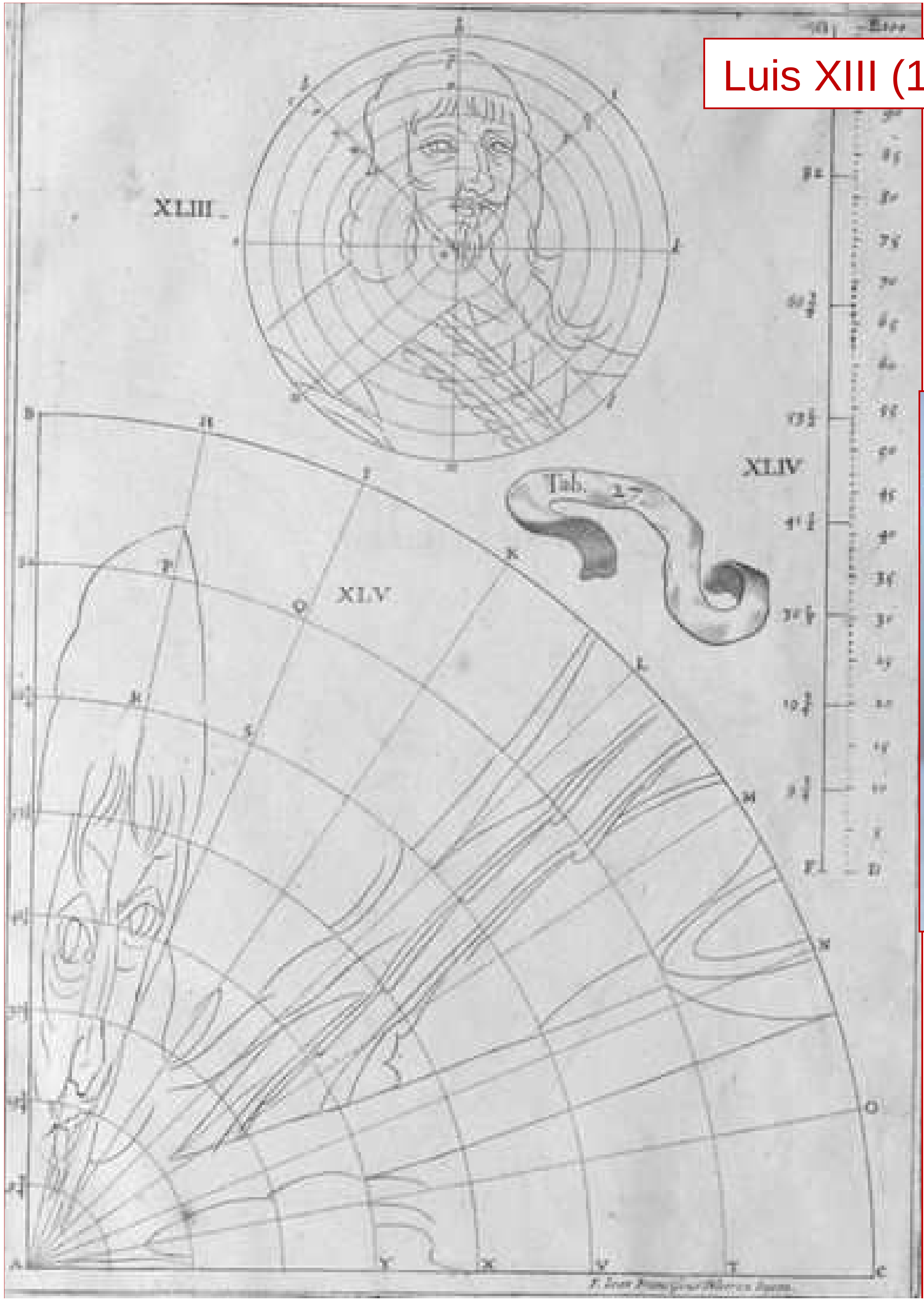
Lo importante es no dejar de hacerse preguntas (Albert Einstein)

Casa de las Ciencias de Logroño

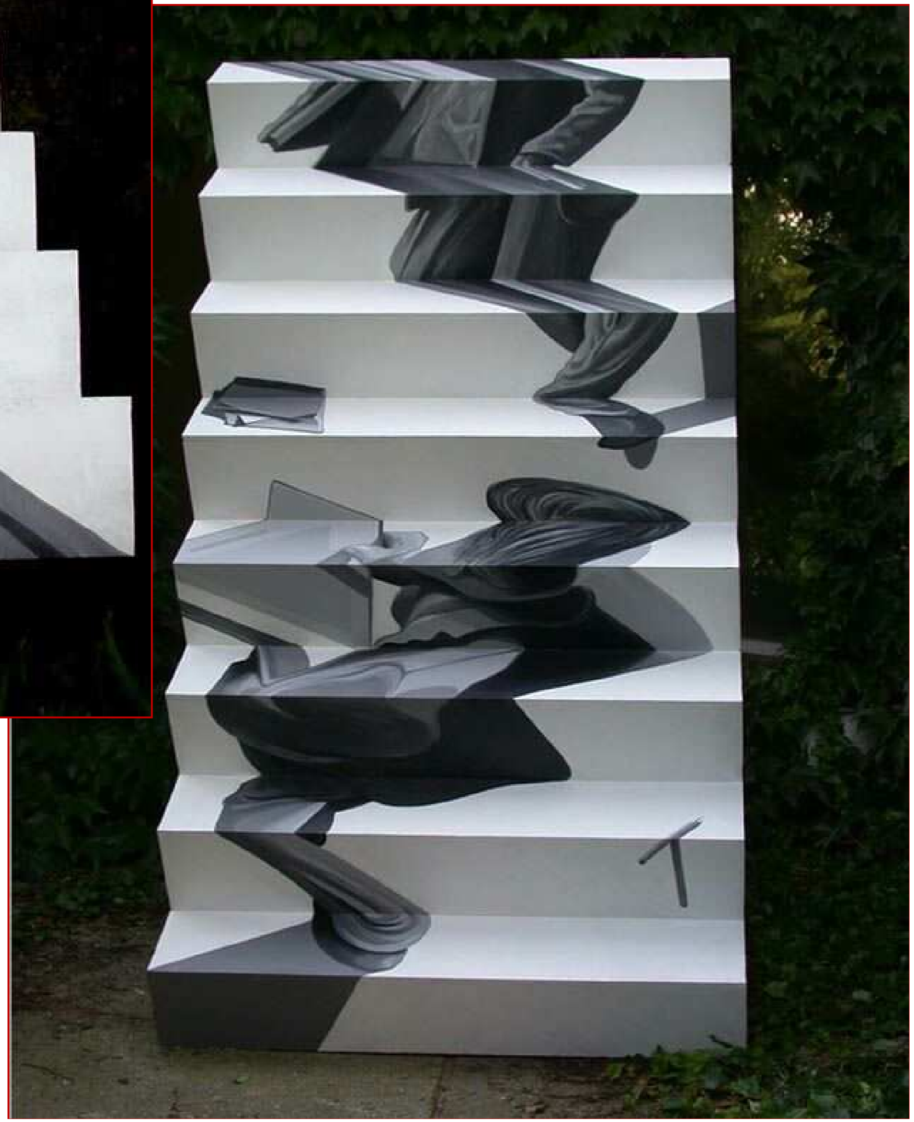
La escultura de Domingo García y Antonio J. Lombillo es un tronco de cono invertido de acero inoxidable y de 2,5 metros de altura.

Anamorfosis cónica

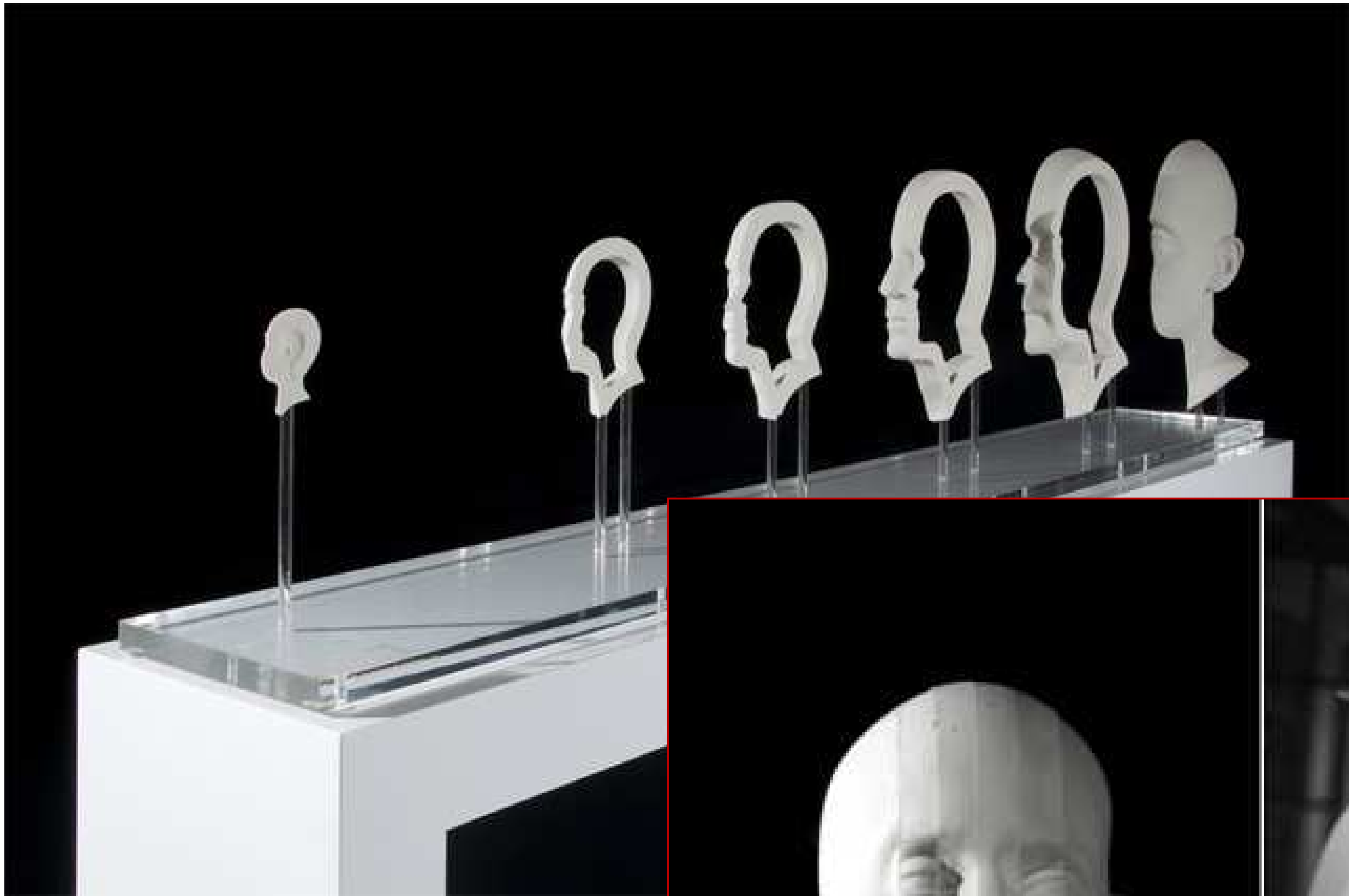
Luis XIII (1638)

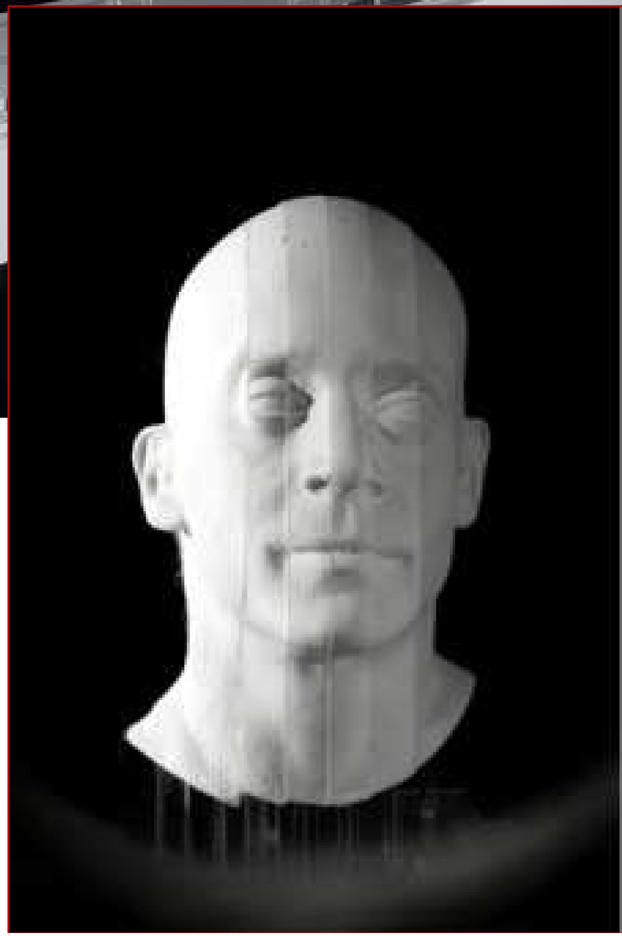


Siglo XVIII
Museo del Cinema de Girona



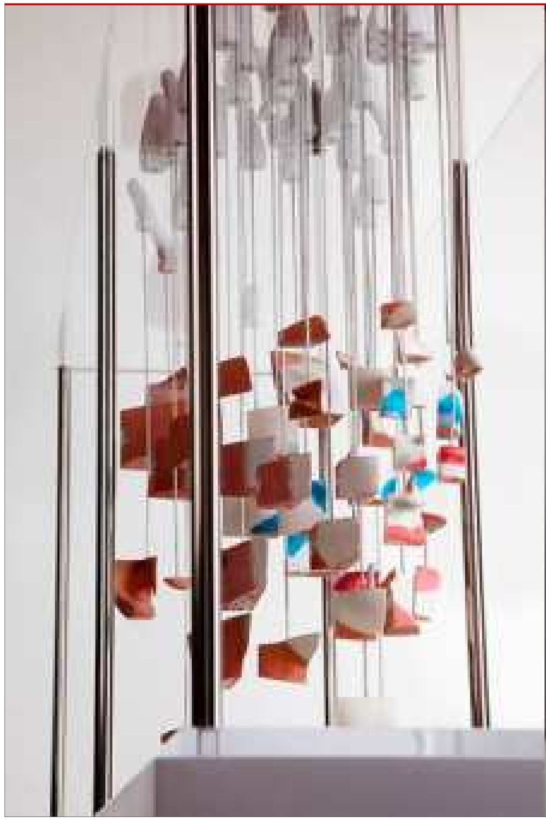
István Orosz



Esculturas anamórficas

Jonty Hurwitz



Esculturas anamórficas

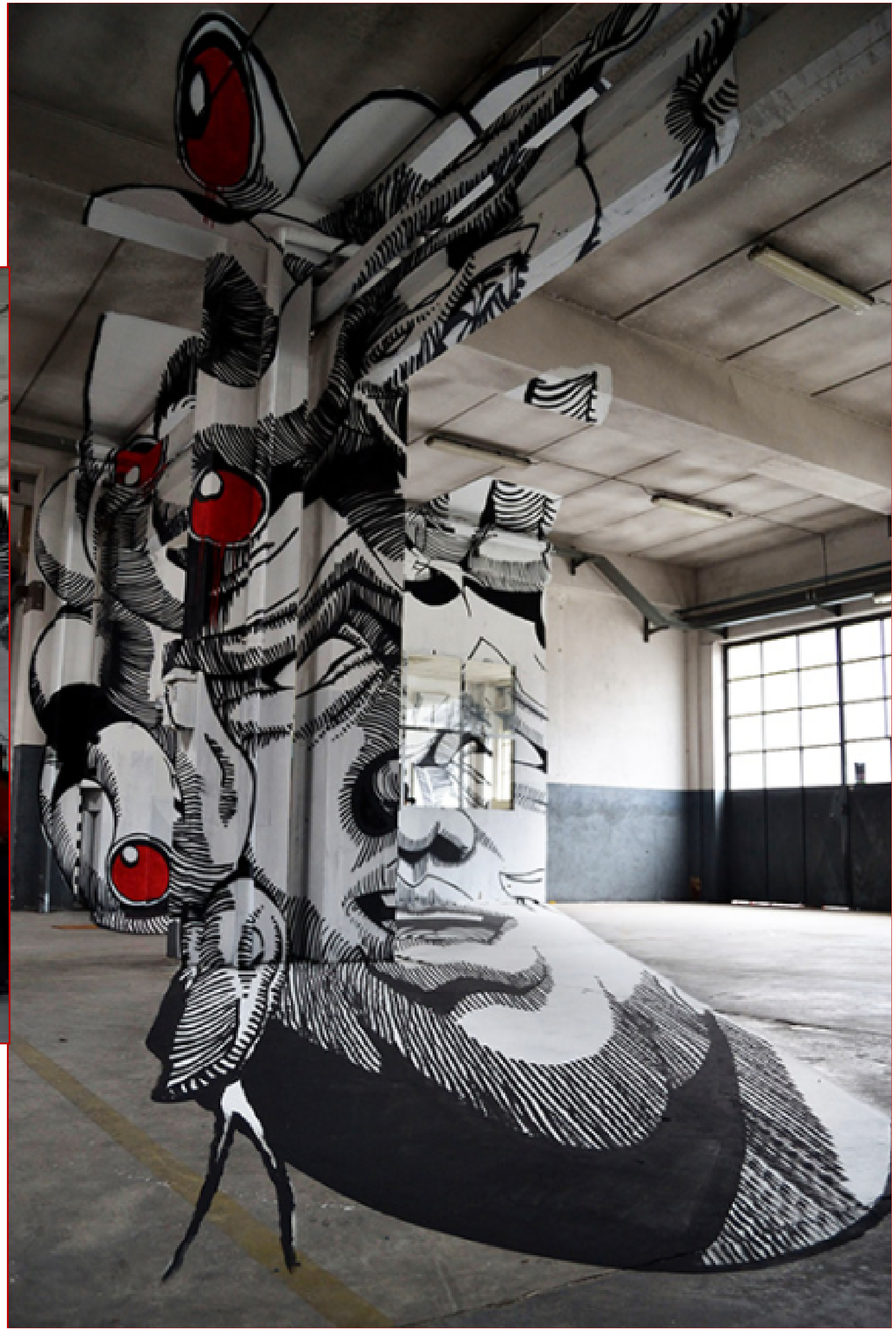
Jonty Hurwitz

Deceptive outward appearance (***http://olemartinlundbo.com/***) de ***Ole Martin Lund Bo*** (***Apariencia externa engañosa***).


(receptive outward appearance)


Le temps déployé es una anamorfosis en 3D de Yves Charnay. Es un dodecaedro de acero inoxidable y aluminio, con una altura de 5 metros, una anchura de 6 y una profundidad de 11…





En la mitología griega, ***Medusa*** era la más terrible de las hermanas Gorgonas:
de su cabeza -en lugar de cabellos- salían serpientes venenosas y cualquiera que la mirara quedaba instantáneamente convertido en estatua de piedra.

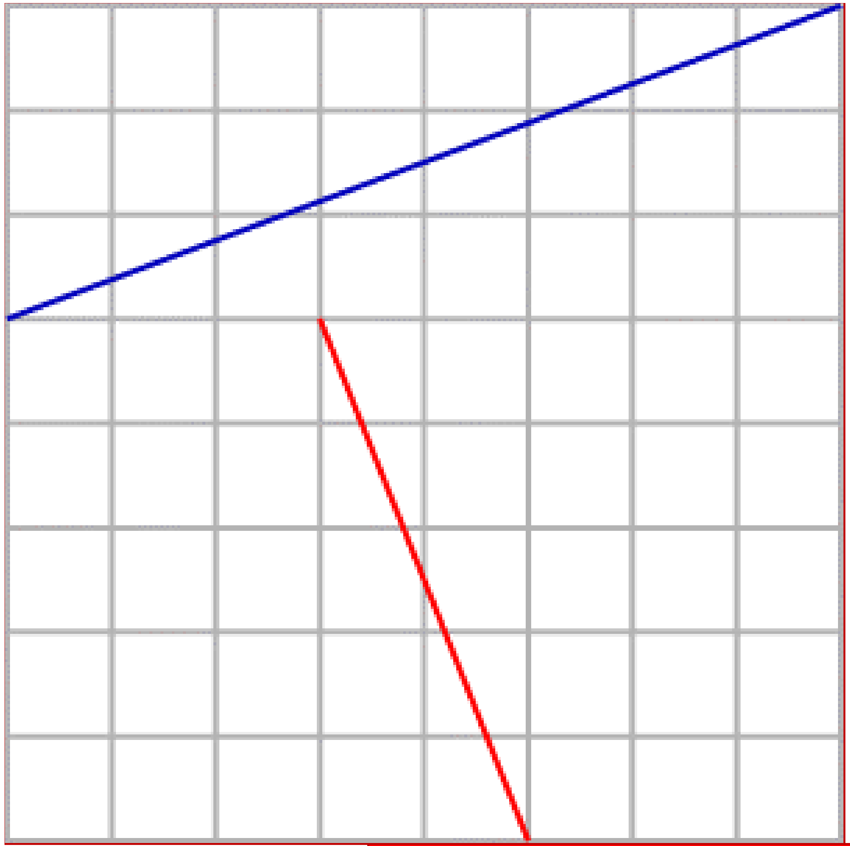
Truly Design
(2011)


Eduardo Relero
Grandes chorizos

Las anamorfosis se usan a menudo en señales de tráfico, para que las señales sean correctamente interpretadas por conductoras/as.

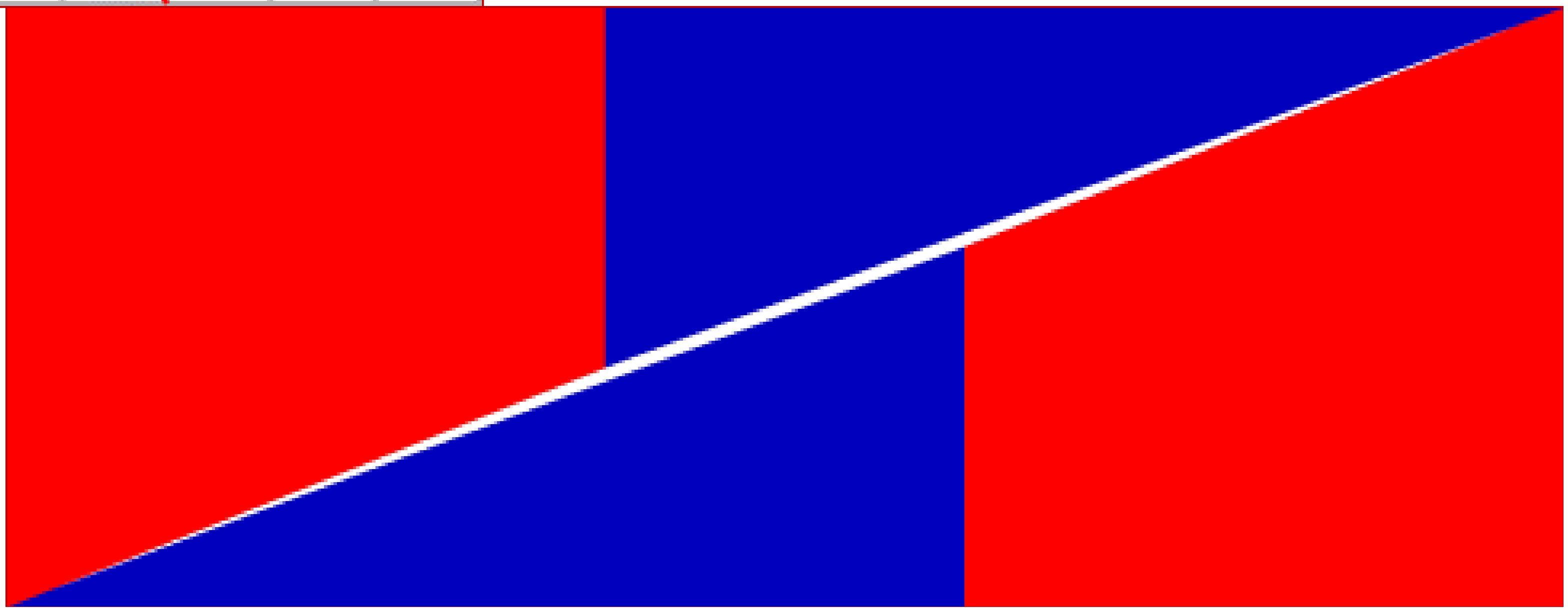
Desapariciones geométricas

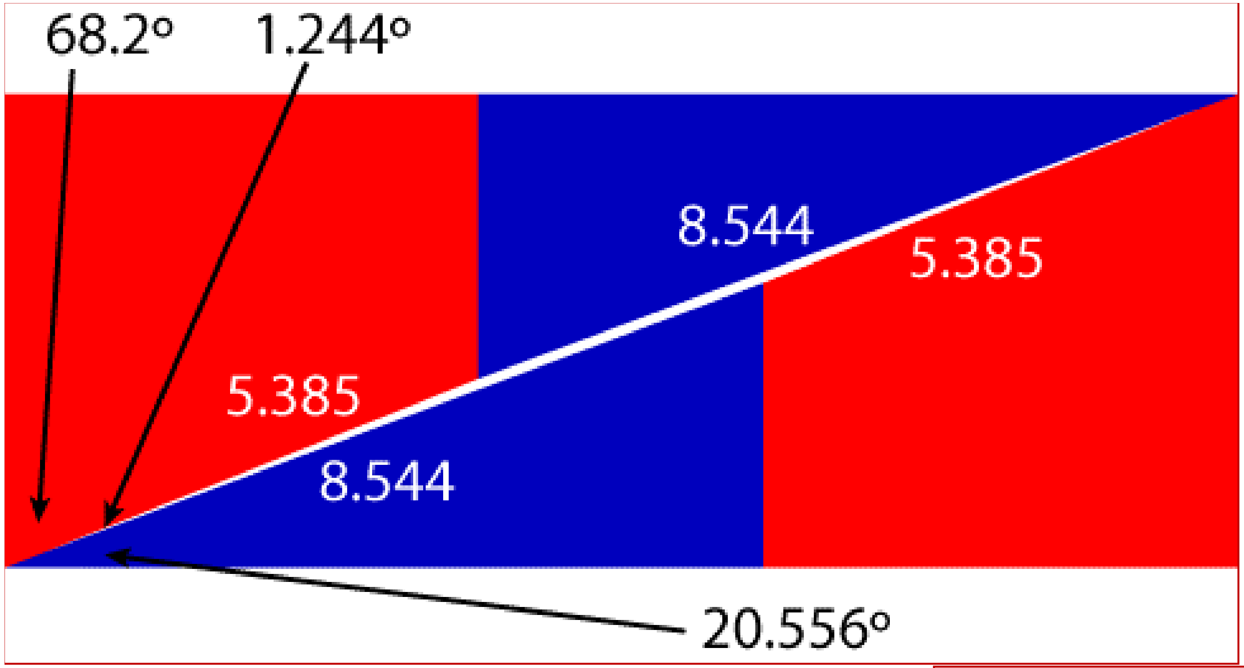
$$64 = 65\ ?$$



El segmento azul genera dos triángulos y el rojo dos trapezoides, se reajustan…

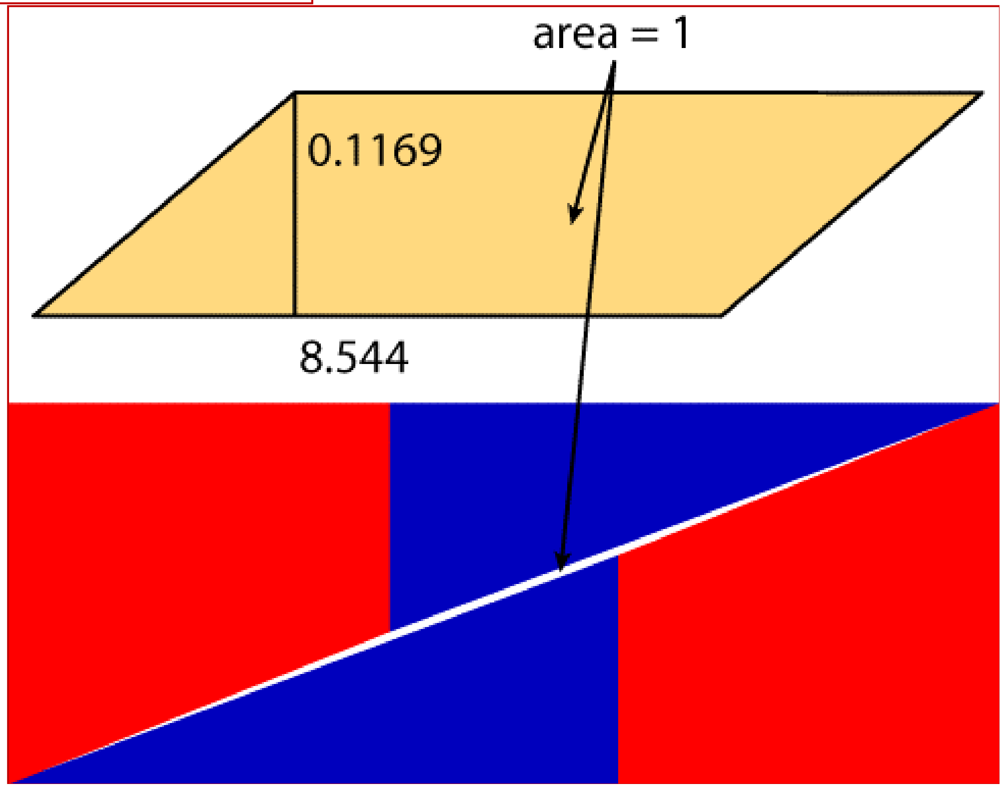
¿Ves la parte blanca? Es un paralelogramo con área 1.





El ángulo agudo del paralelogramo blanco es $90° - 68.2° - 20.556° = 1.244°$.

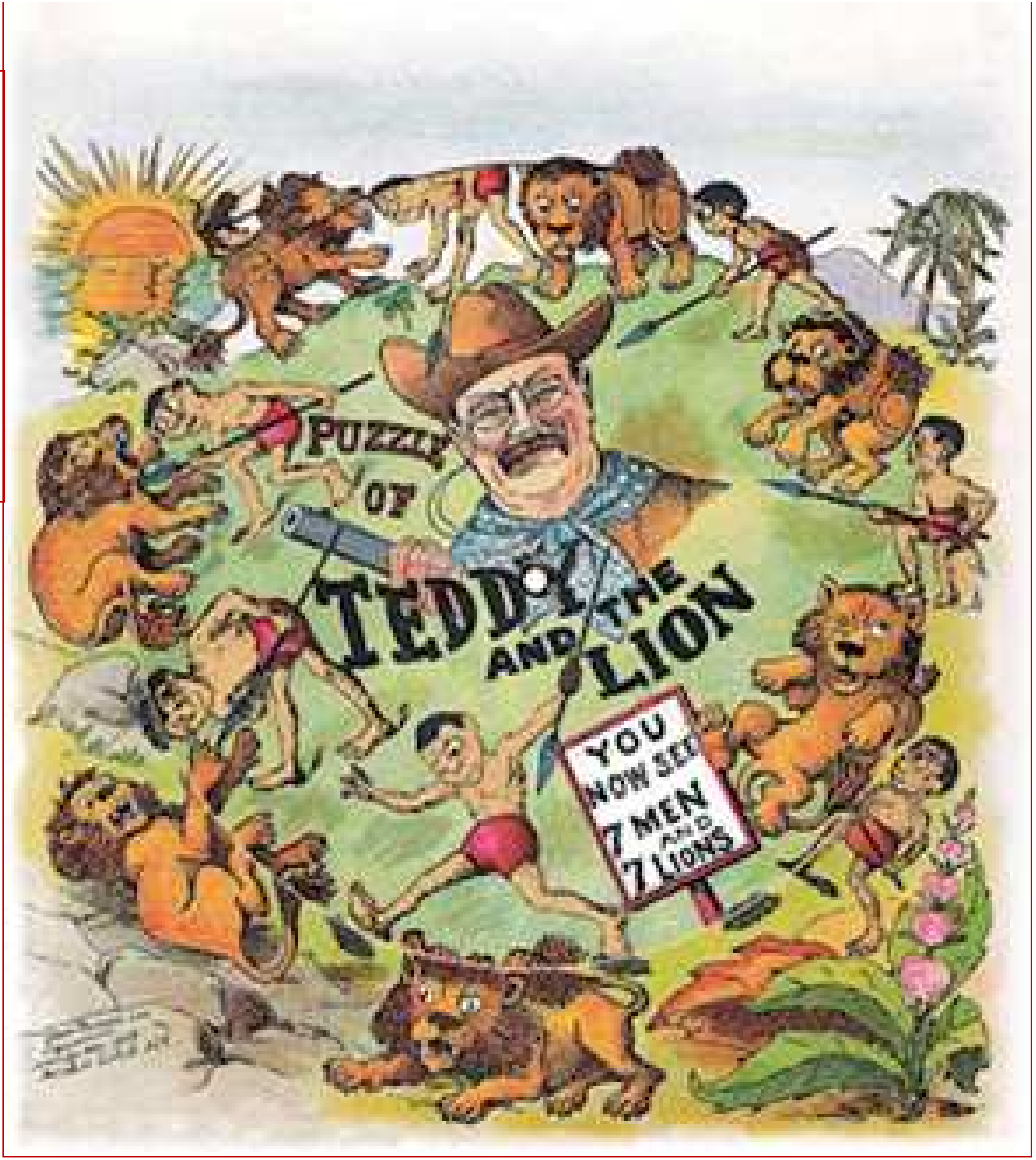
Así, el área del paralelogramo blanco es:
$8.544 \times sen(1.244) \times 5.385 =$ **0.9988…**

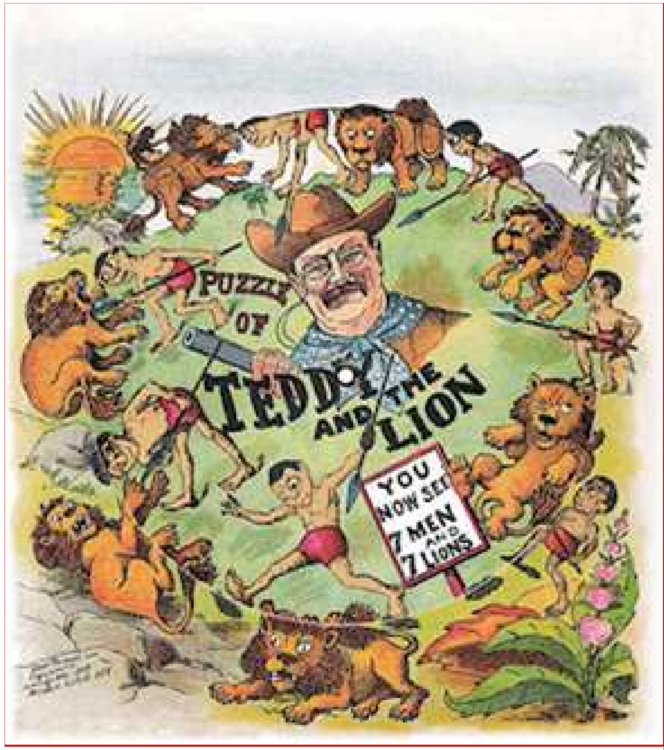


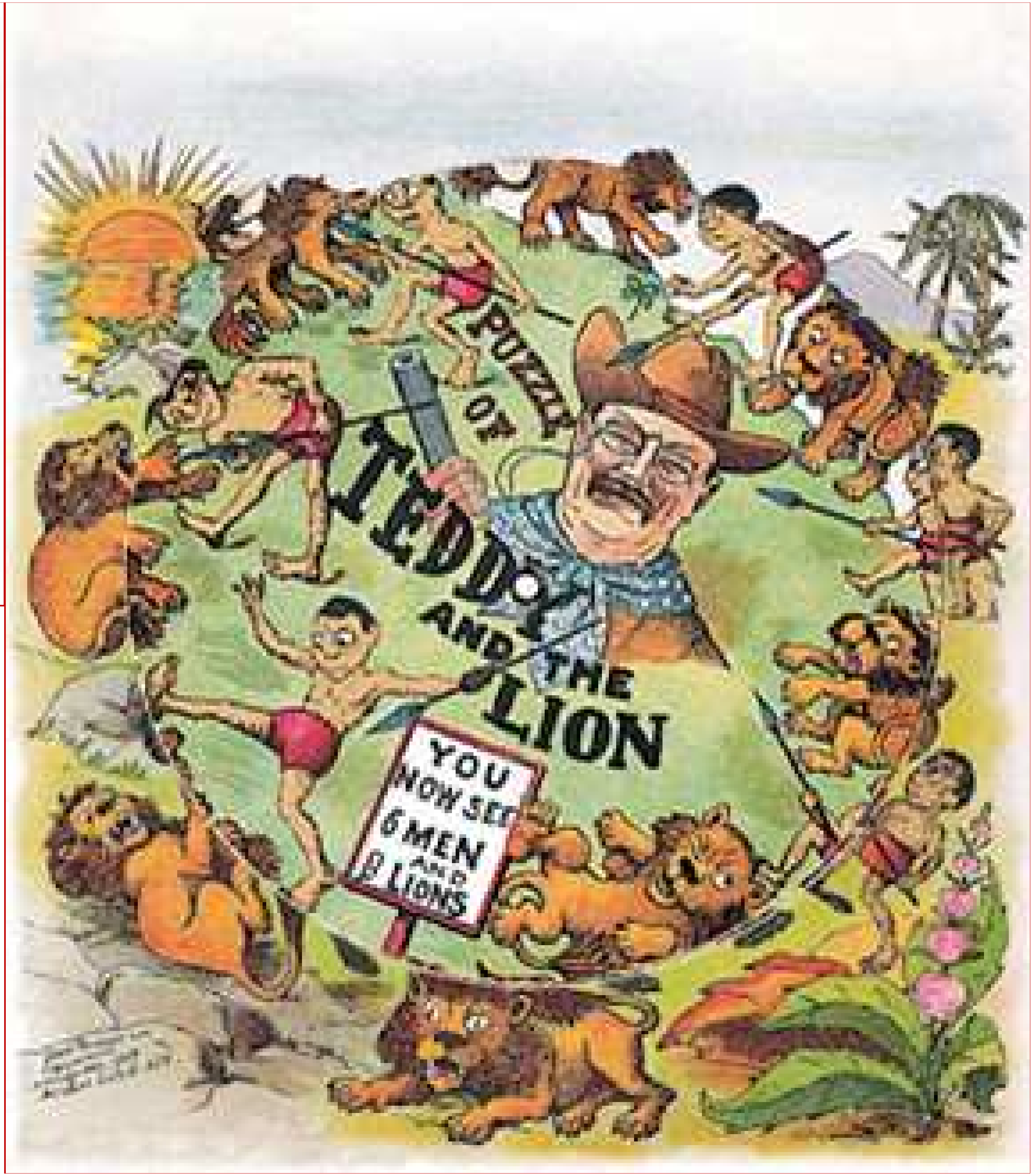
Sam Loyd
Teddy and the Lion
(1909)

"Teddy" es Theodore Roosvelt que fue a África a un safari en 1909.

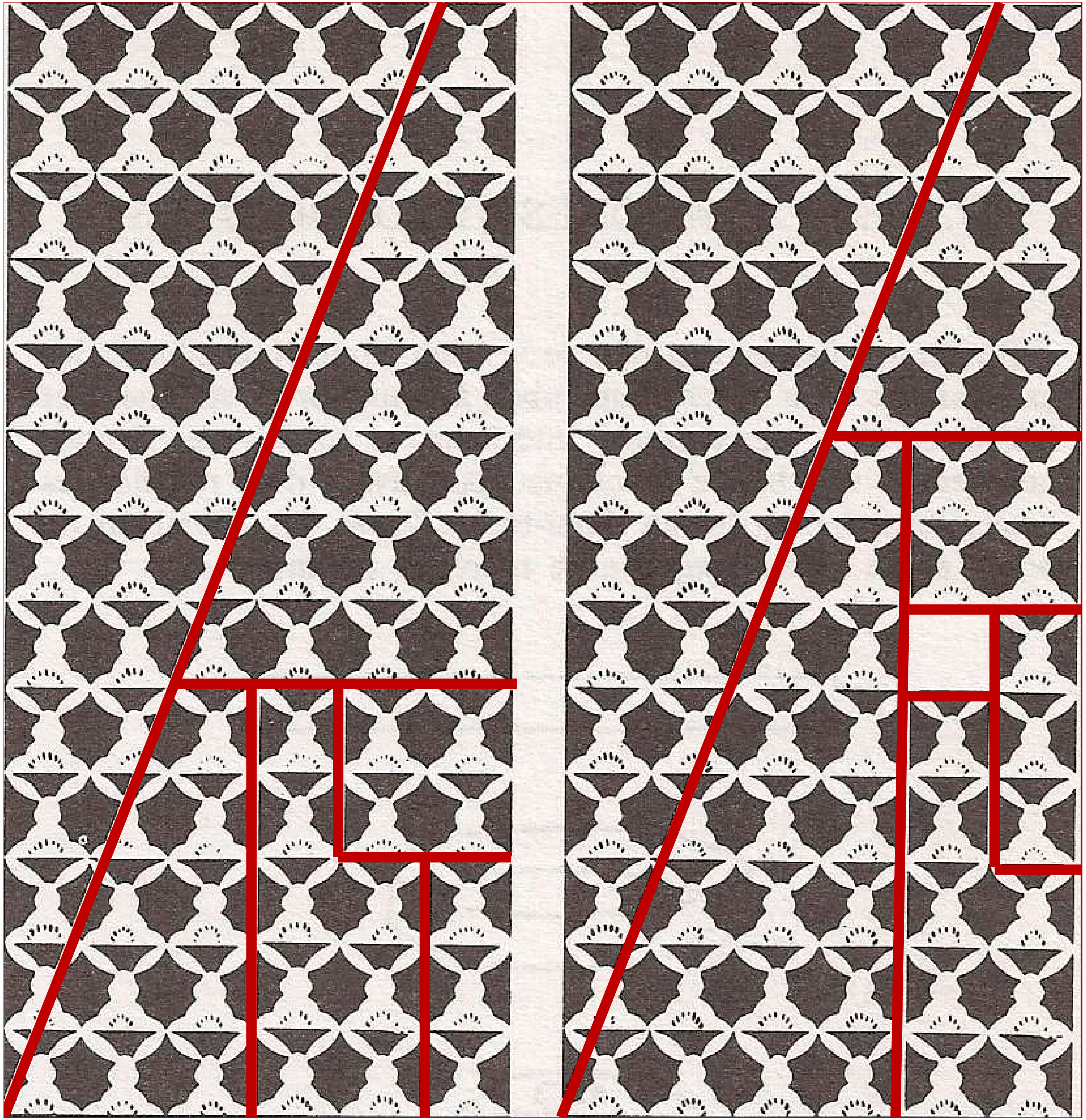
7 hombres y 7 leones... y si giras el círculo central...







6 hombres y 8 leones... ¿qué hombre se ha transformado en león?



Paradoja de Curry

El primer rectángulo tiene 6x13=78 conejos.

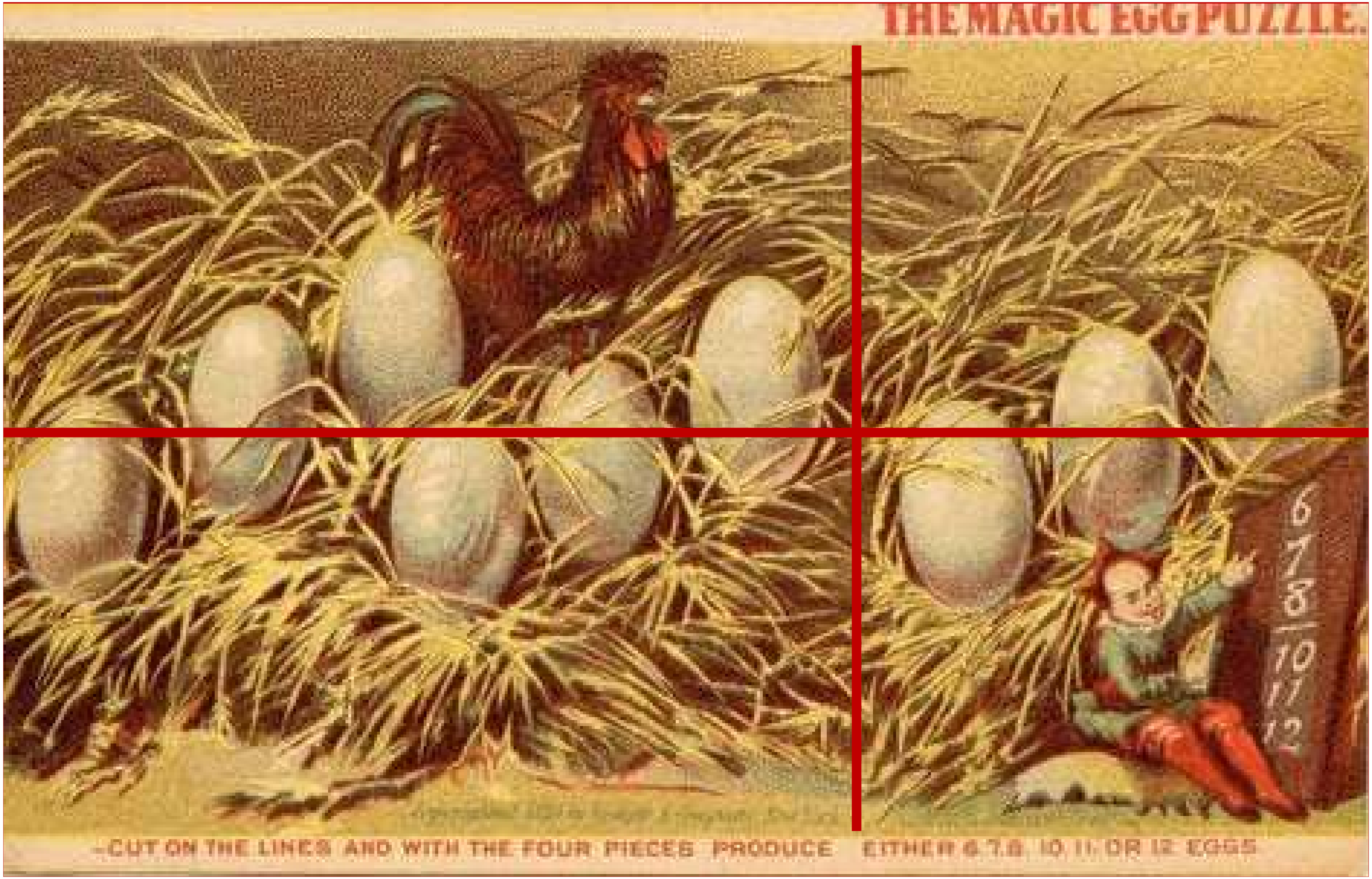
Tras cortar y recolocar quedan ¡77 conejos!

¿Dónde ha quedado el conejo que falta?

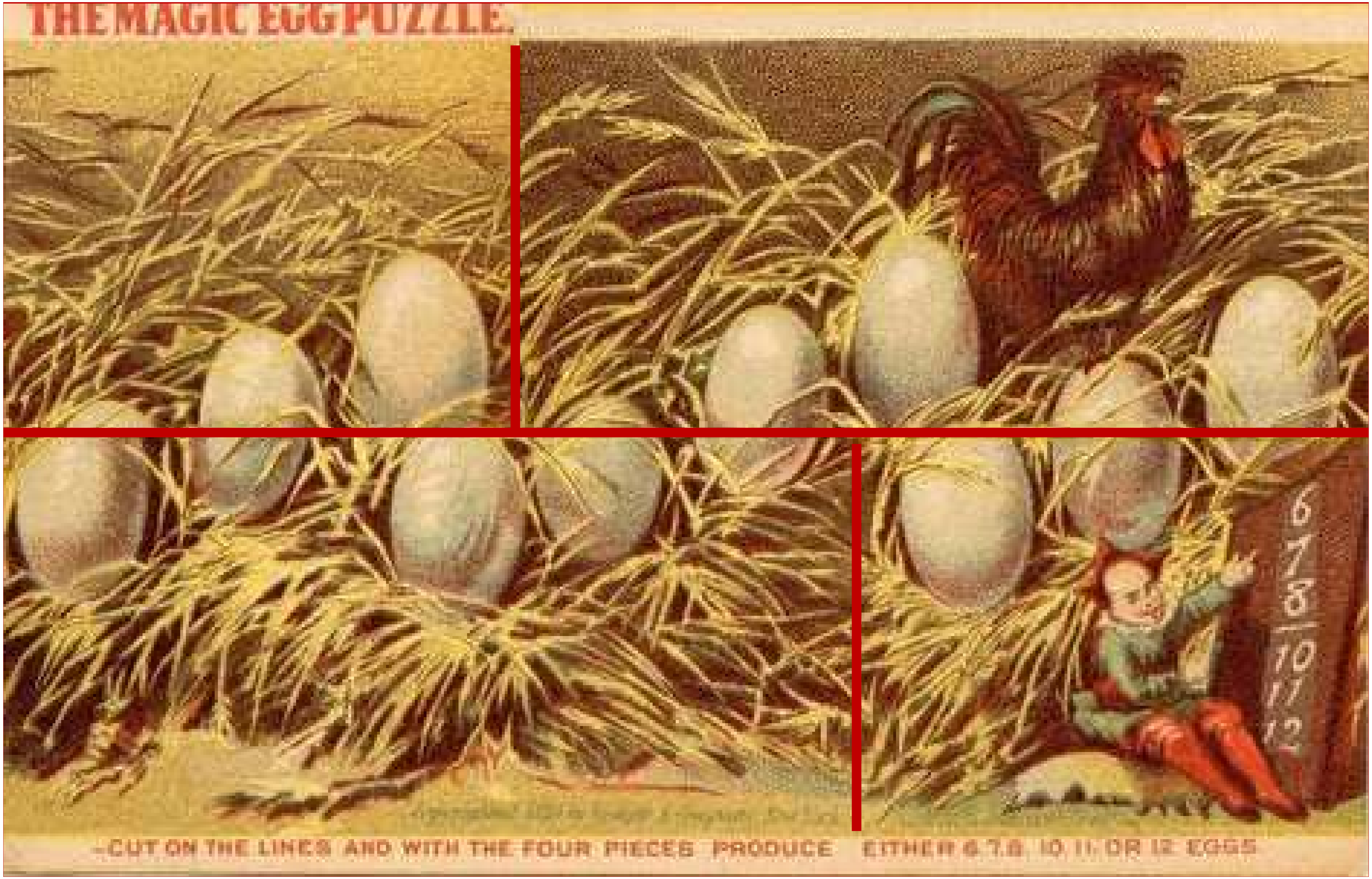
8 huevos

The Magical Eggs, Wemple & Company, 1880

9 huevos


THE MAGIC EGG PUZZLE.
6
7
8
10
11
12
-CUT ON THE LINES AND WITH THE FOUR PIECES PRODUCE EITHER 6 7 8 10 11 OR 12 EGGS

10 huevos



THE MAGIC EGG PUZZLE.
6 7 8 10 11 12
-CUT ON THE LINES AND WITH THE FOUR PIECES PRODUCE EITHER 6 7 8 10 11 OR 12 EGGS

¿14 chicas?

¿15 chicas?

3. Paradojas lógicas

Tomen un círculo, acarícienlo, y se hará un círculo vicioso...

Eugène Ionesco, *La cantante calva*

El Quijote, Miguel de Cervantes (1547-1616)

***Sancho Panza en Barataria*, Gustavo Doré**

En el tiempo que ***Sancho*** fue gobernador de la ***ínsula Barataria***, tuvo que resolver complicadas situaciones que le planteaban sus “súbditos” para que hiciera justicia. Asombró a todos con las atinadas decisiones. Una de las más conocidas, es la siguiente paradoja.

– Señor, un caudaloso río dividía dos términos de un mismo señorío (y esté vuestra merced atento, porque el caso es de importancia y algo dificultoso). Digo, pues, que sobre este río estaba una puente, y al cabo della, una horca y una como casa de audiencia, en la cual de ordinario había cuatro jueces que juzgaban la ley que puso el dueño del río, de la puente y del señorío, que era en esta forma:

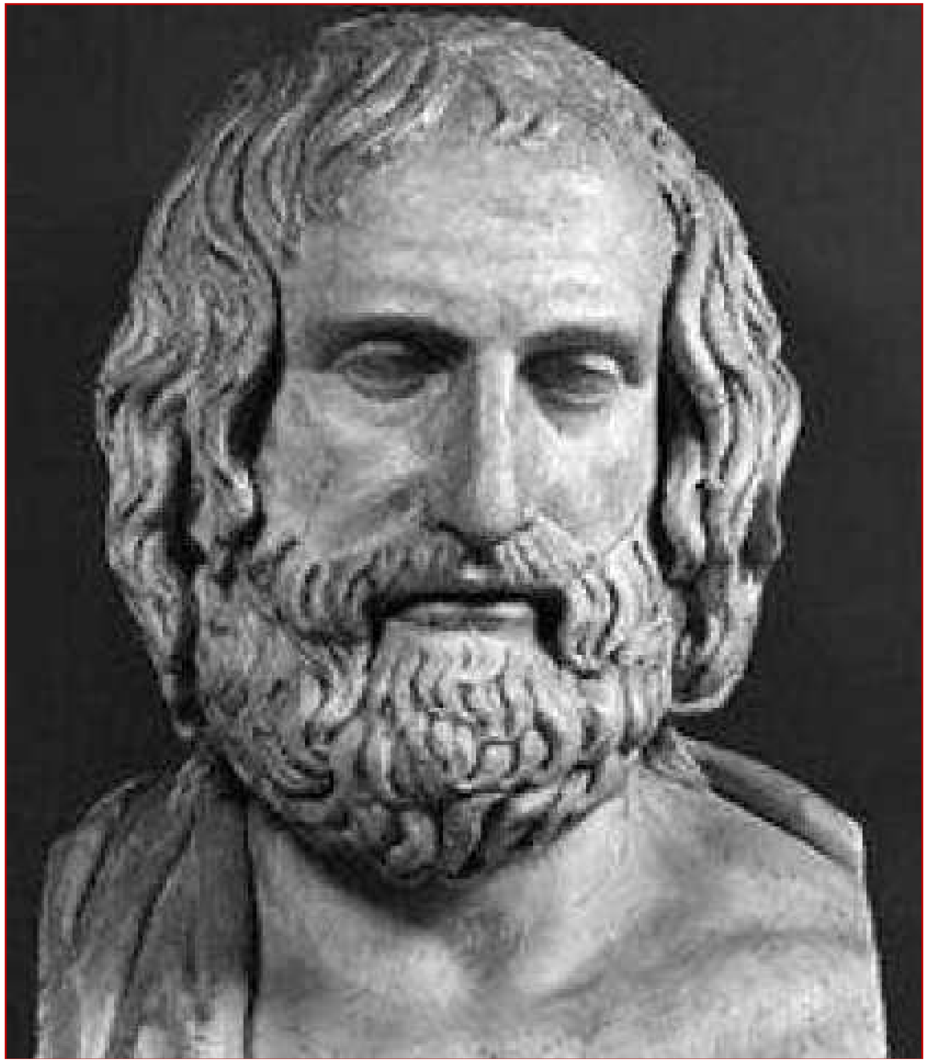
"Si alguno pasare por esta puente de una parte a otra, ha de jurar primero adónde y a qué va; y si jurare verdad, déjenle pasar, y si dijere mentira, muera por ello ahorcado en la horca que allí se muestra, sin remisión alguna"*. […]*

Sucedió, pues, que tomando juramento a un hombre, juró y dijo que para el juramento que hacía, que ***iba a morir en aquella horca que allí estaba, y no a otra cosa****. Repararon los jueces en el juramento y dijeron:*

"Si a este hombre le dejamos pasar libremente, mintió en su juramento, y, conforme a la ley, debe morir; y si le ahorcamos, él juró que iba a morir en aquella horca, y, habiendo jurado verdad, por la misma ley debe ser libre".

Pídese a vuesa merced, señor gobernador, qué harán los jueces con tal hombre.

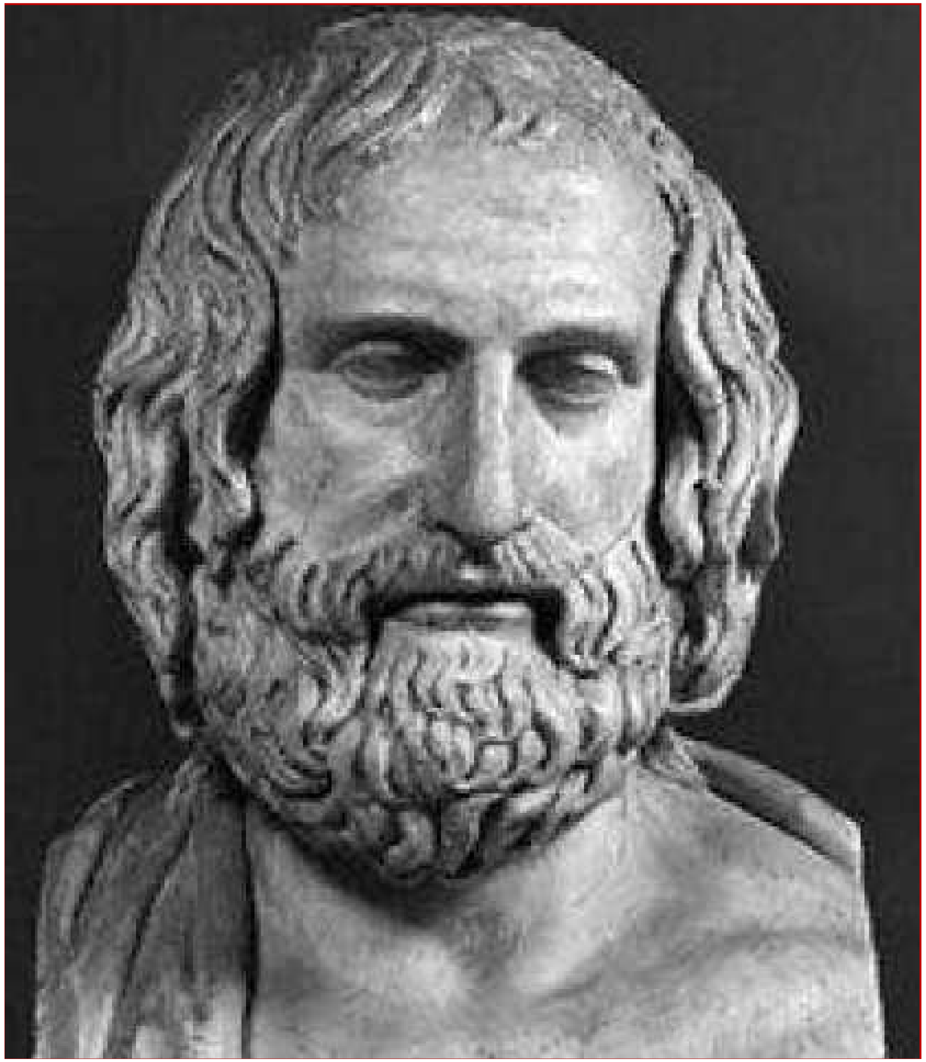
Sócrates. ¿No hay ninguna manera de eliminar estas paradojas?
Teeteto. Hay una manera muy simple, Sócrates.
Sócrates. ¿Cuál es?
Teeteto. Evitarlas, como hace casi todo el mundo, y no preocuparse por ellas.
Karl Popper, 1983



El pleito de los honorarios tiene lugar entre el maestro Protágoras y su discípulo Evatlo: el maestro acoge a Evatlo en su academia con la condición de que **'*le pague los honorarios del curso al ganar su primer pleito*'**.

Terminado el curso, Evatlo no tiene ningún cliente para representar... pero Protágoras demanda a su discípulo, con lo que se plantea un pleito en el que ambos representan sus intereses argumentando…

Evatlo: *Tanto si gano como si pierdo este pleito, en ningún caso tendré obligación de pagar a Protágoras. Si gano el pleito no tendré que pagar ya que el Juez habrá desestimado la demanda. Si lo pierdo, no habré ganado mi primer pleito y por lo tanto no se habrá cumplido la condición que me obligaba pagar los honorarios.*



Protágoras: *Tanto si gano como si pierdo este pleito, Evatlo tendrá obligación de pagarme. Si gano la demanda, tendrá que pagarme pues ésta es la cuestión que se debate en este pleito. Y si la pierdo, también tendrá que pagarme, porque significará que ha ganado su primer pleito; es decir se habrá cumplido la condición de nuestro acuerdo.*

¿Quién de los dos tiene razón? ¿O no la tendrá ninguno? ¿Cómo solucionar este pleito?

En **Barbilandia**, el barbero, **Jon**, afeita a los que no se afeitan a sí mismos.

¿Quién afeita al barbero de Barbilandia?

Si Jon no se afeita a sí mismo, será una de las personas de Barbilandia que no se afeitan a sí mismas…

Si Jon no se afeita a sí mismo, será una de las personas de Barbilandia que no se afeitan a sí mismas…

…con lo cual Jon debería de afeitarse, siendo por lo tanto una de las personas que se afeitan a sí mismas…

Si Jon no se afeita a sí mismo, será una de las personas de Barbilandia que no se afeitan a sí mismas…

…con lo cual Jon debería de afeitarse, siendo por lo tanto una de las personas que se afeitan a sí mismas…

… no debiendo por tanto afeitarse...

¿?

Si Jon no se afeita a sí mismo, será una de las personas de Barbilandia que no se afeitan a sí mismas…

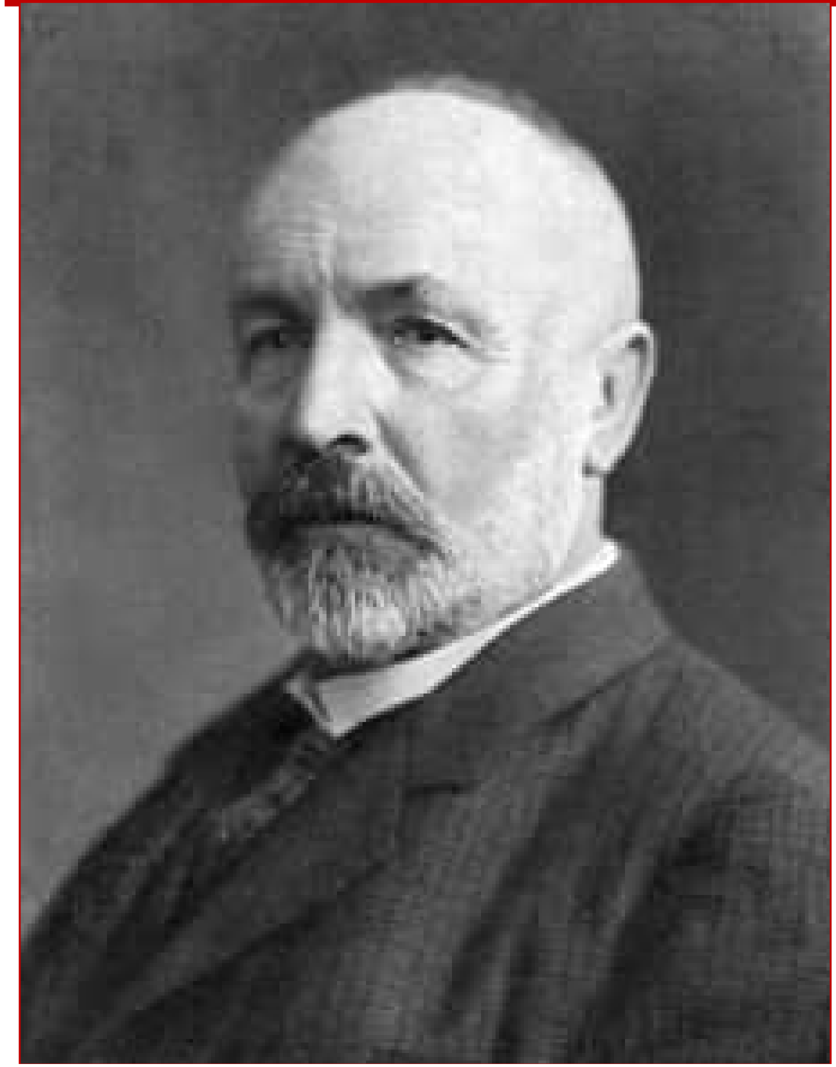
…con lo cual Jon debería de afeitarse, siendo por lo tanto una de las personas que se afeitan a sí mismas…

… no debiendo por tanto afeitarse...

Bertrand Russel define su famosa *teoría de tipos*, donde se eliminan los conjuntos auto-contradic- torios, así que Jon, el barbero de Barbilandia…

¡NO EXISTE!

Dos conjuntos infinitos son *equipotentes* –tienen el mismo *cardinal*–, si existe de una aplicación biyectiva del uno sobre el otro. El cardinal de un conjunto infinito es la extensión al caso de los conjuntos infinitos del concepto de número finito, y la equipotencia es la extensión de la noción de igualdad. No todos los conjuntos infinitos son ‘de igual tamaño’.



Georg Cantor demostró el siguiente teorema:

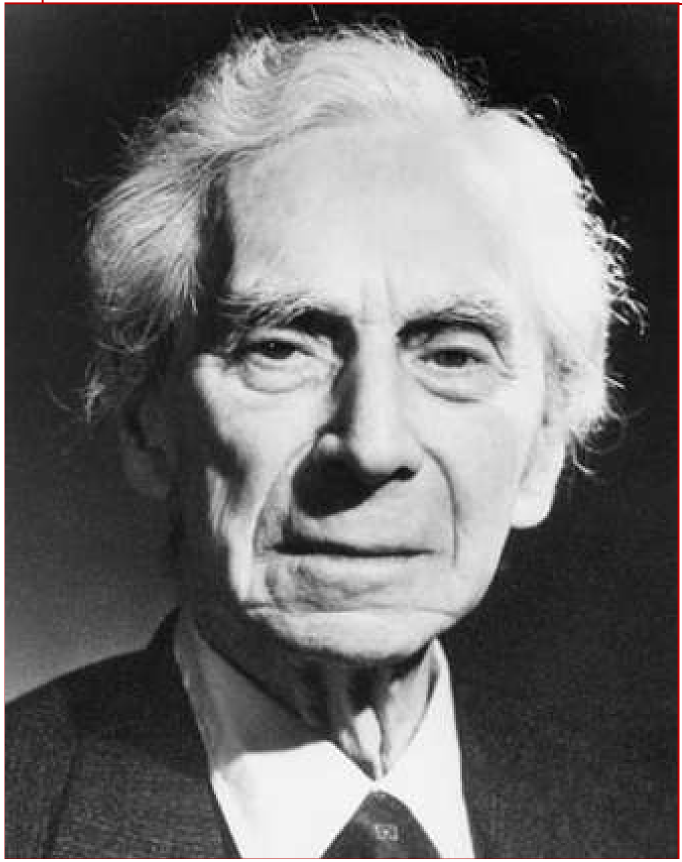
Dado un conjunto C, existe otro de mayor cardinalidad, $\wp$(C).

Es el conjunto de sus partes, es decir, la familia de dos los subconjuntos del conjunto *C*.

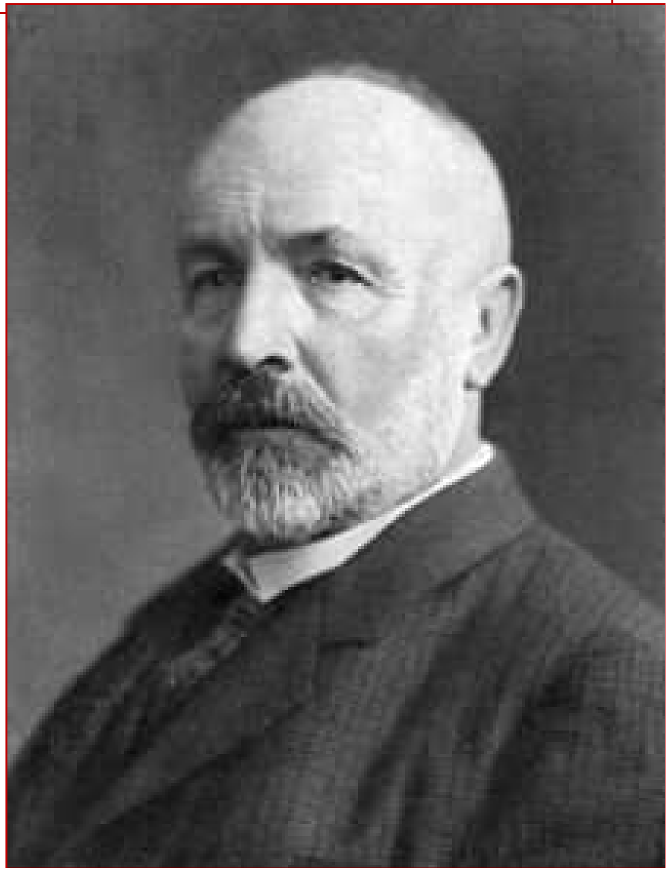
Bertrand Russell descubre una contradicción al usar el teorema de Cantor: el conjunto de todas las cosas *U* debe tener mayor cardinalidad que cualquier otro, porque todo elemento de un conjunto –todo conjunto– es una cosa. Así, $\wp(U)$ debe de estar contenido en *U*, en cuyo caso

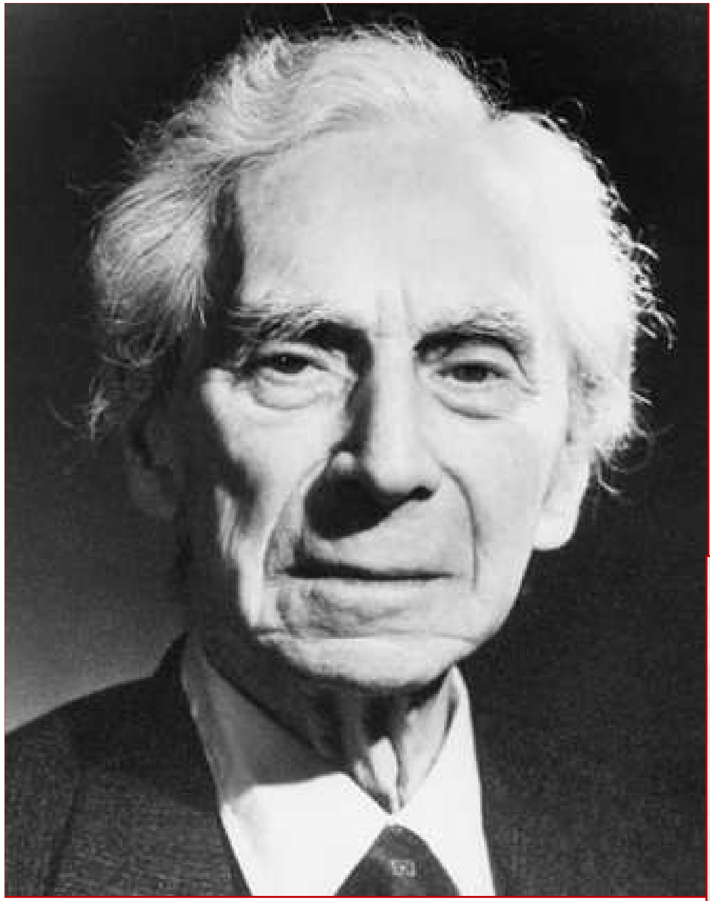
$$card(\wp(U)) \leq card(U) < card(\wp(U)),$$

y así el resultado de Cantor debía ser erróneo...

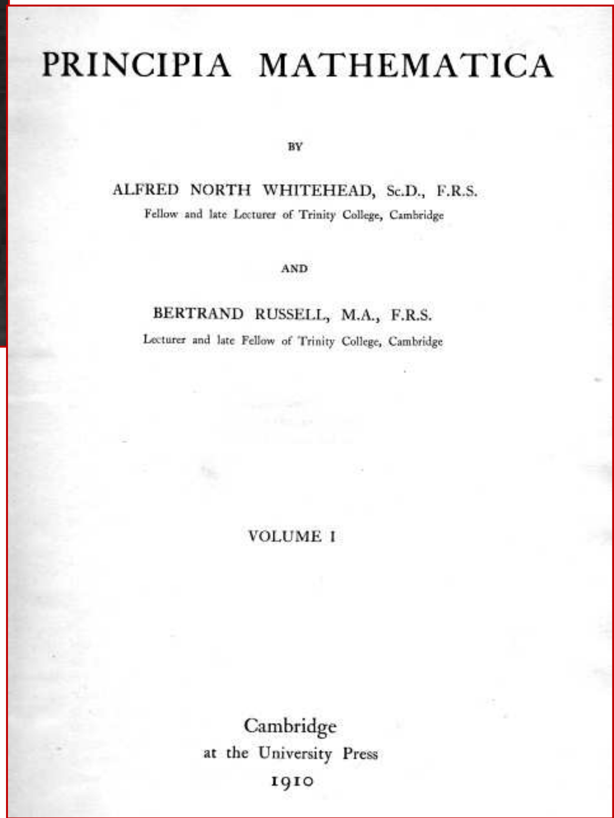


Pero ¡el teorema de Cantor es correcto!





Precisamente los ***Principia Mathematica*** de Bertrand Russell y Alfred North Whitehead se escribieron para intentar esquivar esta clase de paradojas: la complicada teoría de tipos lo persigue.



PRINCIPIA MATHEMATICA

BY

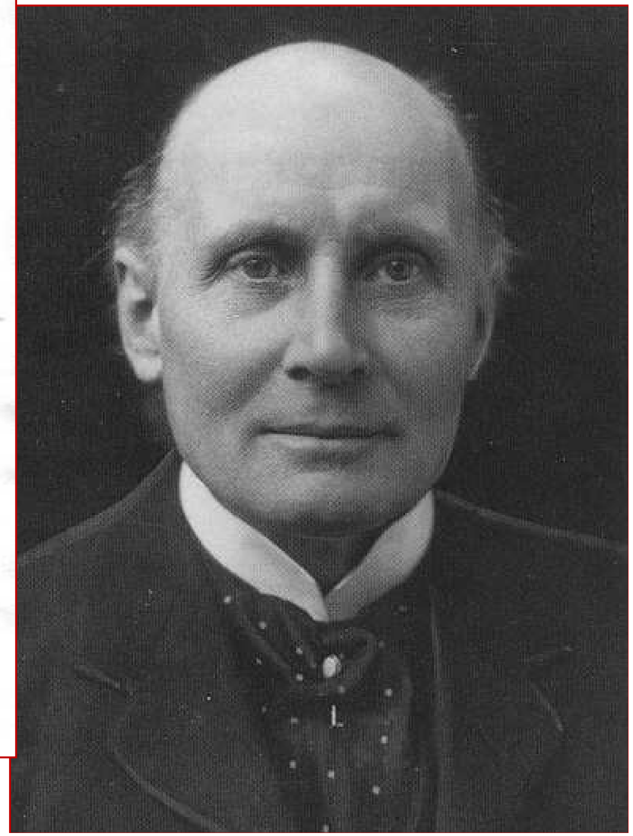
ALFRED NORTH WHITEHEAD, Sc.D., F.R.S.
Fellow and late Lecturer of Trinity College, Cambridge

AND

BERTRAND RUSSELL, M.A., F.R.S.
Lecturer and late Fellow of Trinity College, Cambridge

VOLUME I

Cambridge
at the University Press
1910

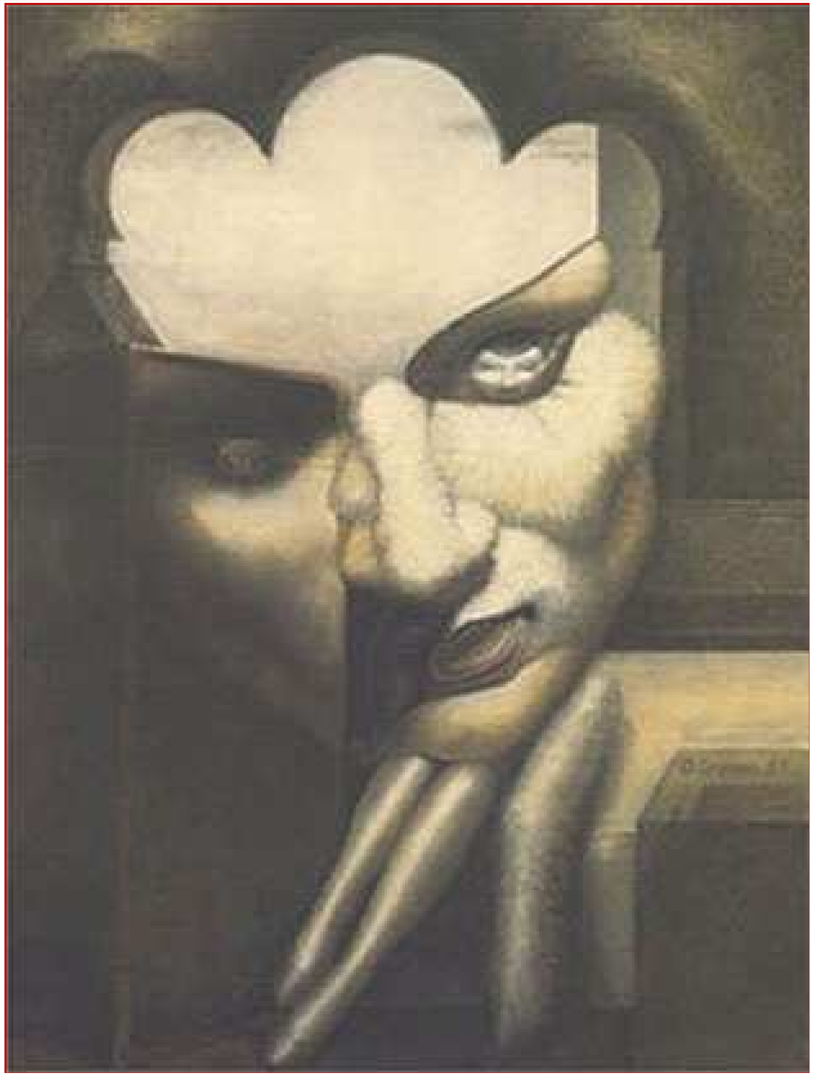


En 1913, Russell y Whitehead finalizaron la publicación de sus Principia Mathematica (del tercero de los libros).

4. Otras paradojas: predicciones y opiniones

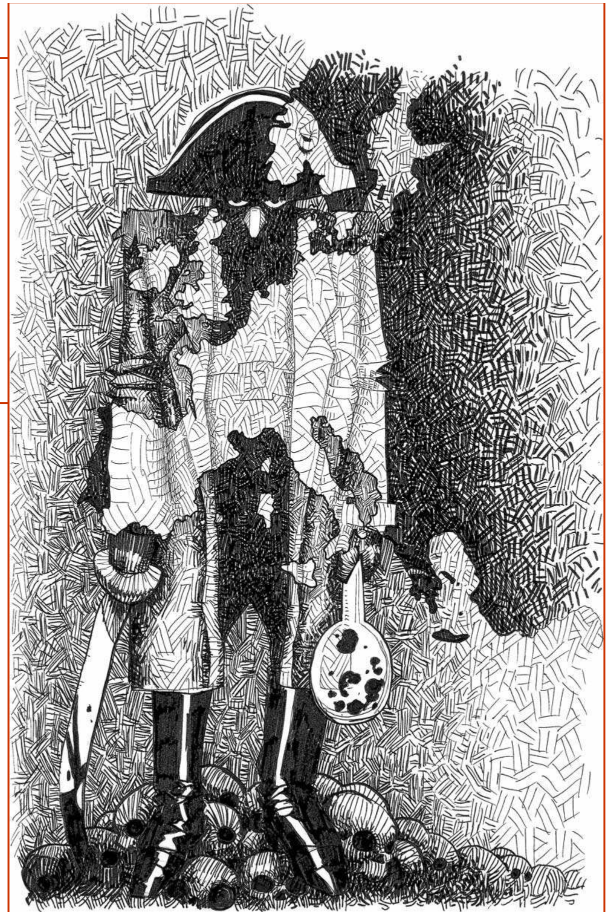
Pero de todos es sabido que a las niñas
nos gustan las miniaturas,
y nunca podremos resistirnos a una
muñeca rusa hecha de dados
cada vez más pequeños,
uno dentro de otro hasta el abismo.

Sofía Rhei, *Alicia tira los dados para abolir el azar* en *Alicia volátil* (2010)



Octavio Ocampo
Marlena

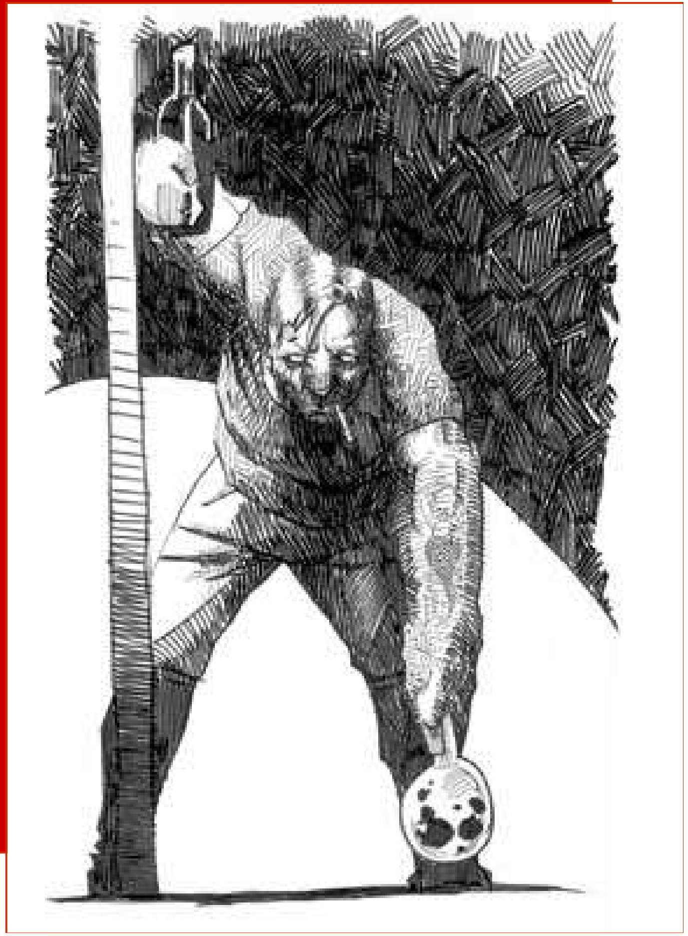
La persona que compre esta botella tendrá al diablo a su disposición, todo lo que la persona desee: amor, fama, dinero, casas como ésta e incluso una ciudad como San Francisco, todo, absolutamente todo, será suyo con sólo pedirlo.



Napoleón fue dueño de esta botella, y gracias a ella llegó a ser el rey del mundo; pero la vendió al final, y ésa fue la causa de su fracaso ... Porque una vez vendida la botella, desaparecen el poder y la protección; y, a no ser que un hombre esté contento con lo que tiene, acaba por sucederle alguna desgracia.

Hay una cosa que el Diablo no puede hacer: prolongar la vida; y no será honrado ocultarle a Usted que la botella tiene un inconveniente: si un hombre muere antes de venderla, arderá para siempre en el infierno. […] Hace mucho tiempo, cuando el demonio la trajo a la tierra, era extraordinariamente cara, y fue el Preste Juan el primero que la compró por muchos millones de dólares; pero únicamente puede ser vendida si se pierde dinero en ello. Si se vende por la misma cantidad que se ha pagado por ella, vuelve al anterior dueño como lo haría una paloma mensajera. Por eso el precio ha ido bajando de siglo en siglo y ahora la botella resulta realmente barata.

- ¿Cómo? - exclamó Keawe - ¿dos centavos? Entonces usted sólo puede venderla por uno. Y el que la compre... Keawe no pudo terminar la frase. El que comprara la botella no podrá venderla nunca, y la botella y el diablo se quedarán con él hasta su muerte, y cuando muriera sería llevado a las llamas del infierno.



Está claro que no la compraremos por 1 centavo por que entonces no podríamos venderla a un precio inferior. Tampoco la compraremos por 2 centavos porque nadie querrá comprarla luego por 1 centavo por el mismo motivo. Tampoco daremos 3 centavos por ella, pues la persona a la que tendremos que vendérsela por 2 centavos no la podrá vender por 1. El mismo razonamiento puede aplicarse al precio de 4 centavos, de 5 centavos, de 6, de 7, etc. La inducción matemática, demuestra concluyentemente que no la deberíamos comprar por ninguna cantidad. Sin embargo, es casi seguro que la compraríamos por 1000 dólares...

¿En qué punto se vuelve convincente el razonamiento que desaconseja comprarla?

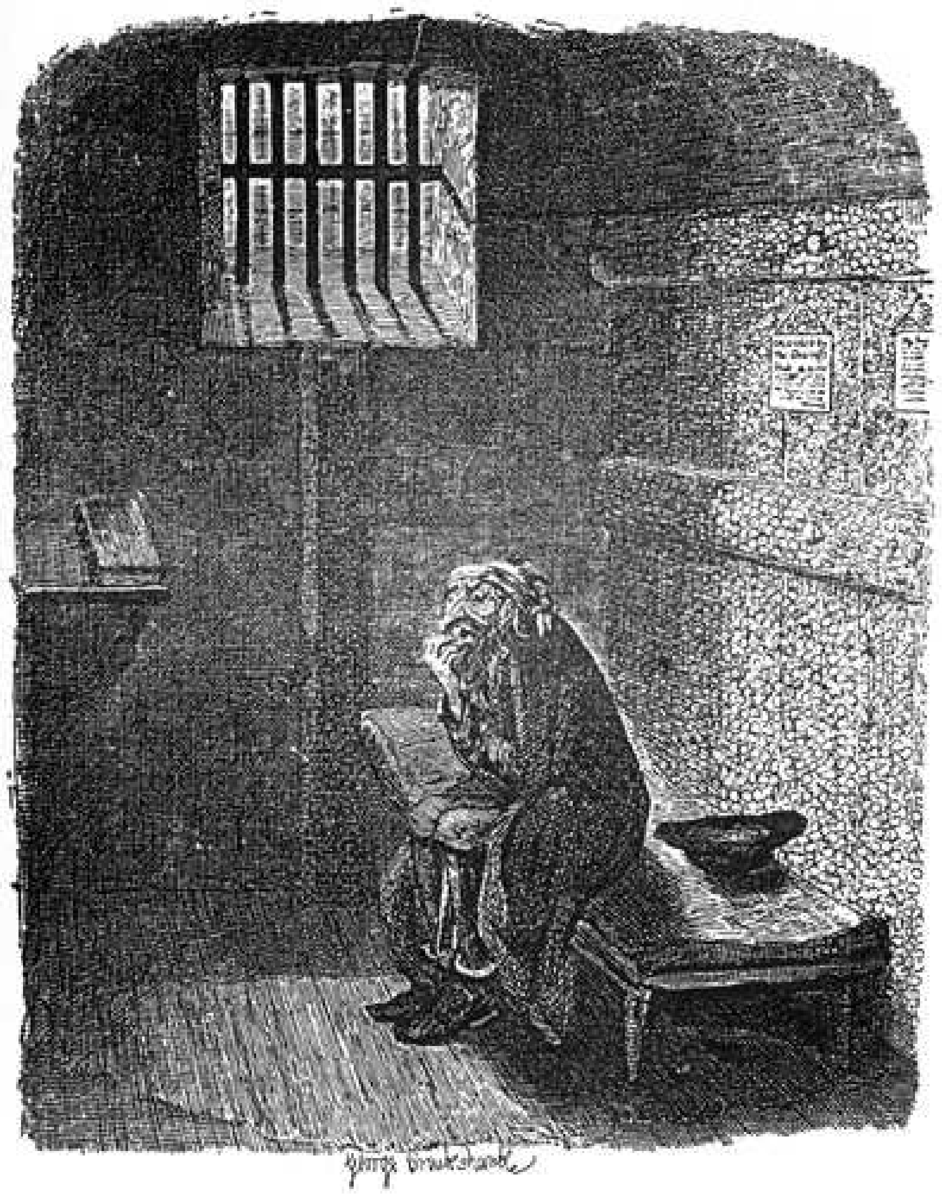
La paradoja del condenado

En la Edad Media, un rey de reconocida sinceridad, pronuncia su sentencia:

Una mañana de este mes serás ejecutado, pero no lo sabrás hasta esa misma mañana, de modo que cada noche te acostarás con la duda, que presiento terrible, de si esa será tu última sobre la Tierra...

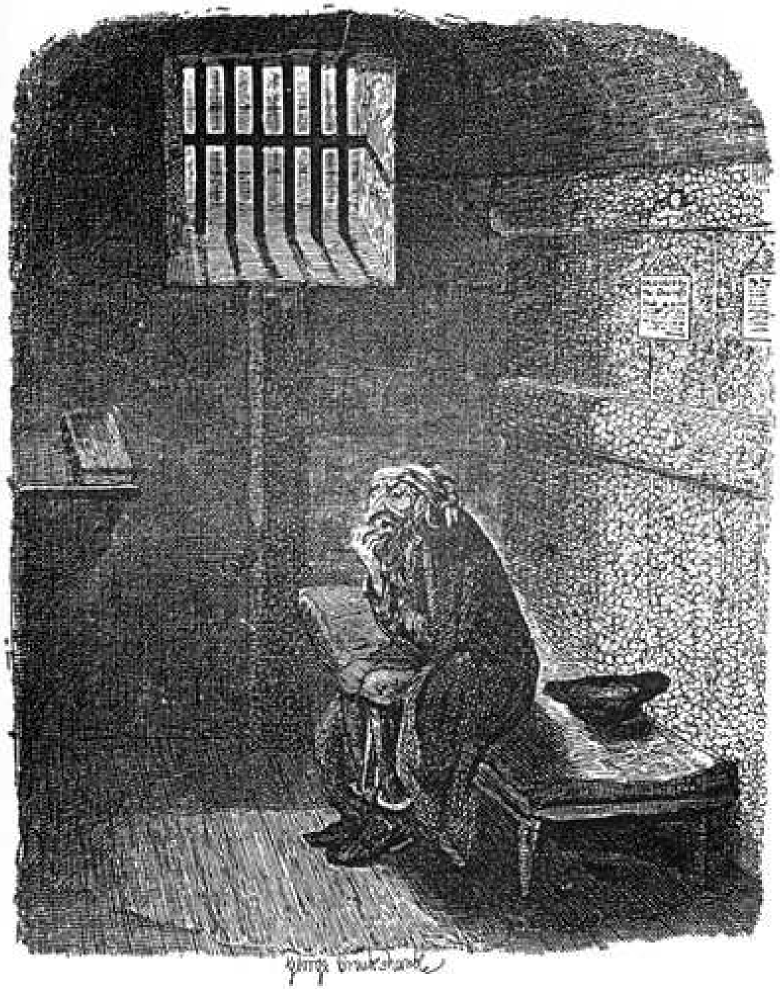
En la soledad de su celda, el reo argumenta:

Si el mes tiene 30 días, es evidente que no podré ser ajusticiado el día 30, ya que el 29 por la noche sabría que a la mañana siguiente habría de morir...
Así que el último día posible para cumplir la sentencia es el 29.
Pero entonces, el 28 por la noche tendré la certeza de que por la mañana seré ejecutado...



En la soledad de su celda, el reo argumenta:

Si el mes tiene 30 días, es evidente que no podré ser ajusticiado el día 30, ya que el 29 por la noche sabría que a la mañana siguiente habría de morir. Así que el último día posible para cumplir la sentencia es el 29. Pero entonces, el 28 por la noche tendré la certeza de que por la mañana seré ejecutado...



Continuando de este modo, el prisio-nero concluye triunfalmente que la condena es de ejecución imposible, y comienza a dormir aliviado, aguardan-do que transcurra el mes para pedir su libertad…

Pero, SORPRESA, un día cualquiera –por ejemplo el día 13–, el verdugo, con el hacha afilada en la mano, despierta al reo... que instantes más tarde es decapitado.

La sentencia se cumple literalmente...

¿Dónde ha fallado el razonamiento del condenado?

Una solución puede pasar por la noción fundamental de que no es lo mismo el día 30, más el día 29, más el día 28, etc., que el mes.

Un conjunto es diferente y contiene cualidades distintas de la mera adición de sus partes.

El análisis individual, día por día, por parte del prisionero es irreprochable... pero el defecto de su argumento aparece cuando atribuye al conjunto (este mes) las mismas y exclusivas cualidades que poseían sus partes (cada día), no advirtiendo que el conjunto mes ha incorporado algunas características: entre otras la de contener…

Una solución puede pasar por la noción fundamental de que no es lo mismo el día 30, más el día 29, más el día 28, etc., que el mes.

Un conjunto es diferente y contiene cualidades distintas de la mera adición de sus partes.

El análisis individual, día por día, por parte del prisionero es irreprochable... pero el defecto de su argumento aparece cuando atribuye al conjunto (este mes) las mismas y exclusivas cualidades que poseían sus partes (cada día), no advirtiendo que el conjunto mes ha incorporado algunas características: entre otras la de contener…

… días sorpresa.

Hacia el siglo III, el filósofo chino Hui Tzu afirmaba:

Un caballo bayo y una vaca parda son tres: el caballo, la vaca, y el conjunto de caballo y vaca.

El razonamiento no es trivial, y es la esencia de la paradoja del condenado.

¡  **+**  **= 3!**

Paradojas tipo Sorites

"Sorites" **es la palabra griega para "montón" o "pila".**
Se da este nombre a una clase argumentos paradójicos –atribuidos al lógico Eubulides de Mileto–, que se derivan de los límites indeterminados de aplicación de los predicados envueltos...

El *hombre calvo*: ¿describirías a un hombre con un pelo en la cabeza como calvo?

El *hombre calvo*: ¿describirías a un hombre con un pelo en la cabeza como calvo?

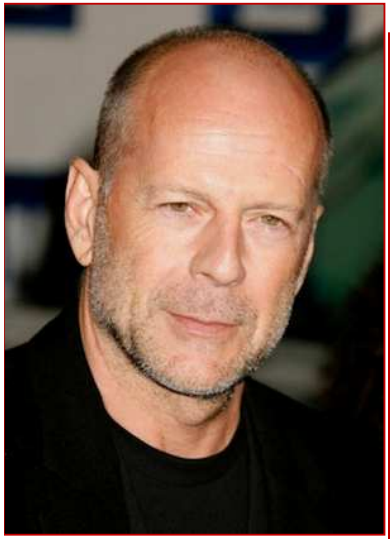
El *hombre calvo*: ¿describirías a un hombre con un pelo en la cabeza como calvo?

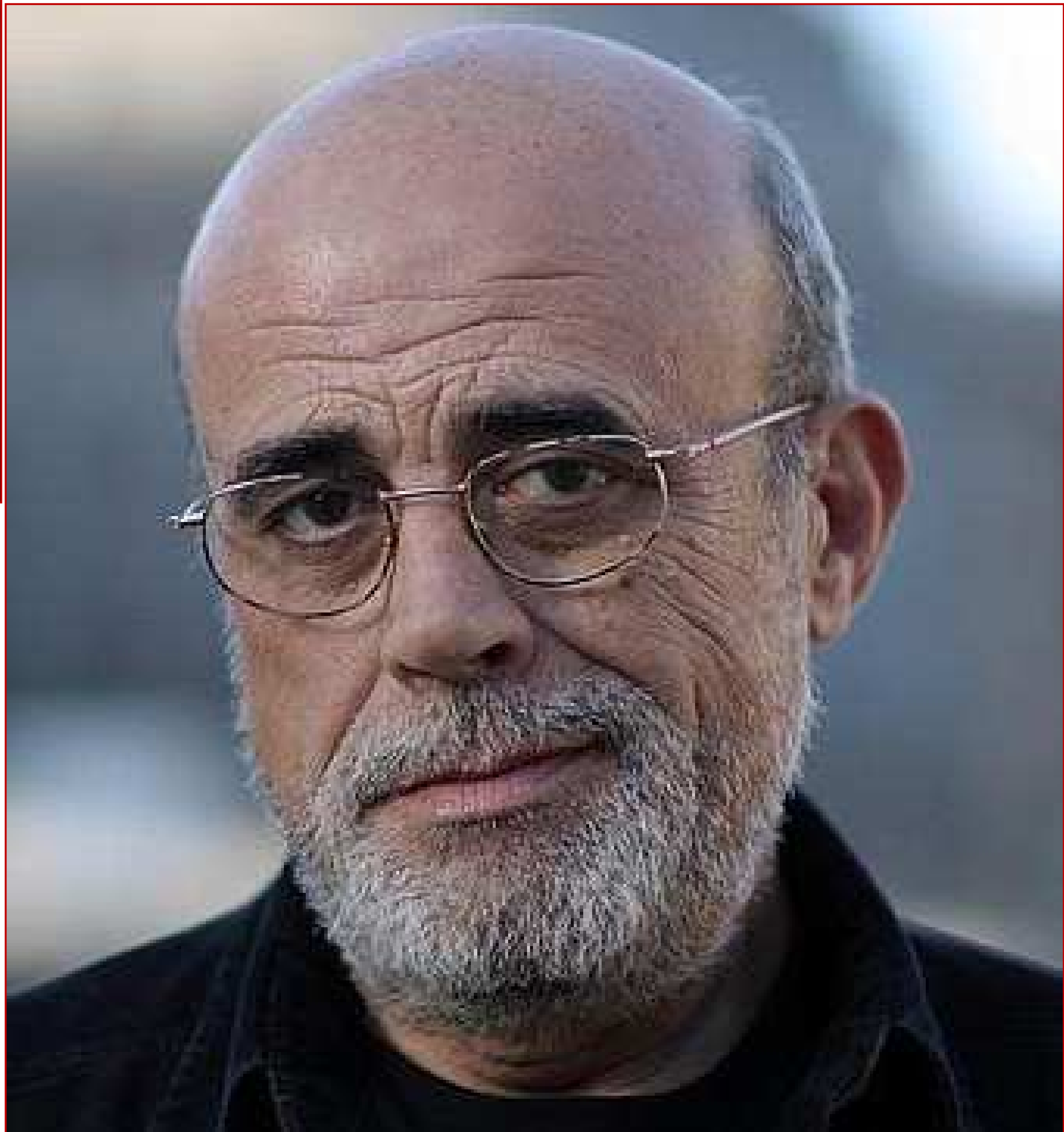
El *hombre calvo*: ¿describirías a un hombre con un pelo en la cabeza como calvo?

El *hombre calvo*: ¿describirías a un hombre con un pelo en la cabeza como calvo?

El *hombre calvo*: ¿describirías a un hombre con un pelo en la cabeza como calvo?

El *hombre calvo*: ¿describirías a un hombre con un pelo en la cabeza como calvo?





Me conté ayer los cabellos de la cabeza y tenía 3.000.000..., y no soy calva. Si con esta cantidad no soy calva tampoco lo seré si me arranco una cana, es decir, con 2.999.999 pelos seguiría sin ser calva... pero entonces, si me quito otro pelo, tampoco lo sería, es decir, no sería calva con 2.999.998 pelos.
Continuando de este modo, es claro que con 3 pelos no sería …

¿

Acercamiento a lenguaje ideal; los esencial es la precisión, la vaguedad del lenguaje natural es un defecto a eliminar: Frege y Russell.

?

¿

Acercamiento a lenguaje ideal; esencial la precisión, la vaguedad del lenguaje natural es un defecto a eliminar: Frege y Russell.

Utilización de lógicas multivaluadas (no clásicas), como la lógica difusa de Goguen y Zadeh.

?

¿

Acercamiento a lenguaje ideal; esencial la precisión, la vaguedad del lenguaje natural es un defecto a eliminar: Frege y Russell.

Utilización de lógicas multivaluadas (no clásicas), como la lógica difusa de Goguen y Zadeh.

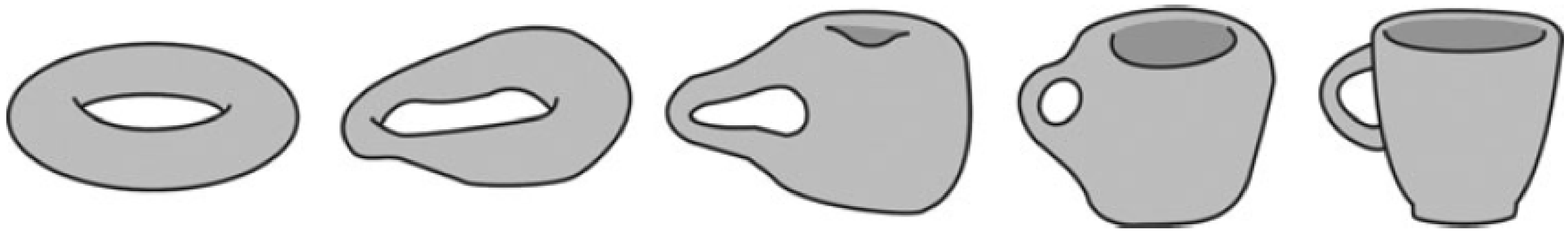
... Aceptar la paradoja...

?

5. Paradojas de la topología

Si a los adultos sólo les muestro una cara, siempre la misma,
me veré obligada a curvarme de maneras
cada vez más osadas,
porque los adultos están por todas partes.
Desgarrada por lo que imagino que piensan,
por la torsión de las opiniones,
vuelvo a encontrarme, yo misma, después del bucle,
y comprendo que ha sido necesario.

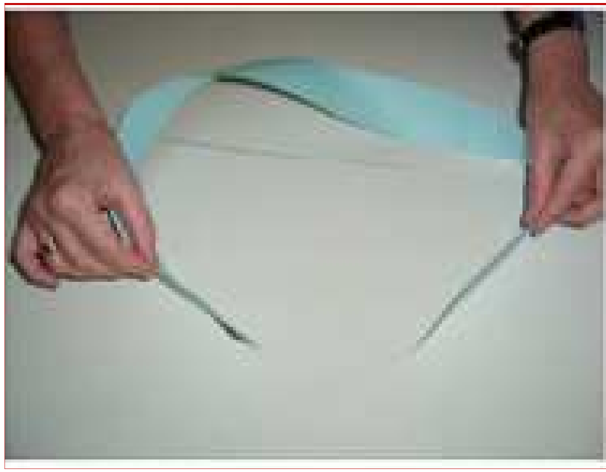
Sofía Rhei, *Alicia Moebius* en *Alicia volátil* (2010)

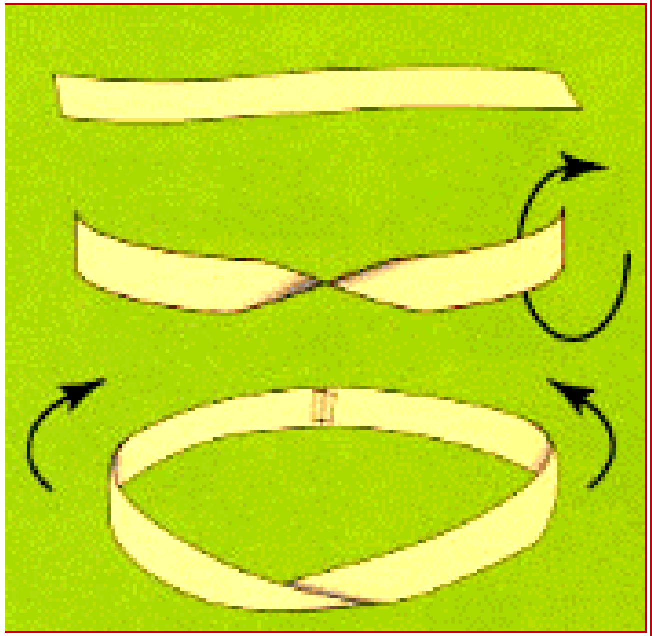


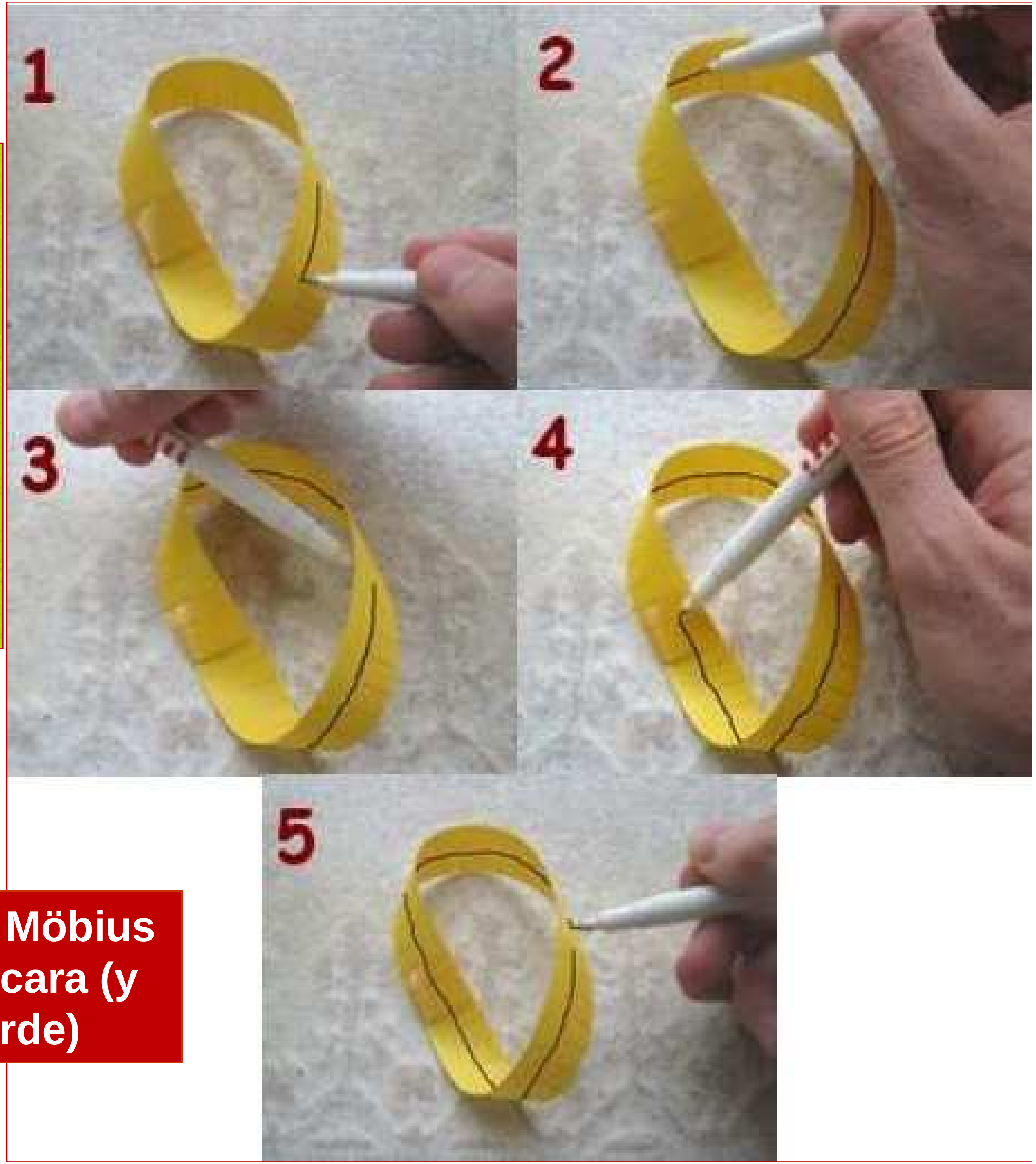


Si se toma una tira de papel y se pegan los extremos como muestra la figura, se obtiene un ***cilindro***, es decir, una superficie que tiene como bordes dos circunferencias disjuntas y dos lados (la cara interior y la exterior de la figura).

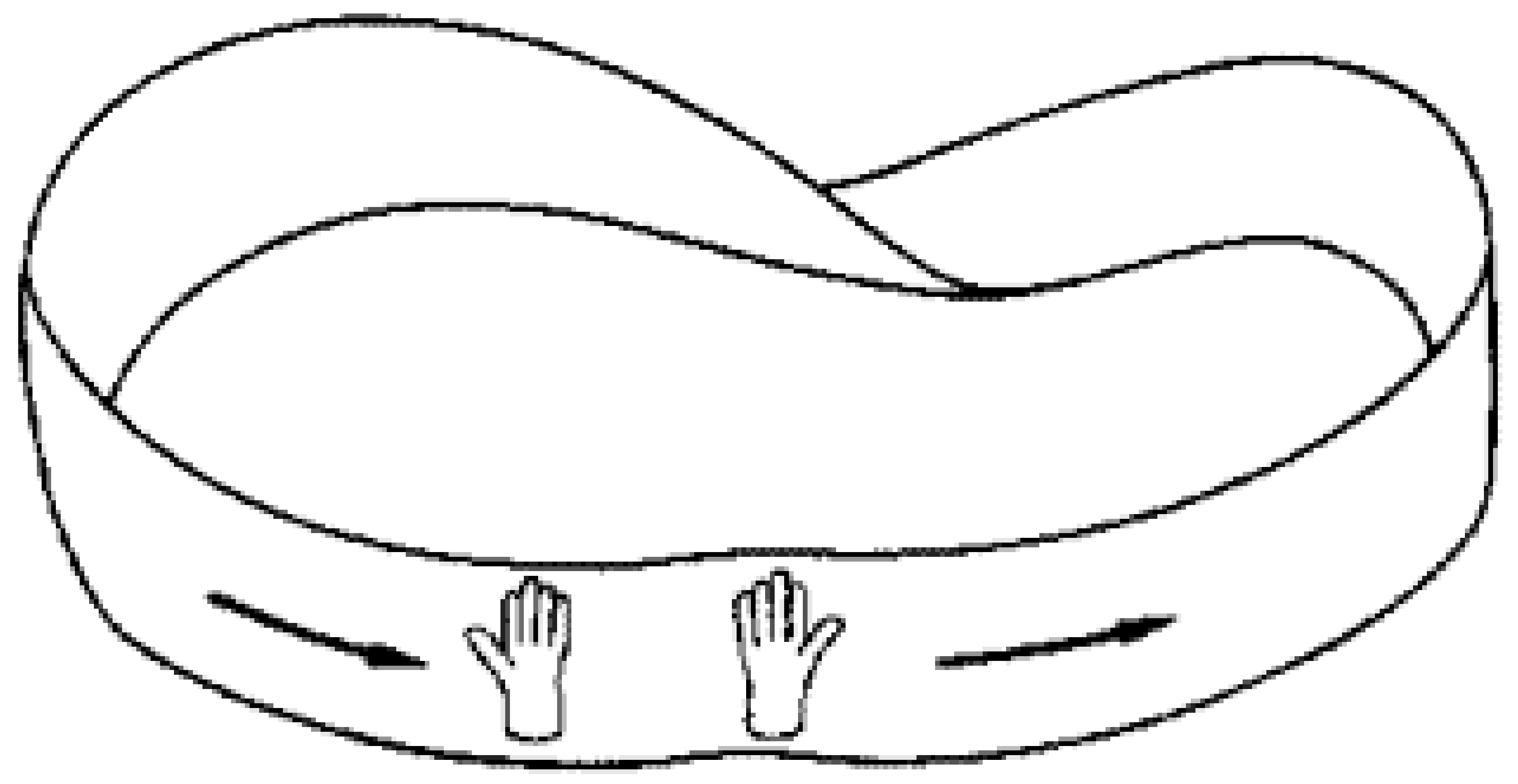
Si se hace lo mismo, pero antes de pegar los extremos se gira uno de ellos **180^0**, el objeto que se obtiene es una ***banda de Möbius.***





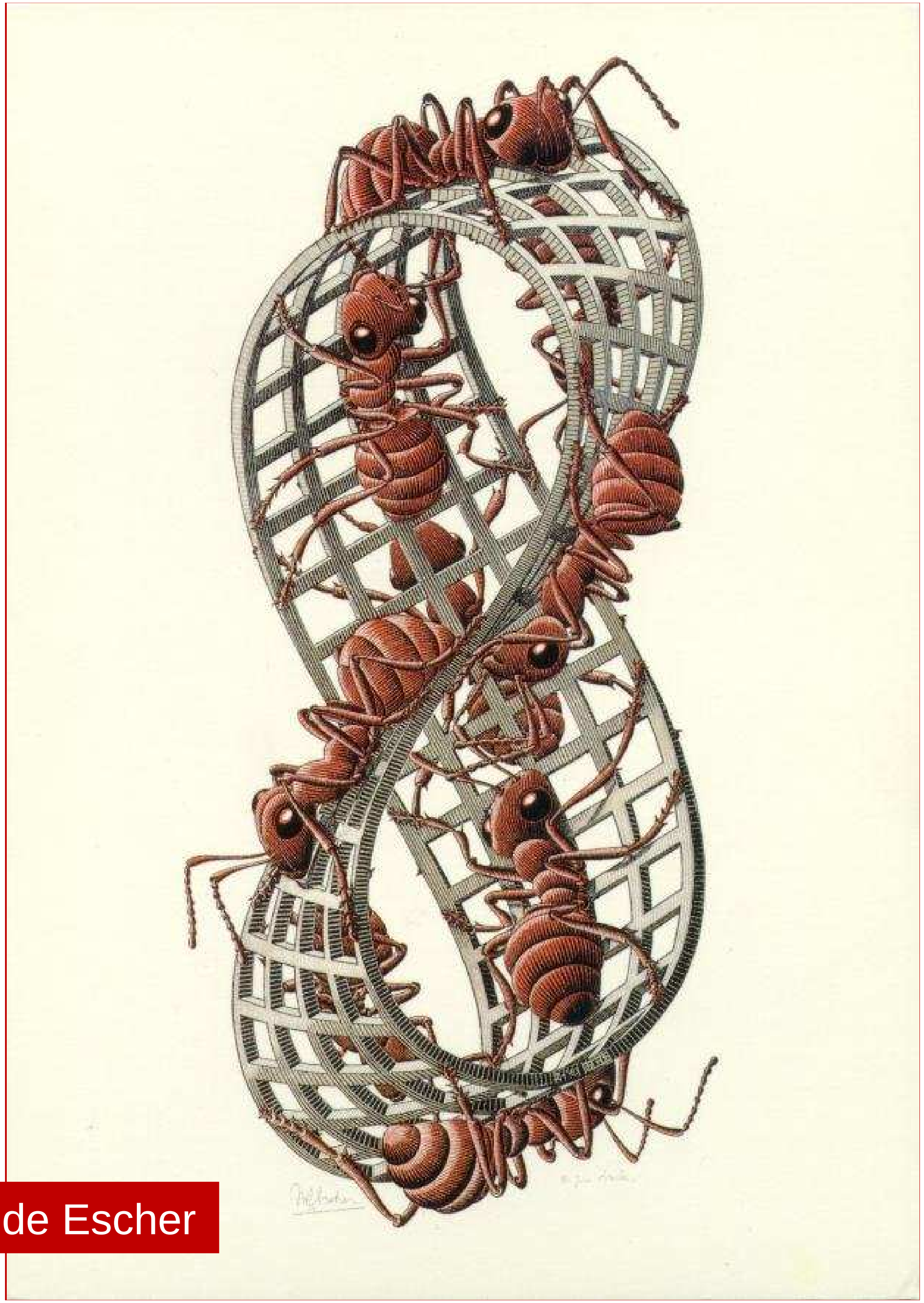


1.- La banda de Möbius sólo tiene una cara (y un único borde)



2.- La banda de Möbius es *no orientable*: dibuja por ejemplo una mano sobre la banda, y muévela a lo largo de su única cara… observa que cuando regresas al punto de partida, ¡la mano ha cambiado de sentido!

¿Qué se obtiene si antes de pegar los extremos de la tira de papel se gira uno de ellos **360^0**? Se trata (topológicamente) de un cilindro: este objeto y el obtenido al pegar sin realizar ningún giro son ***homeomorfos***; se está identificando (pegando) del mismo modo en ambos casos. Sólo hay dos posibilidades al pegar una banda por dos de sus extremos opuestos: o bien se obtiene un cilindro (si antes de pegar los extremos, se gira uno de ellos un múltiplo **par** de 180^0) o bien una banda de Möbius (si antes de pegar los extremos, se gira uno de ellos un múltiplo **impar** de 180^0)…



Strip II de Escher

Al cortar por la altura 1/2 un cilindro, se obtienen dos “cilindritos”, la mitad de altos...

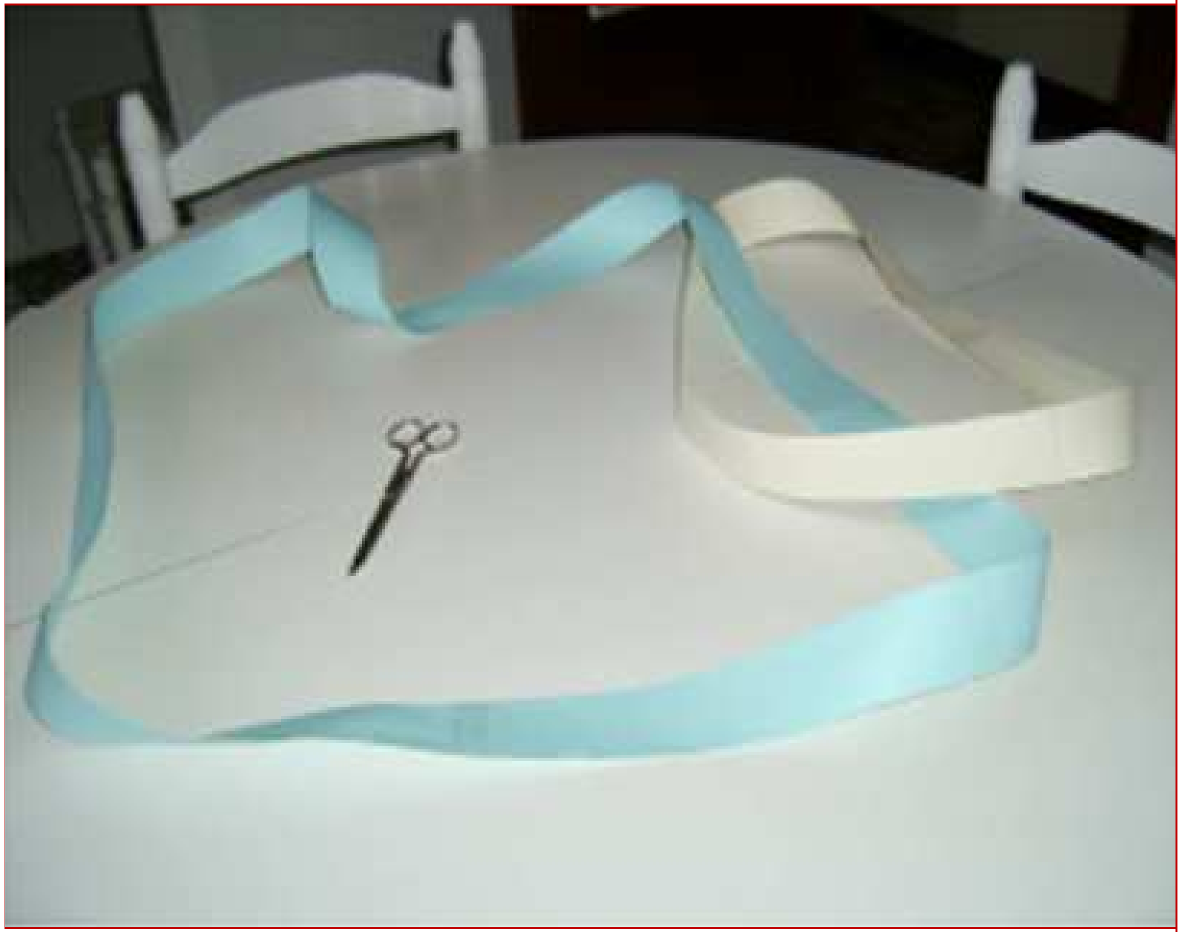
Si se hace lo mismo con la banda de Möbius, … ¿se obtendrán dos “banditas” de Möbius?

… no… se obtiene una única cinta… que es un ***cilindro***, pues posee dos caras.

Al cortar por su tercera parte un cilindro, se obtienen dos cilindros igual de largos, de alturas un tercio y dos tercios de la original.

¿Y si se hace lo mismo con la banda de Möbius?

… resultan una ***banda de Möbius*** (igual de larga y un tercio de ancha) y un ***cilindro*** (el doble de largo y un tercio de ancho) y enlazados…



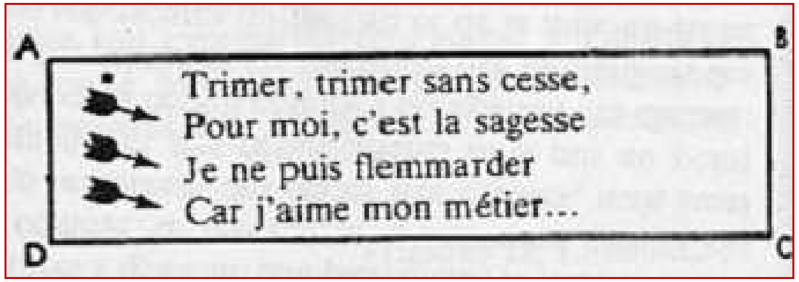
La banda de Möbius es una ***superficie reglada***, representada como subconjunto del espacio euclídeo de dimensión 3, mediante la parametrización:

$$x(u,v) = \cos(u)\,(1 + \tfrac{1}{2}v\cos(\tfrac{1}{2}u))$$
$$y(u,v) = \mathrm{sen}(u)\,(1 + \tfrac{1}{2}v\cos(\tfrac{1}{2}u))$$
$$z(u,v) = \tfrac{1}{2}v\,\mathrm{sen}(\tfrac{1}{2}u)$$

donde $0 \leq u < 2\pi$ y $-1 \leq v \leq 1$: su anchura es unitaria, su circunferencia central tiene radio 1 y se encuentra en el plano coordenado *OXY,* centrada en el origen de coordenadas.

En la primera cara de una banda de papel rectangular (al menos 10 veces más larga que ancha) se escribe la mitad de la poesía:

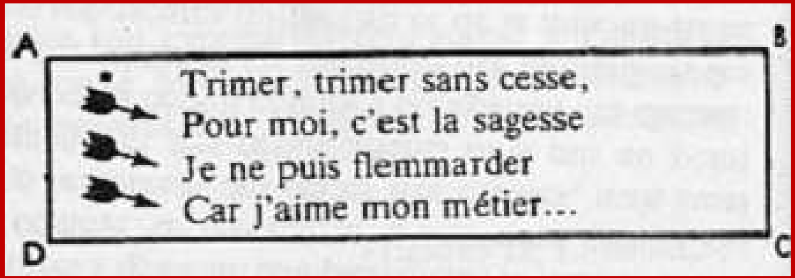
Trabajar, trabajar sin cesar,
para mi es obligación
no puedo flaquear
pues amo mi profesión…



***Poema sobre banda de Möbius*, Luc Étienne**

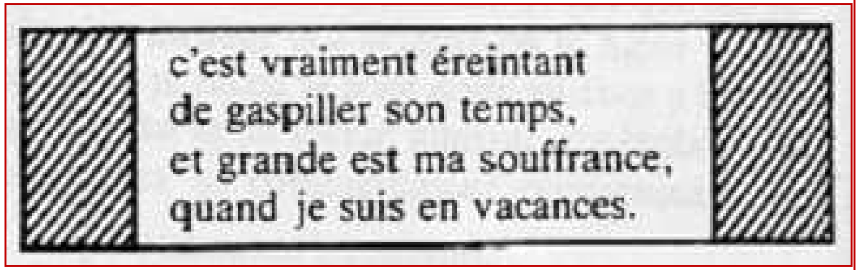
En la primera cara de una banda de papel rectangular (al menos 10 veces más larga que ancha) se escribe la mitad de la poesía:

Trabajar, trabajar sin cesar,
para mi es obligación
no puedo flaquear
pues amo mi profesión…



Se gira esta tira de papel sobre su lado más largo (es esencial), y se escribe la segunda mitad del poema:

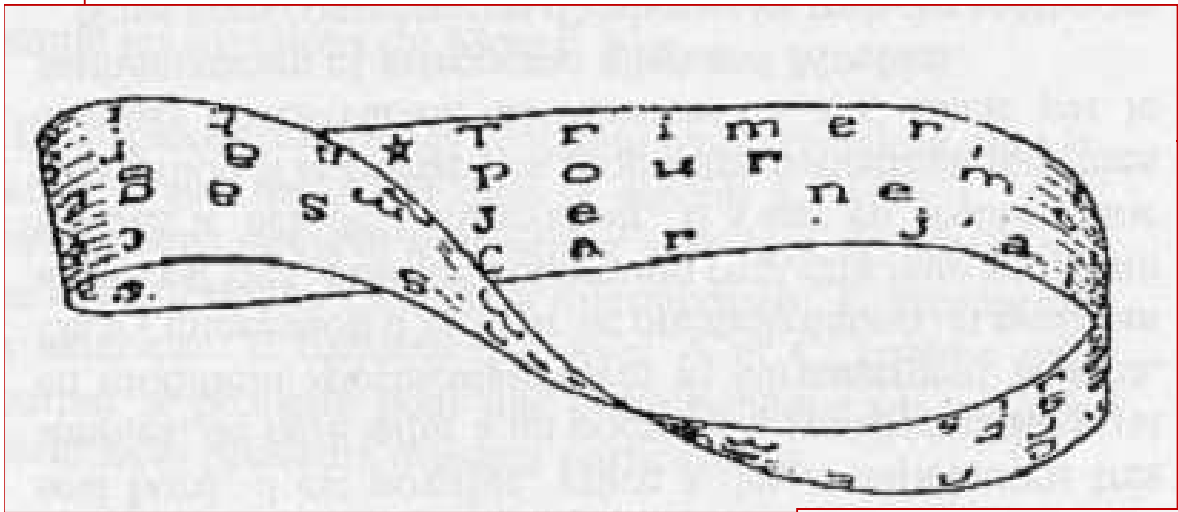
Es realmente un tostón
perder el tiempo,
y grande es mi sufrimiento,
cuando estoy de vacación.



***Poema sobre banda de Möbius*, Luc Étienne**

Se pega la tira para obtener una banda de Möbius y sobre ella se lee (sólo tiene una cara) algo con sentido “opuesto” a la suma de los dos poemas anteriores:

***Trabajar, trabajar sin cesar,* es realmente un tostón**
***para mi es obligación* perder el tiempo**
***no puedo flaquear* y grande es mi sufrimiento,**
***pues amo mi profesión…* cuando estoy de vacación.**



Trimer, trimer sans cesse, c'est vraiment éreintant
Pour moi, c'est la sagesse de gaspiller son temps
Je ne puis flemmarder, et grande est ma souffrance,
Car j'aime mon métier... quand je suis en vacances.

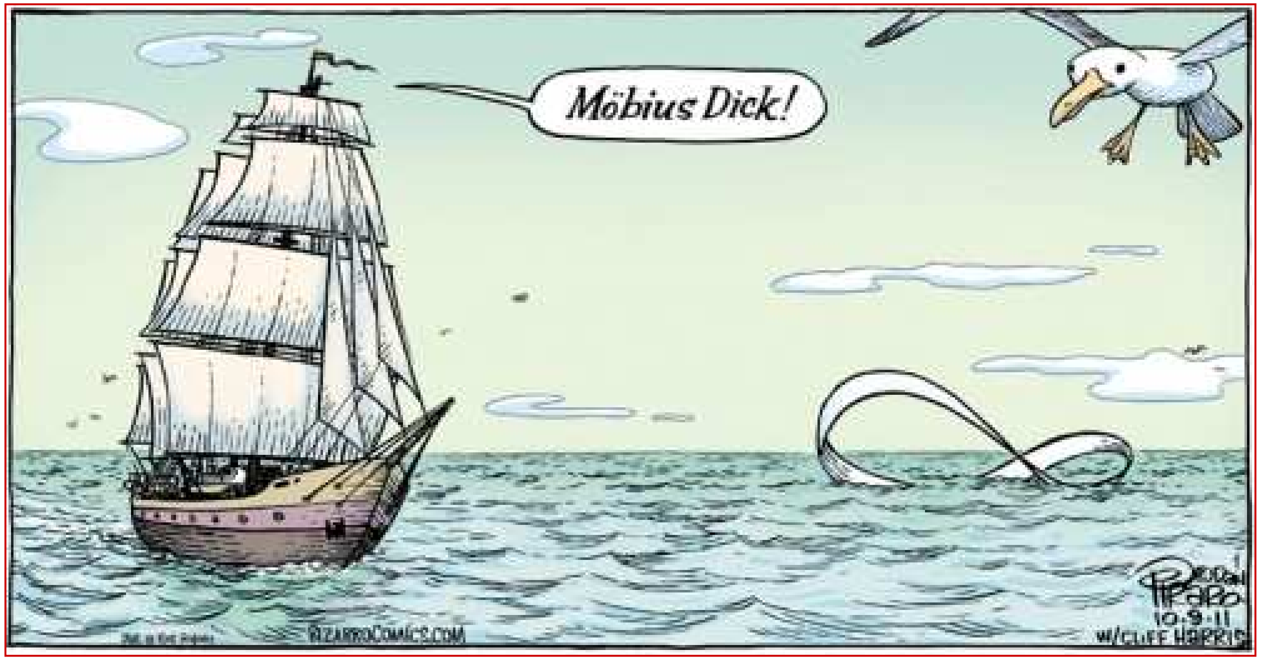
Primera cara :

**** Hay que hacer aquí debajo***
el deber, sin ningún fallo,
………………………………..
subsistir sin demencia
es el objetivo de mi existencia.

Segunda cara:

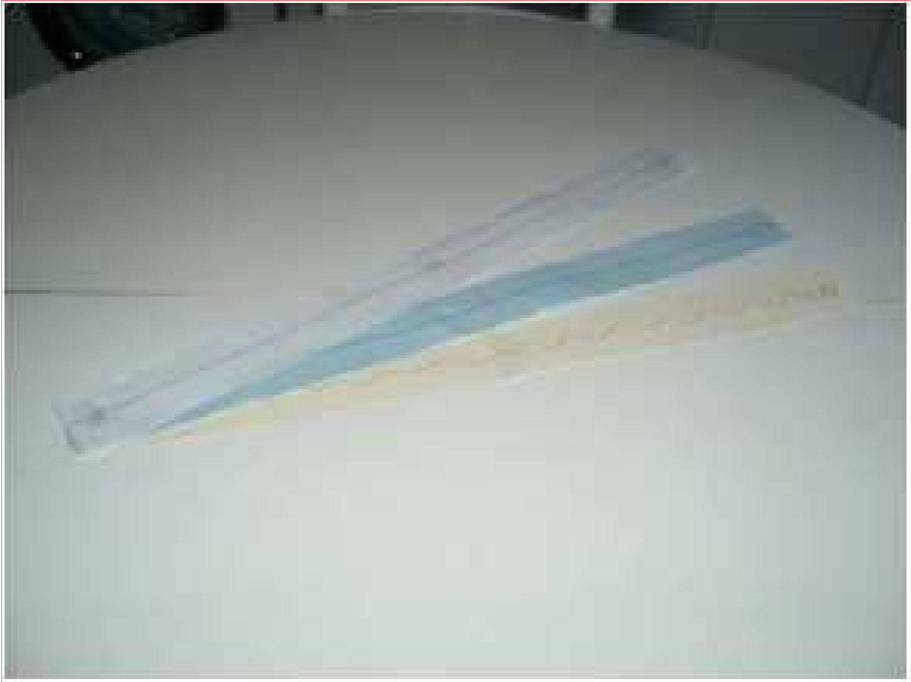
el amor, siempre el amor,
nos hace poco favor.
………………………………..
La mayor absurdidad:
buscar la voluptuosidad.

Se procede como en el caso anterior, hasta la obtención de la banda de Möbius. Se hace sobre esta banda una sección longitudinal por el medio. Se obtiene así un cilindro. Se corta este cilindro de manera transversal, en el lugar indicado por el asterisco: se lee lo que aparece en las dos caras, una después de la otra, comenzando por el asterisco...



**** Hay que hacer aquí debajo el amor,* siempre el amor,**
***el deber, sin ningún fallo,* nos hace poco favor.**
La mayor absurdidad: *subsistir sin demencia
buscar la voluptuosidad *es el objetivo de mi existencia.

En Magia, existen numerosos trucos con la banda de Möbius, que se deducen de sus especiales propiedades paradójicas. Estos trucos se denominan ***Afghan Band.***



Se cortan tres tiras de papel que se marcan con las letras A y B (blanca), C y D (azul) y E y F (crema) en su extremos. Se colocan una sobre otra, se gira uno de los lados 180 grados y se pegan A con F, B con E y C con D… ¿qué sucede?

Se obtiene un cilindro formado por las bandas de los extremos y la banda de Möbius central se conserva…

Se obtiene un cilindro formado por las bandas de los extremos y la banda de Möbius central se conserva…

¿Es magia?

Se obtiene un cilindro formado por las bandas de los extremos y la banda de Möbius central se conserva…

¿Es magia?

¡NO!

Es topología

ÑARAÑA RAÑA…


MULTIPLICANDO 2 x 3, OBTENEMOS IGUAL RESULTADO QUE MULTIPLICANDO 3 x 2
¿POR QUÉ?
2x3=6
3x2=6
PORQUE EL ORDEN DE LOS FACTORES NO ALTERA EL PRODUCTO
¡BRAVO! ¿VEN? ¡MANOLITO LO SABE PORQUE LO HA ESTUDIADO!
¡NO, NO!... ¡LO SÉ PORQUE ES VOX PÓPULI!

GRACIAS