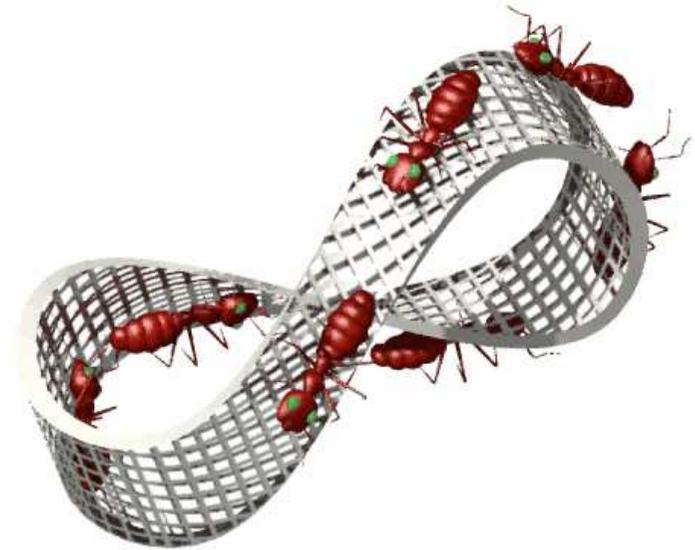


Todo lo que siempre has querido saber sobre la banda de Möbius y nunca te has atrevido a preguntar

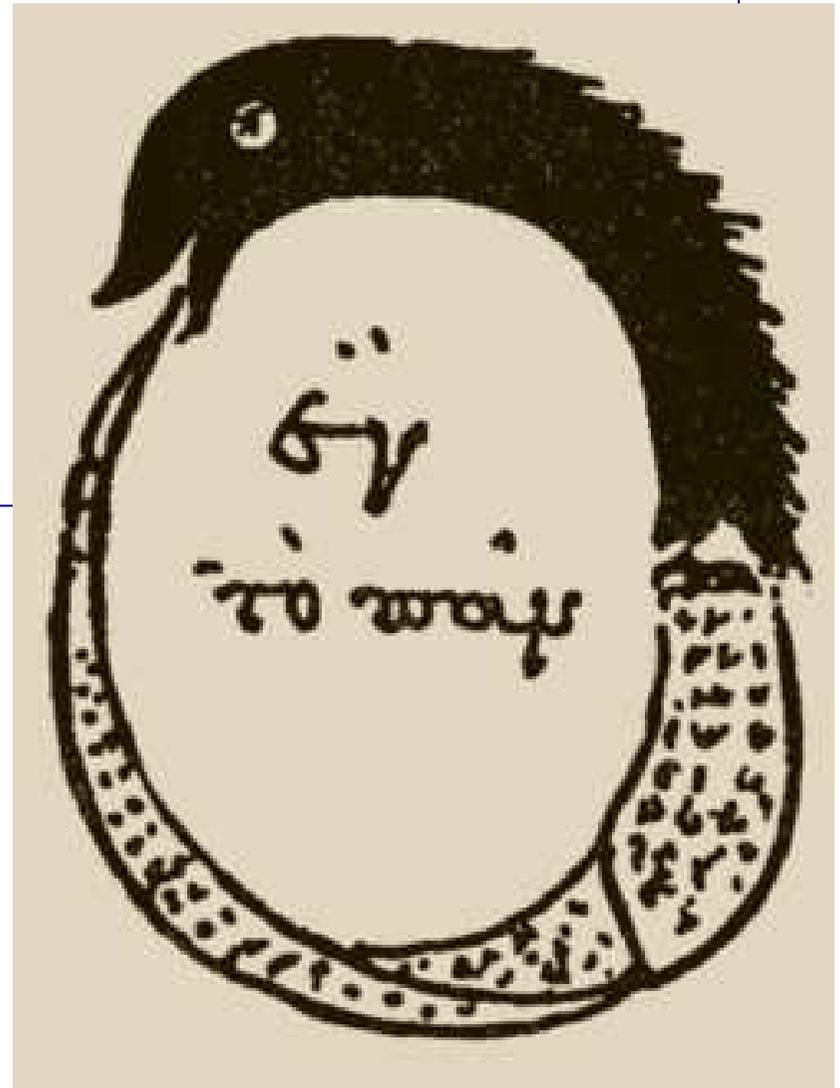


Marta Macho-Stadler (EHU), Granada, 23 de abril de 2009

La banda de Möbius es una **superficie** (con borde) que, por sus sorprendentes propiedades, se utiliza en campos tan dispares como la matemática, el **arte**, la ingeniería, la **magia**, la ciencia, la **arquitectura**, la música, el **diseño**, la literatura, etc., ya sea de manera explícita o simplemente como una metáfora.

Simboliza la **naturaleza** cíclica de muchos procesos, la eternidad, el **infinito**...

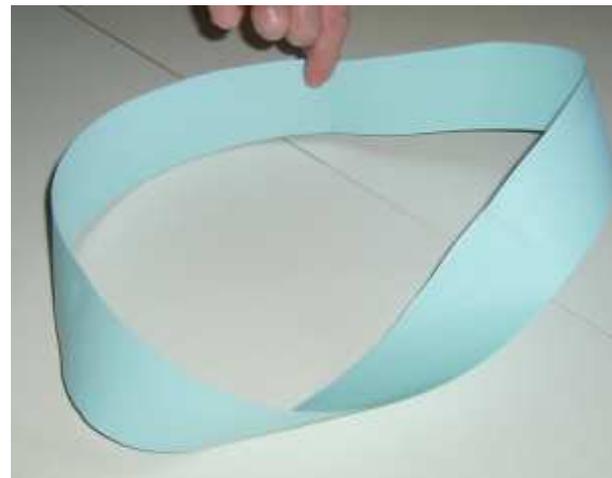
El todo es uno afirma este **OUROBOROS** del Egipto alejandrino. El ouroboros representa el **círculo** materializado en la figura del animal del eterno retorno: es una banda de Möbius...



Guión de la charla

- Un poco de matemáticas
- La banda de Möbius en ciencia e ingeniería
- Arquitectura de Möbius
- Diseños “no orientados”
- Música möbiusiana
- Des-orientación y espectáculo
- Literatura de un único lado
- ¿Tienes alguna banda de Möbius en tu vida?

La banda de Moebius es una superficie (con borde): fue descubierta en 1858 de forma independiente por el matemático y astrónomo August Ferdinand Möbius (1790-1868) y por el considerado como fundador de la **topología** Johann Benedict Listing (1808-1882).



La banda de Möbius es, desde el punto de vista topológico, una superficie (dimensión dos), con un **único borde** y una **única cara**; es además **no orientable**: todas las propiedades *singulares* de la banda de Möbius (y de cualquier otro objeto que esté formado por una o varias de estas bandas) se derivan de la **falta de orientabilidad**.

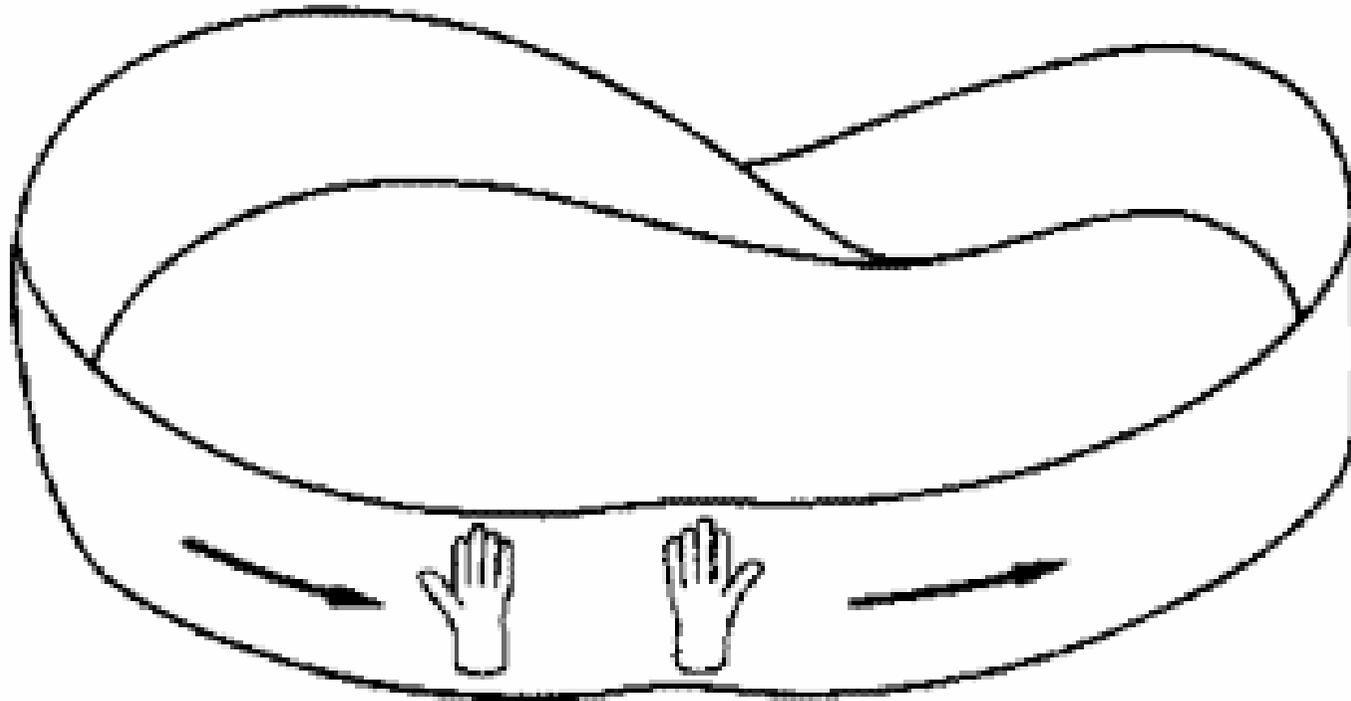


Si se toma una tira de papel y se pegan los extremos como muestra la figura, se obtiene un **cilindro**, es decir, una superficie que tiene como bordes dos circunferencias disjuntas y dos lados (la cara interior y la exterior de la figura).

Si se hace lo mismo, pero antes de pegar los extremos se gira uno de ellos **180°**, el objeto que se obtiene es una **banda de Möbius**: es un objeto geométrico de dimensión dos, pero sorprendentemente, posee un único borde (el doble de largo, su longitud es la suma de las longitudes de las dos circunferencias que forman el borde del cilindro) y una única cara.



Basta con pasar un dedo por el borde de la cinta, hasta verificar que se ha recorrido todo sin levantarlo en ningún momento, y por ejemplo, pasar un lápiz por la cara de la banda, comprobando que al regresar al punto de partida, las supuestas dos caras del objeto están marcadas.



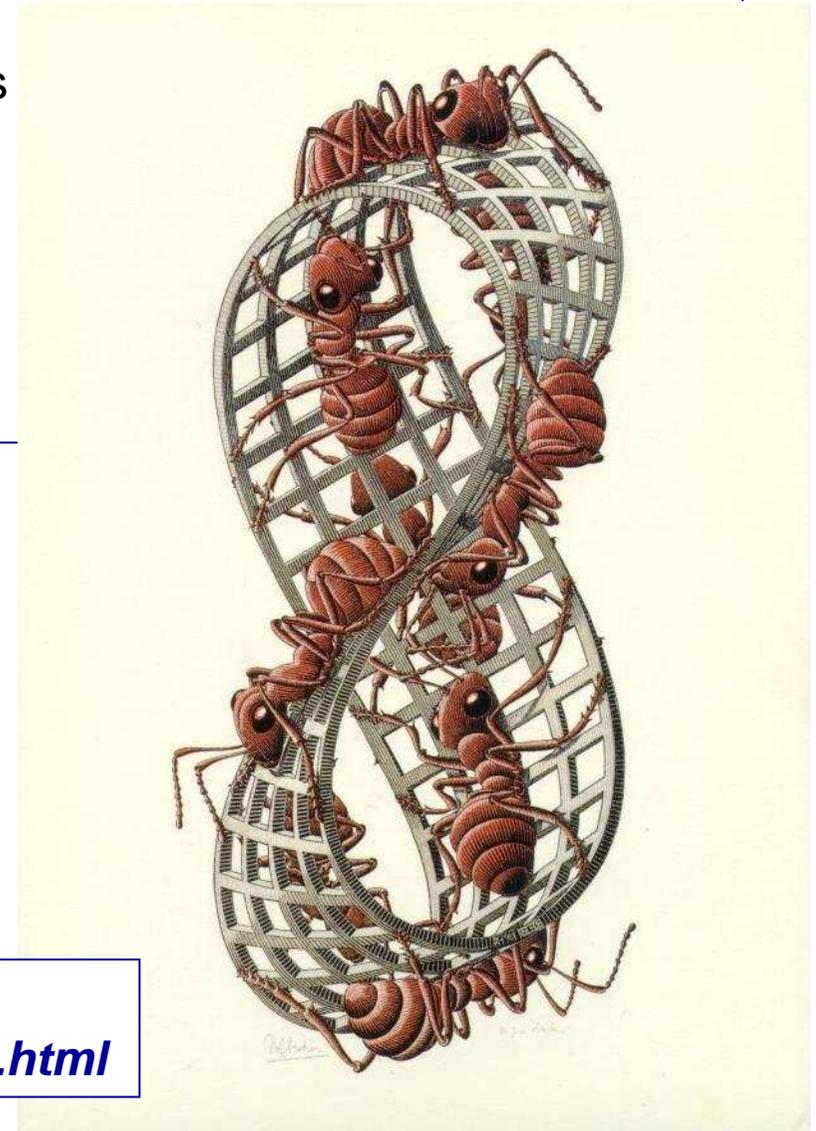
La banda de Möbius es **no orientable**: dibuja por ejemplo una mano sobre la banda, y muévela a lo largo de su única cara... observa que cuando regresas al punto de partida, ¡la mano ha cambiado de sentido!

¿Qué sucede si antes de pegar los extremos de la banda de papel se gira uno de ellos **360°**? ¿Qué se obtiene? Se trata (topológicamente) de un cilindro, ya que este objeto y el obtenido al pegar sin realizar ningún giro son *homeomorfos*: se está identificando (pegando) exactamente del mismo modo en ambos casos. Es fácil comprobar que sólo hay dos posibilidades al pegar una banda por dos de sus extremos opuestos: o bien se obtiene un cilindro (si antes de pegar los extremos, se gira uno de ellos un múltiplo **par** de 180°) o bien una banda de Möbius (si antes de pegar los extremos, se gira uno de ellos un múltiplo **impar** de 180°)...

En muchas ocasiones, este detalle no se examina con cuidado,... y algunas de las figuras que se califican como bandas de Möbius, no lo son en realidad (son simplemente cilindros “retorcidos”)...

Strip II de Escher

<http://www.uv.es/busos/escher/escher.html>





Vamos a hacer un par de experimentos de insólito resultado: al cortar por la altura mitad un cilindro, se obtienen dos “cilindritos”, la mitad de altos que el cilindro original...

Si se hace lo mismo con la banda de Möbius, ... ¿se obtendrán dos “banditas” de Möbius?



... no... se obtiene una única cinta... que es un ***cilindro***, pues posee dos caras.



Al cortar por su tercera parte un cilindro, se obtienen dos cilindros igual de largos, de alturas un tercio y dos tercios de la original.

¿Y si se hace lo mismo con la banda de Möbius?

... resultan una **banda de Möbius** (igual de larga y un tercio de ancha) y un **cilindro** (el doble de largo y un tercio de ancho) y enlazados...



La banda de Möbius es una **superficie reglada**, representada como subconjunto del espacio euclídeo de dimensión 3, mediante la parametrización:

$$\begin{aligned}x(u,v) &= \cos(u) (1 + \frac{1}{2}v \cos(\frac{1}{2}u)) \\y(u,v) &= \sin(u) (1 + \frac{1}{2}v \cos(\frac{1}{2}u)) \\z(u,v) &= \frac{1}{2}v \sin(\frac{1}{2}u)\end{aligned}$$

donde $0 \leq u < 2\pi$ y $-1 \leq v \leq 1$: su anchura es unitaria, su circunferencia central tiene radio 1 y se encuentra en el plano coordenado **OXY**, centrada en el origen de coordenadas.

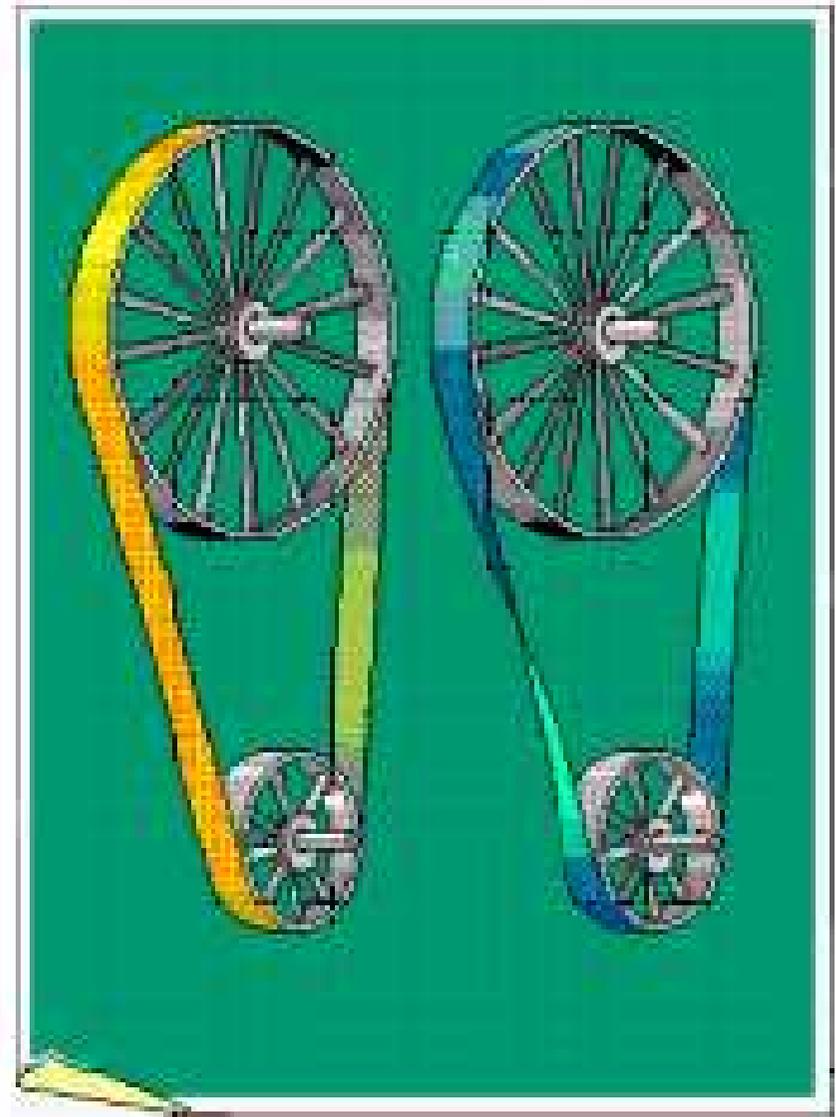
Guión de la charla

- Un poco de matemáticas
- La banda de Möbius en ciencia e ingeniería
- Arquitectura de Möbius
- Diseños “no orientados”
- Música möbiusiana
- Des-orientación y espectáculo
- Literatura de un único lado
- ¿Tienes alguna banda de Möbius en tu vida?

Patentes de Möbius

En 1923, Lee De Forest obtuvo una patente norteamericana para una **película de Möbius** que grababa el sonido *en ambas caras* (<http://en.wikipedia.org/wiki/Phonofilm>).

Esta misma idea se aplicó después a **cintas magnetofónicas**, que pueden grabar el doble de tiempo que las normales.



Aug. 23, 1949.

O. H. HARRIS
ABRASIVE BELT
Filed March 19, 1949

2,479,929

<http://www.pat2pdf.org/patents/pat2479929.pdf>

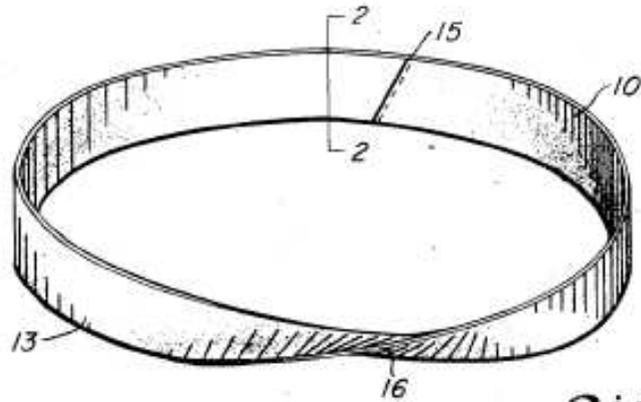


Fig. 1



Fig. 2

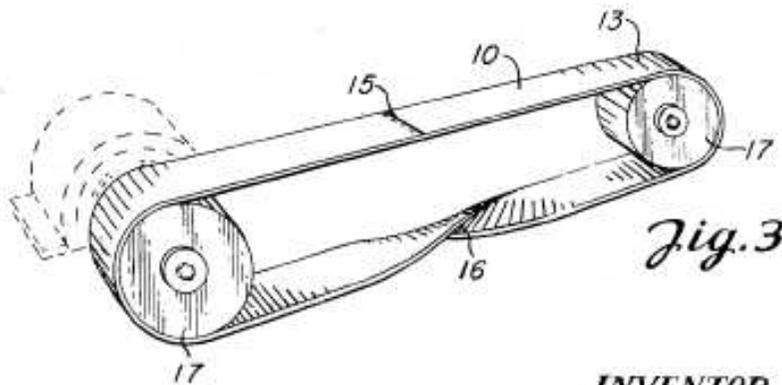


Fig. 3

INVENTOR
BY Owen H. Harris
ATTORNEY
Robert J. Leaky

Owen H. Harris, Pat. # 2.479.929
ABRASIVE BELT, 1949

Correa abrasiva

Incrementa la superficie de pulido o erosión, con una correa "sin fin"... El espacio usado habitualmente para las correas abrasivas se puede reducir considerablemente.

March 12, 1957

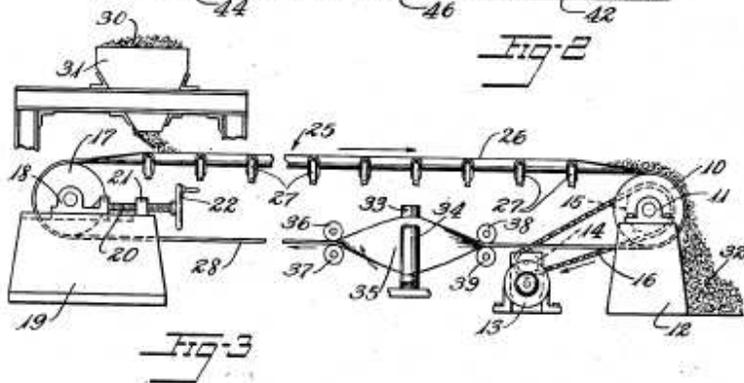
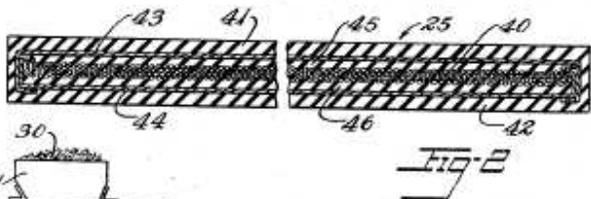
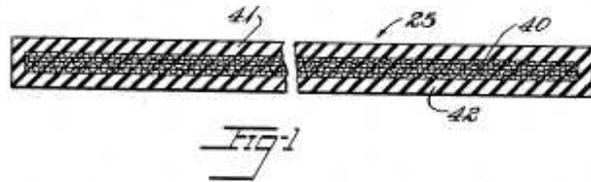
J. O. TRINKLE
CONVEYOR FOR HOT MATERIAL
Filed July 22, 1952

2,784,834

James O. Trinkle, Pat. # 2.784.834
CONVEYOR FOR HOT MATERIAL, 1957

Transportadora para material caliente

James O. Trinkle trabajaba en ese momento en la B.F. Goodrich Co., y patentó una cinta transportadora flexible de Möbius para llevar materiales calientes como cenizas o arena de fundición.



Inventor
James O. Trinkle
By Harold S. Meyer
Att'y

El “torcido” de Möbius se realiza en el lugar 35, con ayuda de los rodillos de guía 33 y 34.

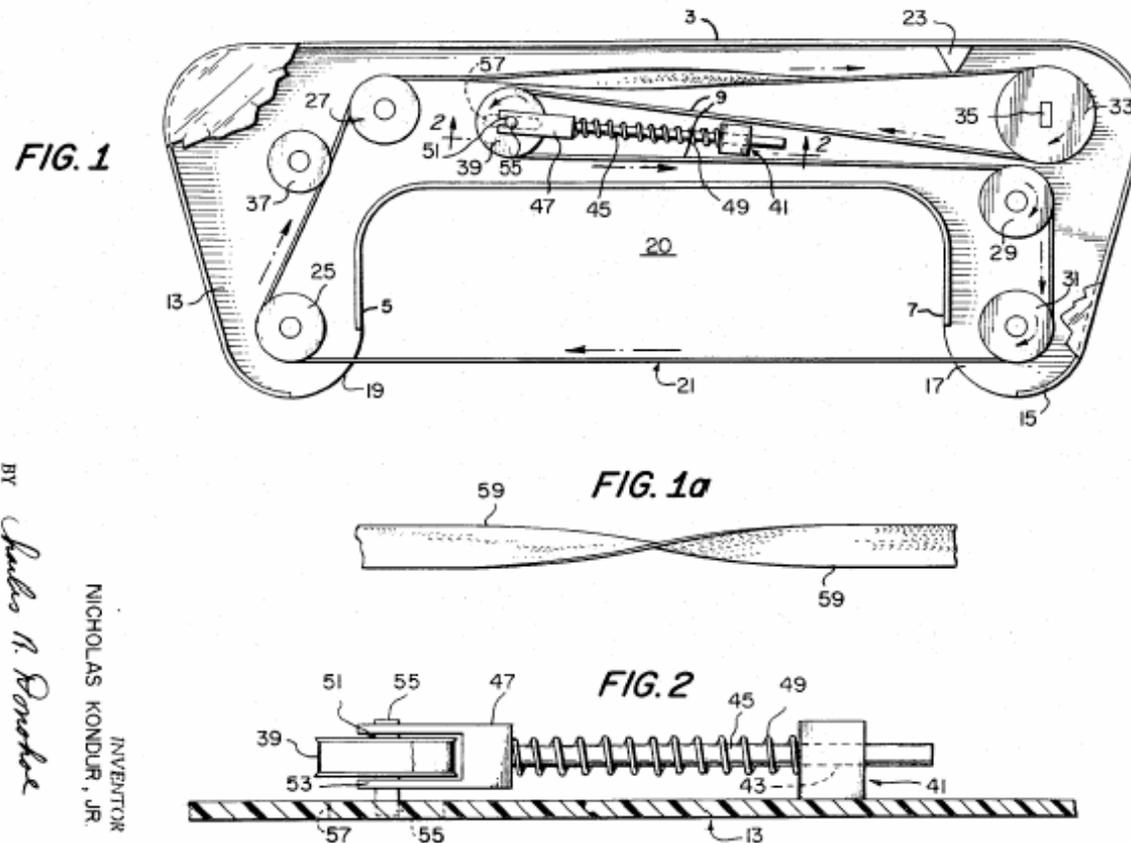


<http://www.pat2pdf.org/patents/pat2784834.pdf>

Nicholas Kondur Jr., Pat. #3.621.968

RIBBON CARTRIDGE WITH MOBIUS LOOP IN RIBBON, 1971

Cartucho con cinta de Möbius

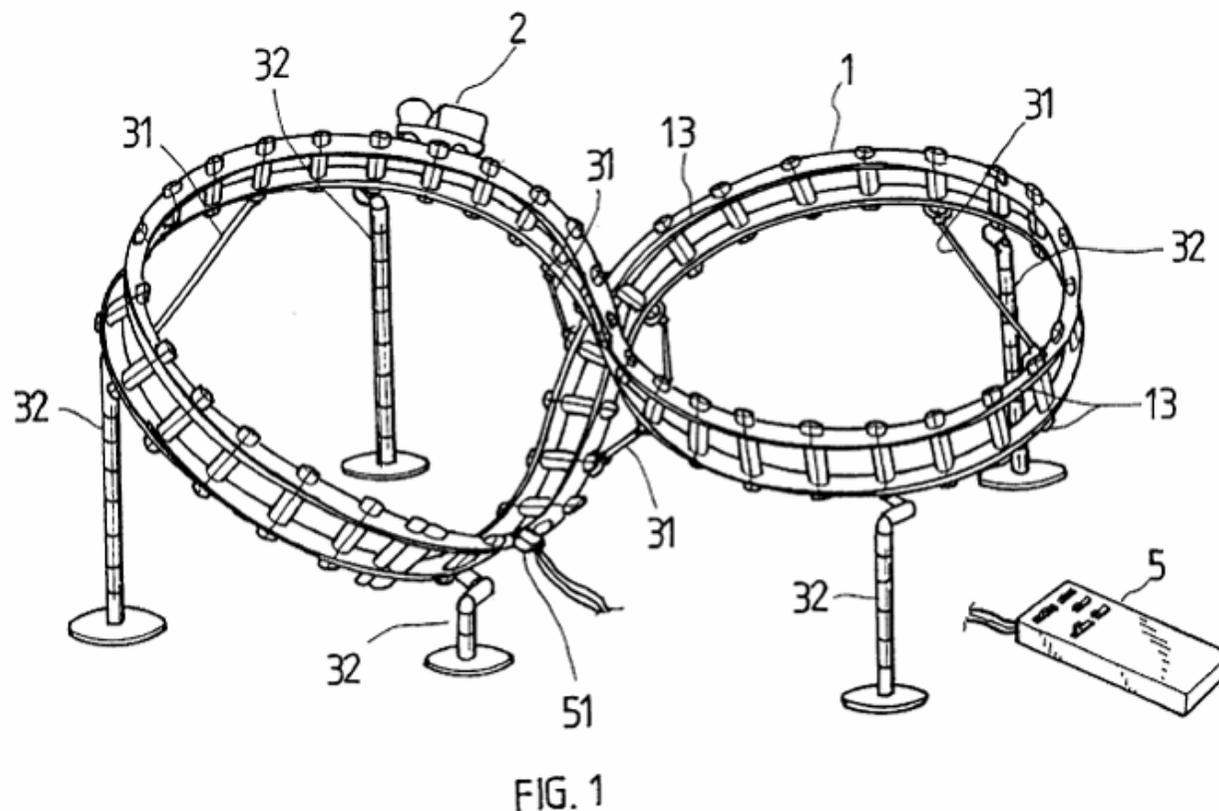


Es un cartucho con cinta de tinta para escribir o imprimir. La banda tintada tiene un medio giro, en forma de lazo de Möbius, que dobla su longitud efectiva. La tinta depositada en la cinta (que se mueve por medio de un rodillo transportador) puede volverse a llenar por medio de una almohadilla de tinta que está en contacto con la cinta.

<http://www.pat2pdf.org/patents/pat3621968.pdf>

Xian Wang, Pat. #5.678.489

ELECTRICALLY-OPERATED MOVING BODY TRAVELLING ON A RAIL CAPABLE OF EXPLAINING FREE QUADRANTS DESCRIBED IN THE MOBIUS TH., 1997



U.S. Patent

Oct. 21, 1997

Sheet 1 of 9

5,678,489

Se trata de un adorno operado de manera eléctrica que viaja por un raíl. Incluye un raíl “sin fin” de dimensión 3, sostenido por una serie de soportes. Dos cables metálicos se extienden a lo largo de todo el raíl. Un cuerpo en movimiento con ruedas de material magnético está magnéticamente enganchado a los cables.

<http://www.pat2pdf.org/patents/pat5678489.pdf>

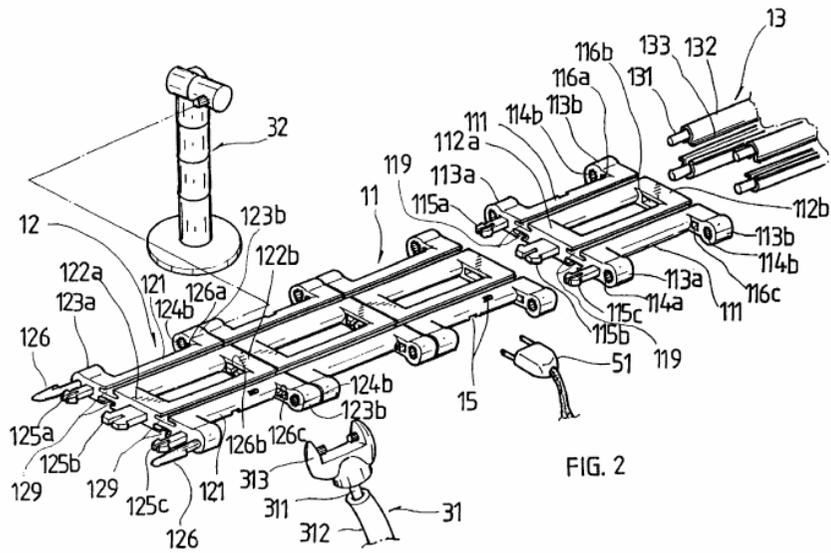


FIG. 2

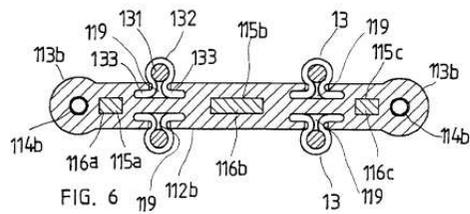


FIG. 6

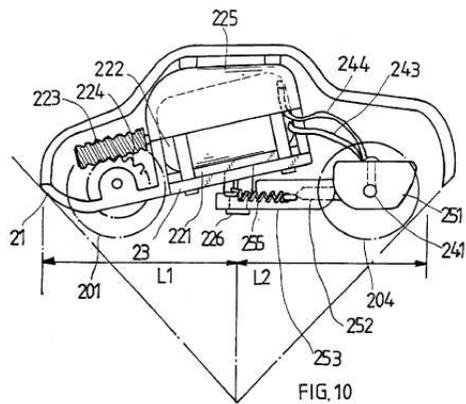


FIG. 10



FIG. 12

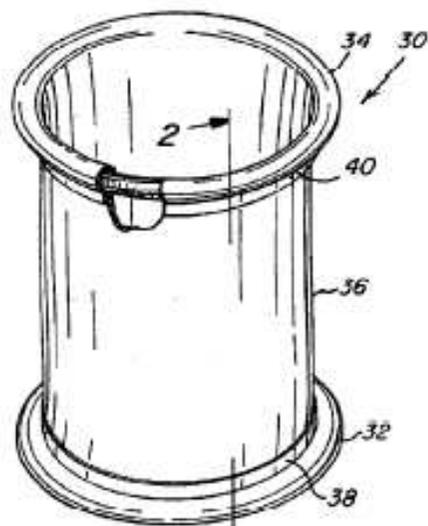


Fig. 1

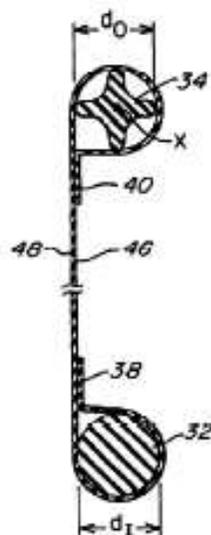


Fig. 2

<http://www.pat2pdf.org/patents/pat6723044.pdf>

John C. Pulford and Marco Pelosi,
Pat. #6.723.044
ABDOMINAL RETRACTOR, 2004

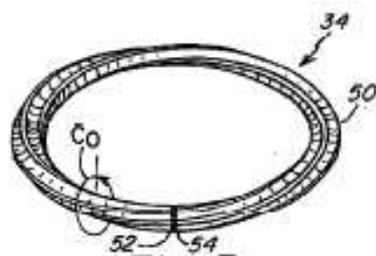


Fig. 3

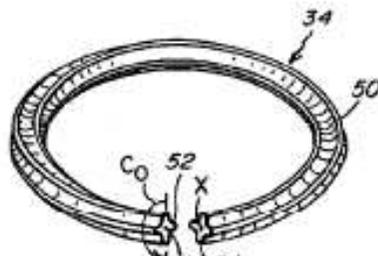


Fig. 4

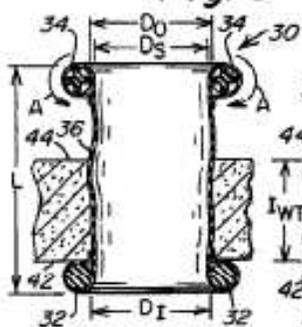


Fig. 5

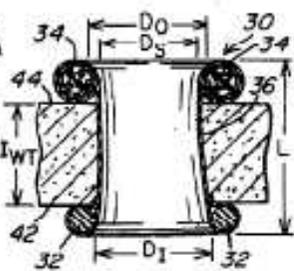


Fig. 6

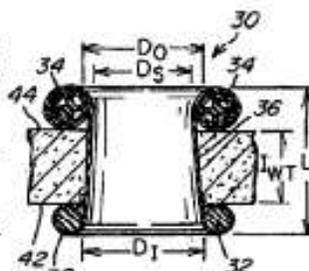


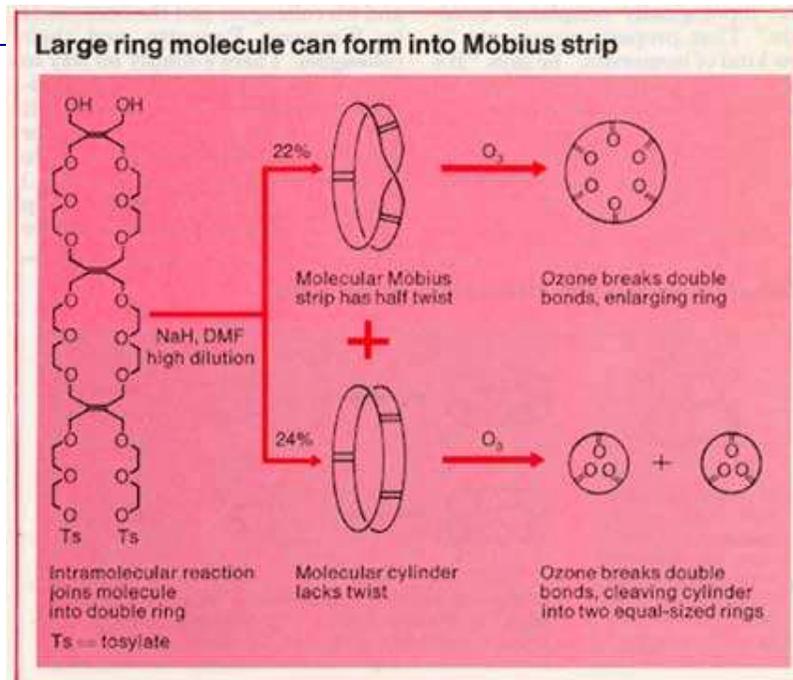
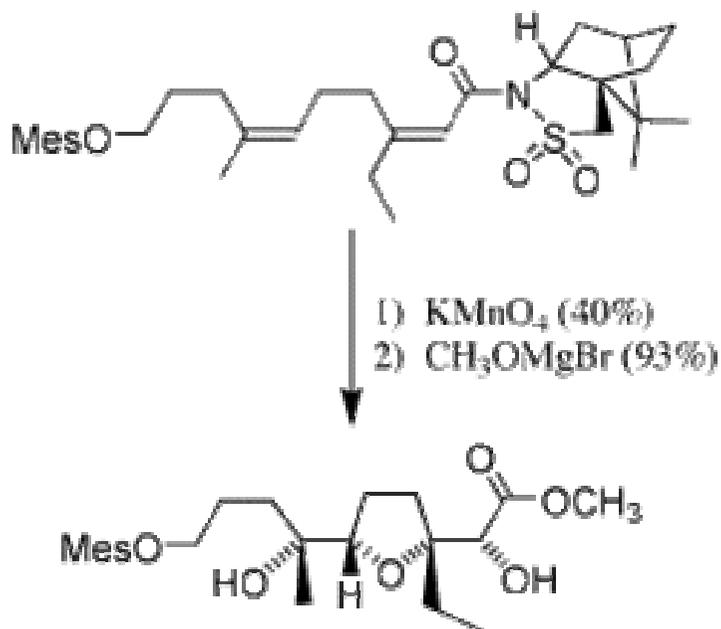
Fig. 7

Es un retractor ajustable que posee un anillo interior, un anillo exterior separado del anillo interior, y una manga alargada abierta en los externos opuestos. El anillo exterior está provisto de una llave rotacional para ayudar a rotar este anillo alrededor de su eje central, para rodar la manga alrededor del anillo exterior con el fin de ajustar la longitud de la manga. Este anillo exterior es de Möbius...

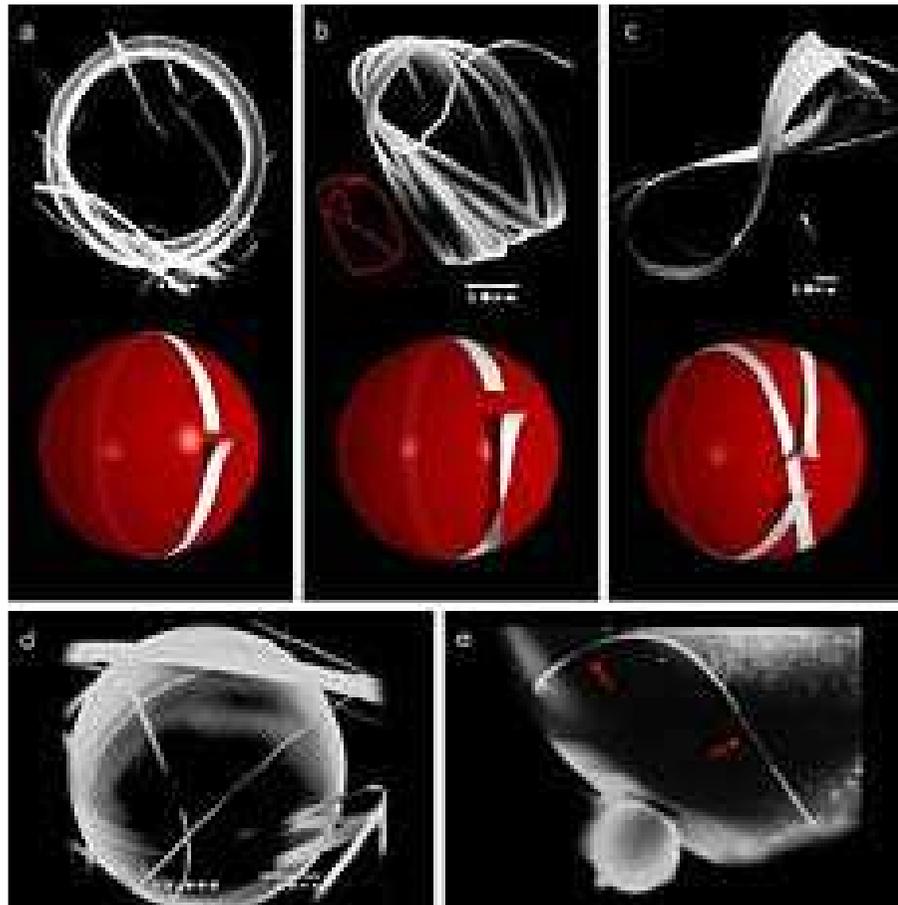


Möbius molecular...

La molécula de Möbius no se encuentra en la naturaleza, sino que se ha sintetizado en el laboratorio de David Walba y sus colegas (<http://walba.colorado.edu/>). El proceso comienza con la síntesis de una molécula en forma de escalera con tres escalones (cada escalón es una cadena carbón-carbón doble). La escalera se curva hasta que sus finales se juntan para formar un lazo. En la mitad de los casos, el lazo es sencillamente una banda circular, pero en la otra mitad, el lazo es una banda de Möbius. Estas cintas moleculares de Möbius poseen las propiedades de las bandas de Möbius de papel...



Investigadores japoneses de la Hokkaido University (S. Tanda, T. Tsuneta, Y. Okajima, K. Inagaki, K. Yamaya and N. Hatakenaka, *Nature*, 2002, 417, 397–398) han demostrado que los cristales –conjuntos ordenados de átomos, iones o moléculas– pueden crecer en forma de bandas, incluso añadiéndoles algún giro. El equipo de S. Tanda (<http://exp-ap.eng.hokudai.ac.jp/~tanda/>) ha conseguido sintetizar el conductor inorgánico *niobium triselenide* **NbSe₃**, primer cristal con estructura de banda de Möbius.



Teóricamente, estas estructuras podrían ser útiles en el estudio de efectos topológicos de la mecánica cuántica.

Foto: Taku Tsuneta

Diagrama: Syujiro Mori

<http://www.reactivereports.com/26/images/mobius.jpg>

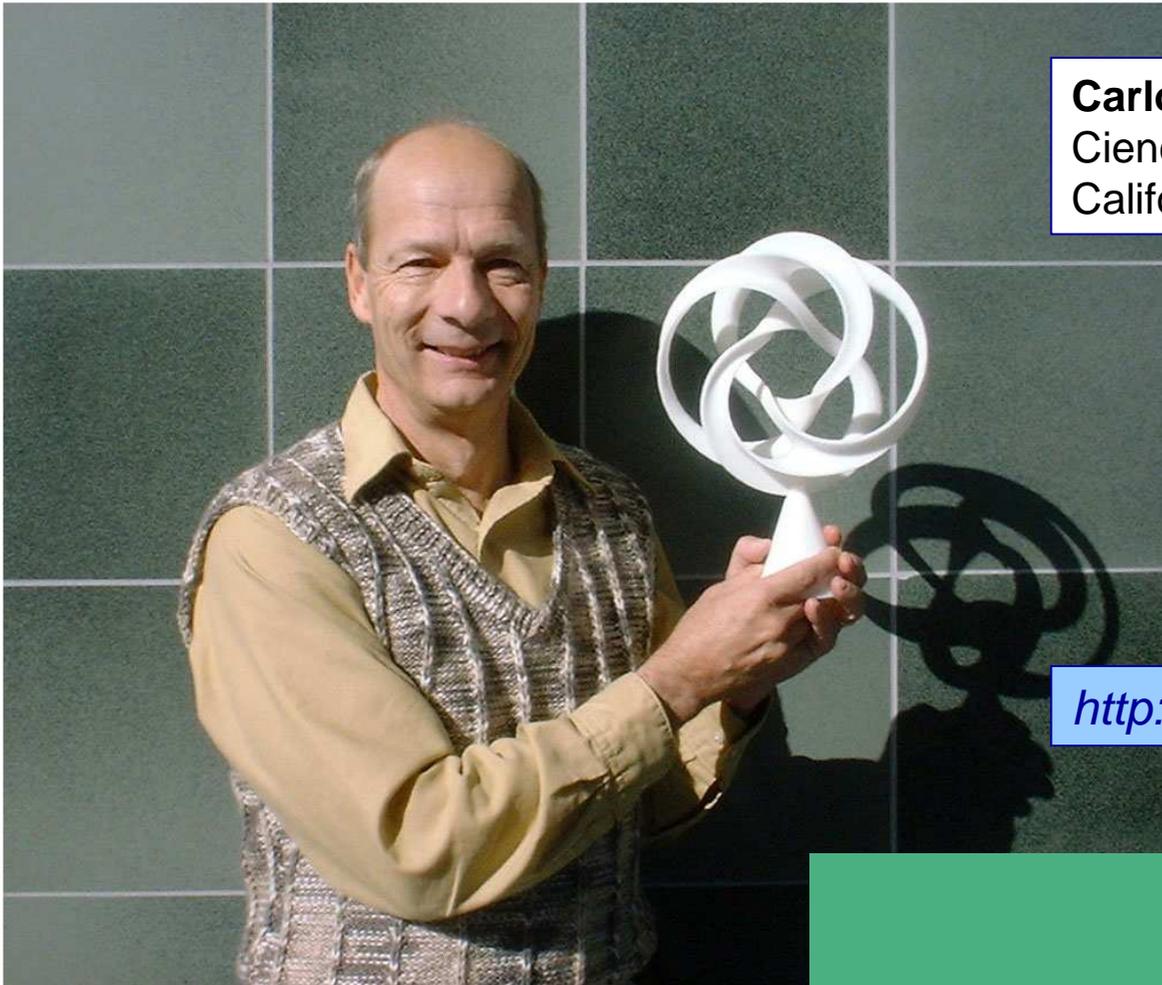
Guión de la charla

- Un poco de matemáticas
- La banda de Möbius en ciencia e ingeniería
- **Arquitectura de Möbius**
- Diseños “no orientados”
- Música möbiusiana
- Des-orientación y espectáculo
- Literatura de un único lado
- ¿Tienes alguna banda de Möbius en tu vida?

En arquitectura se pueden encontrar variados ejemplos de proyectos basados en la banda de Möbius, ya sea en términos de forma y estructura, ya de manera espacial.

Los conceptos que se manejan son el de la **infinitud** y la **paradoja** que rodean a la banda de Möbius, que se transportan en arquitectura a través de los giros, la continuidad y el dinamismo de las figuras. Estas propiedades tienen un gran potencial en arquitectura, aunque su dificultad de puesta en marcha precisa pasar por el uso de técnicas informáticas variadas.

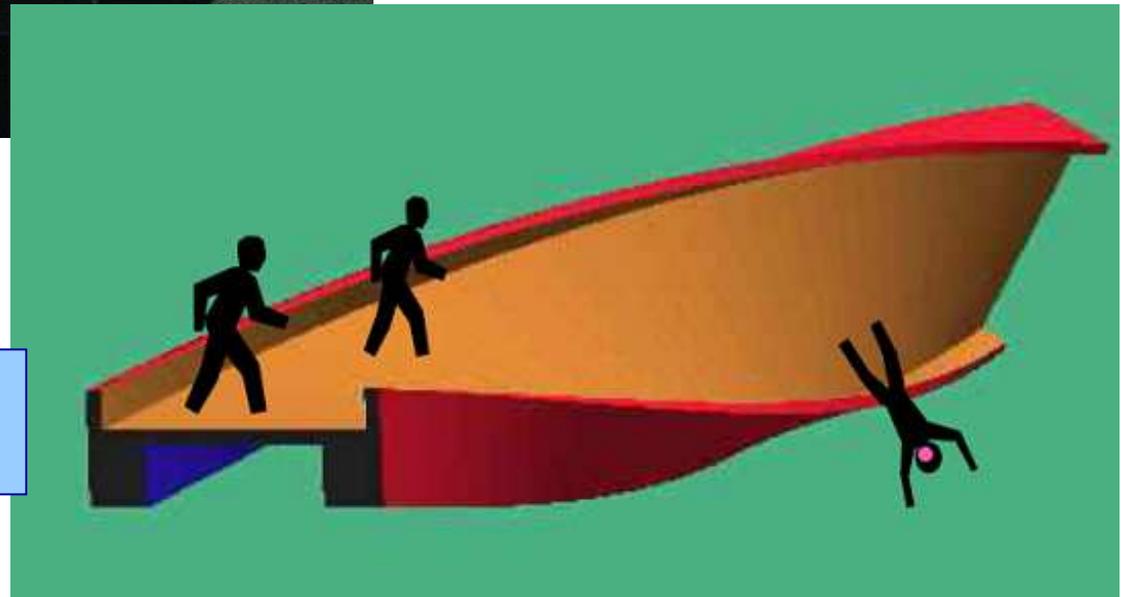
Vamos a dar algunos ejemplos: en algunos casos se trata de simples propuestas de construcción, en otros las obras finalizadas sorprenden por sus propiedades estéticas...



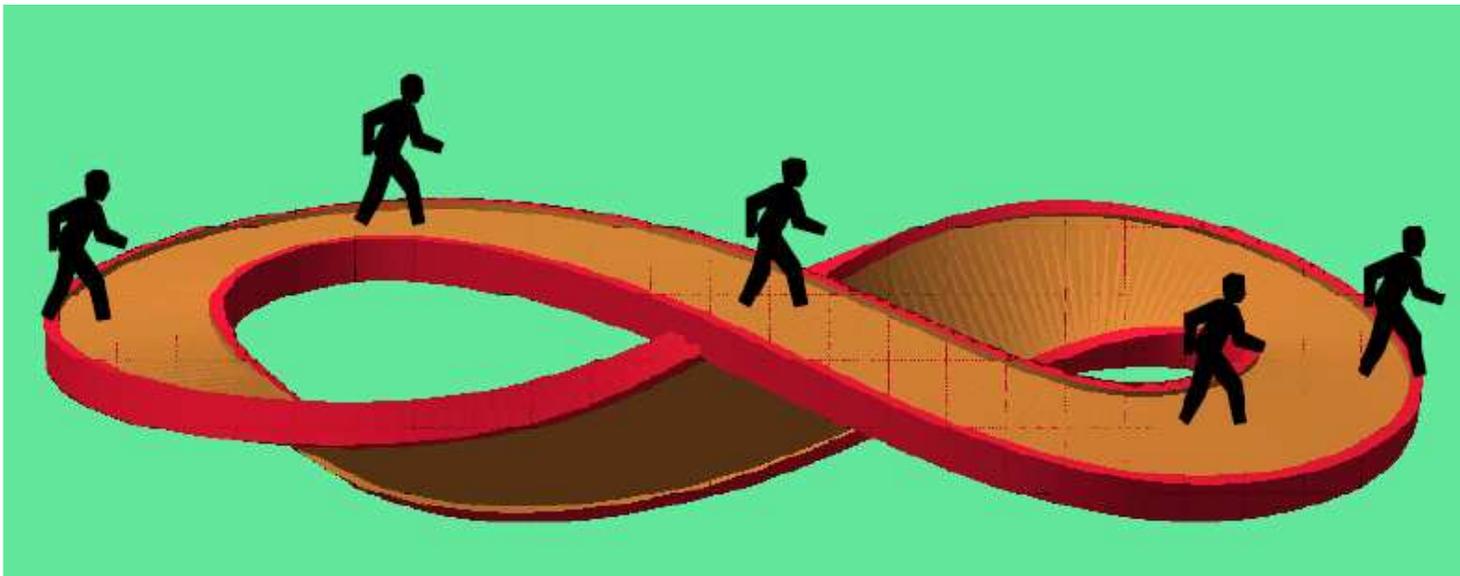
Carlo H. Séquin es catedrático de Ciencia de la computación en la Univ. de California en Berkeley.

<http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/>

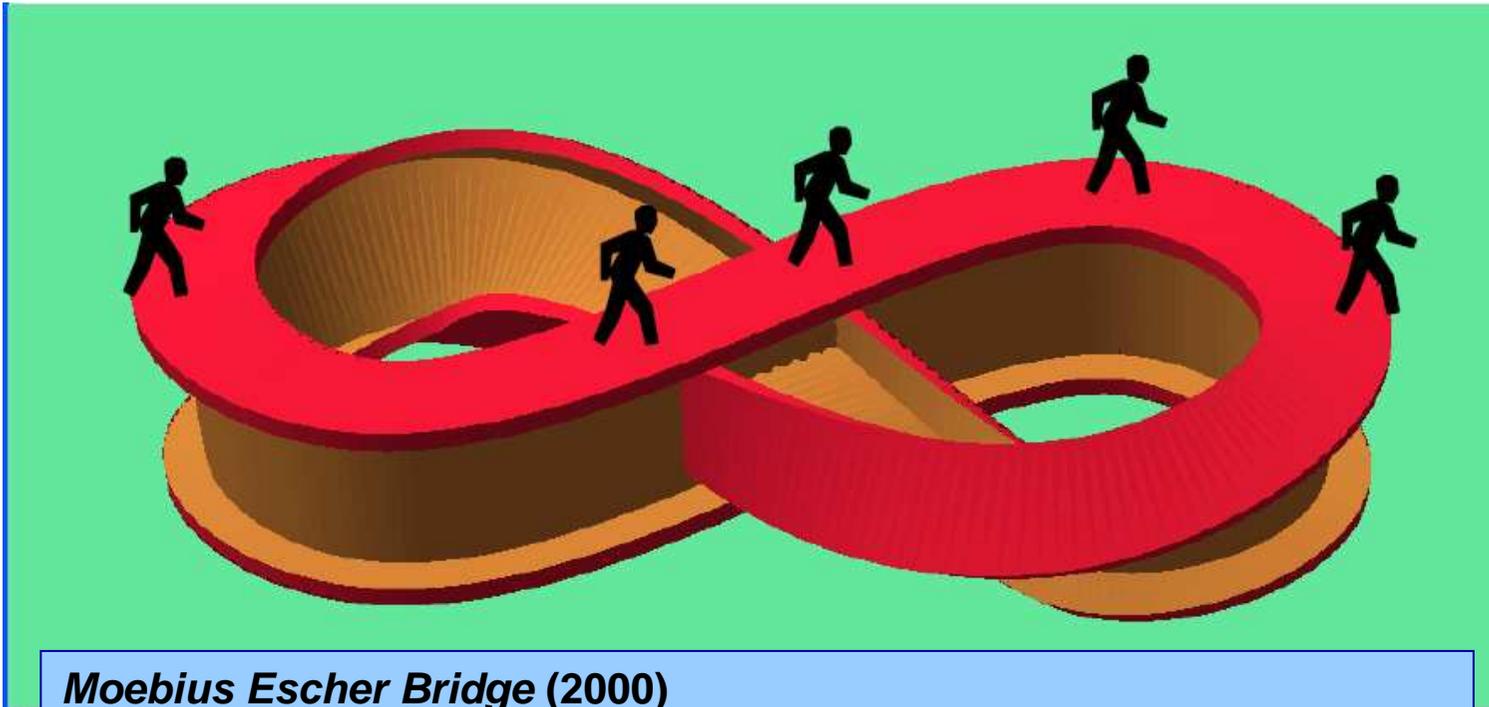
BRIDGES, Winfield KS, 2000
Es difícil caminar sobre este puente...



<http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/SCULPTS/SEQUIN/moebius.html>



Inspirada en Möbius *Strip II* de Escher

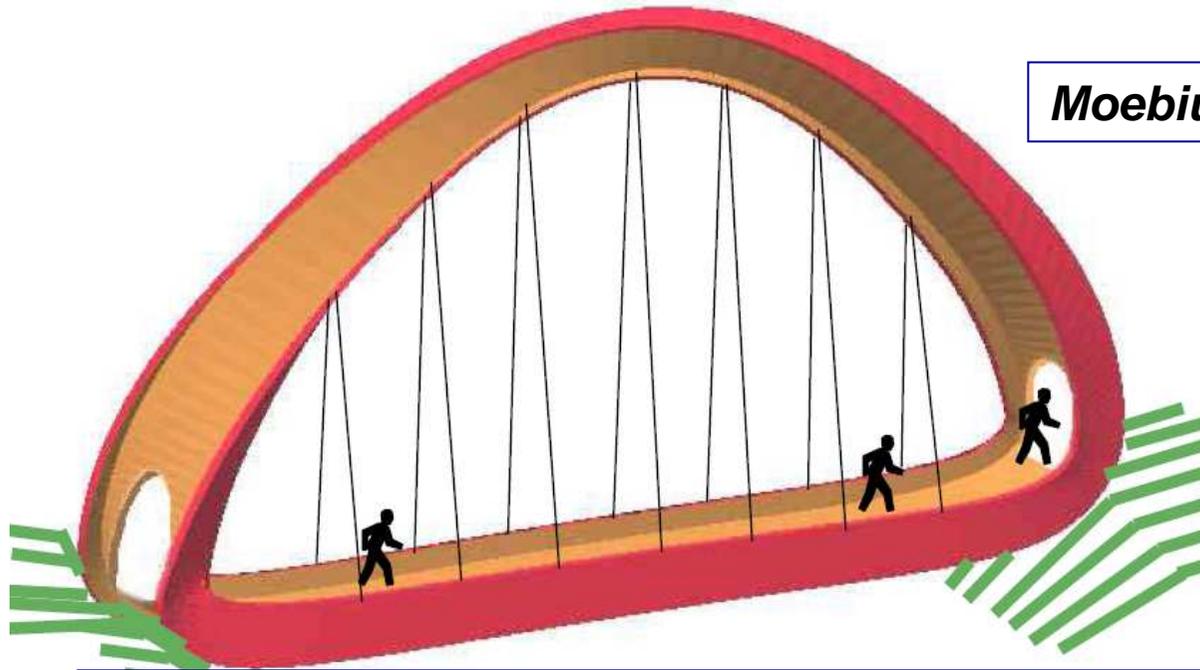


Moebius Escher Bridge (2000)

<http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/GEOM/MATHmodels/bridge3.jpg>



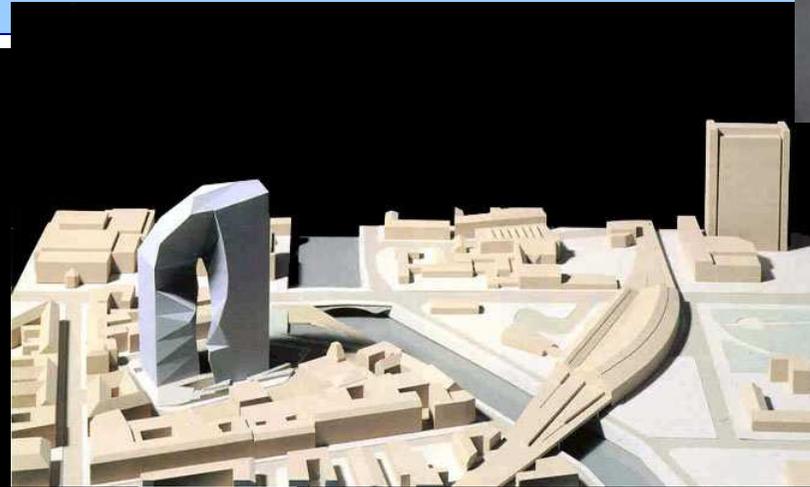
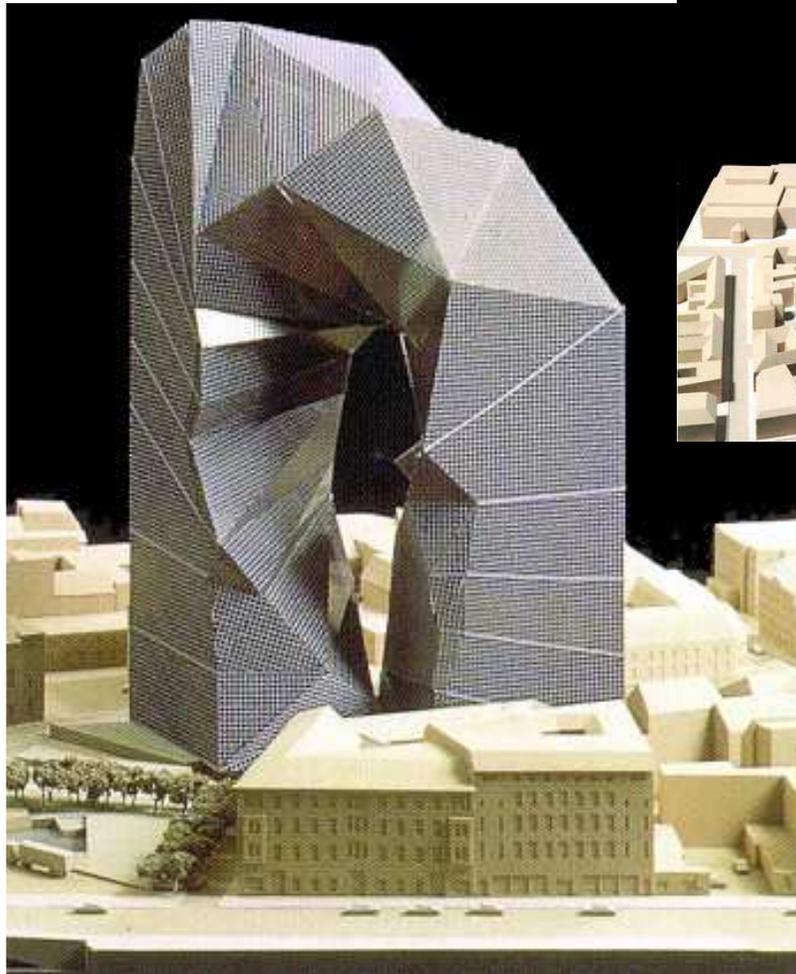
Moebius Suspension Bridge (2000)



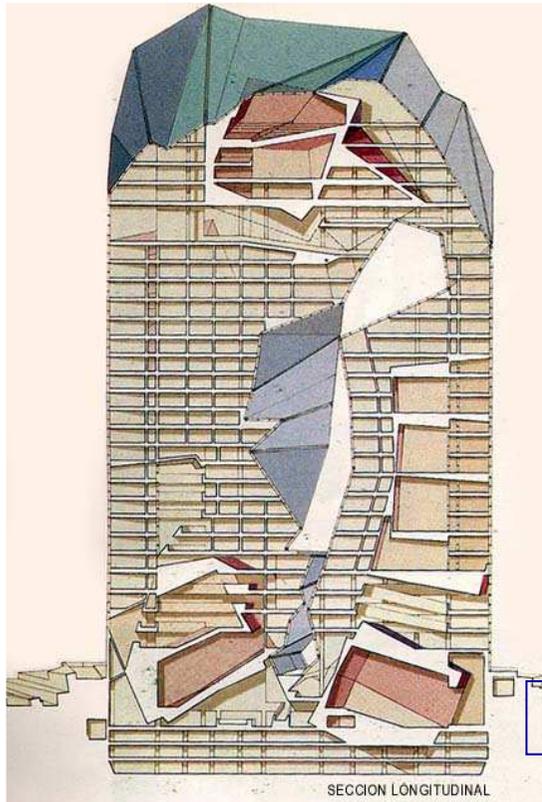
<http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/GEOM/MATHmodels/MoebSuspBridge.jpg>



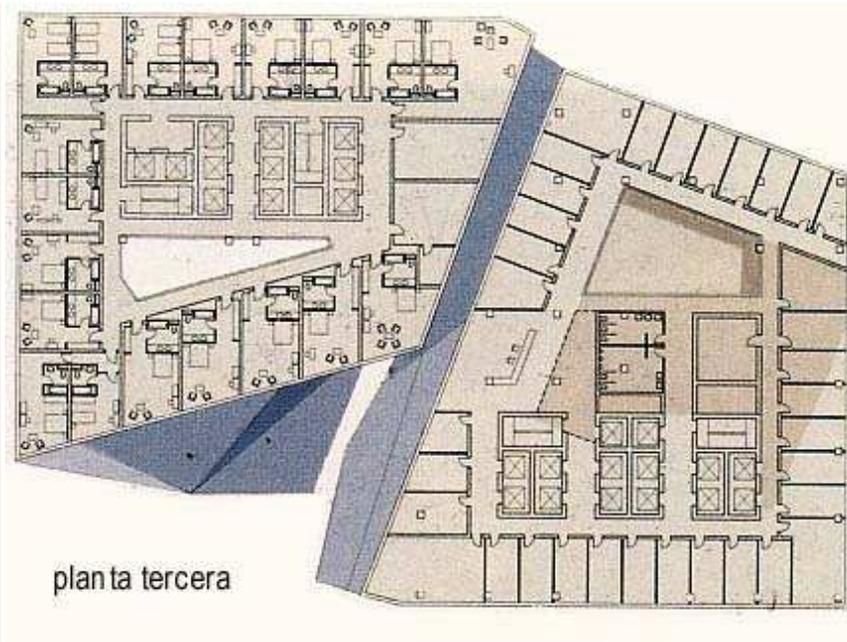
Max Reinhardt Haus



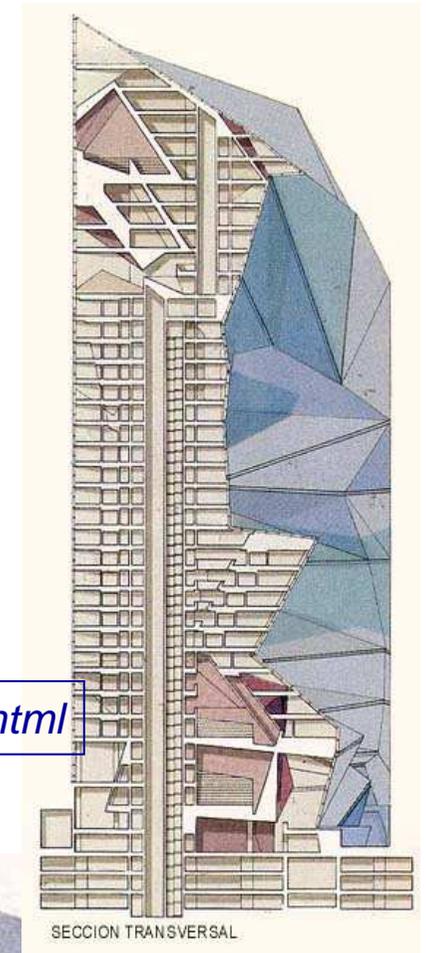
Peter Eisenman (<http://www.eisenmanarchitects.com/>) es pionero en la utilización de las formas de Möbius.



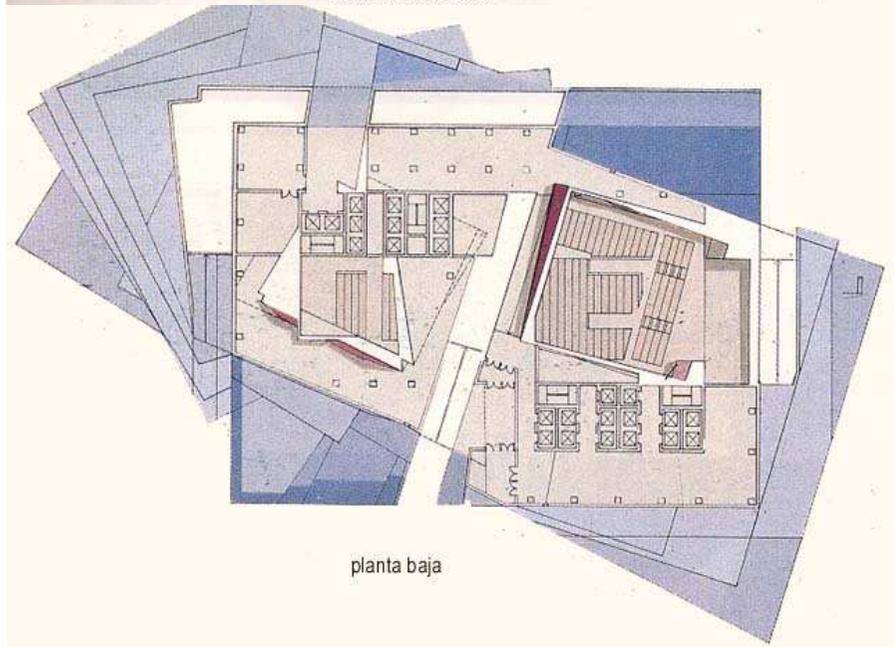
SECCION LONGITUDINAL



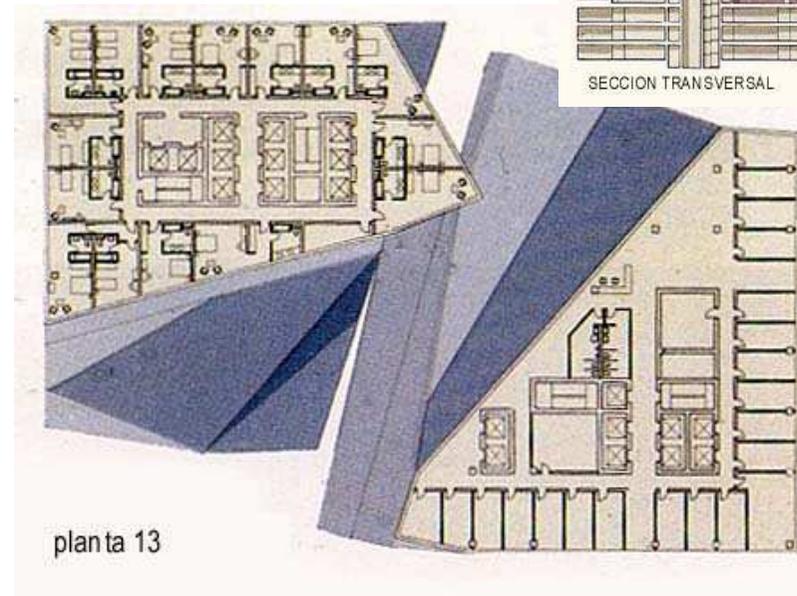
planta tercera



SECCION TRANSVERSAL

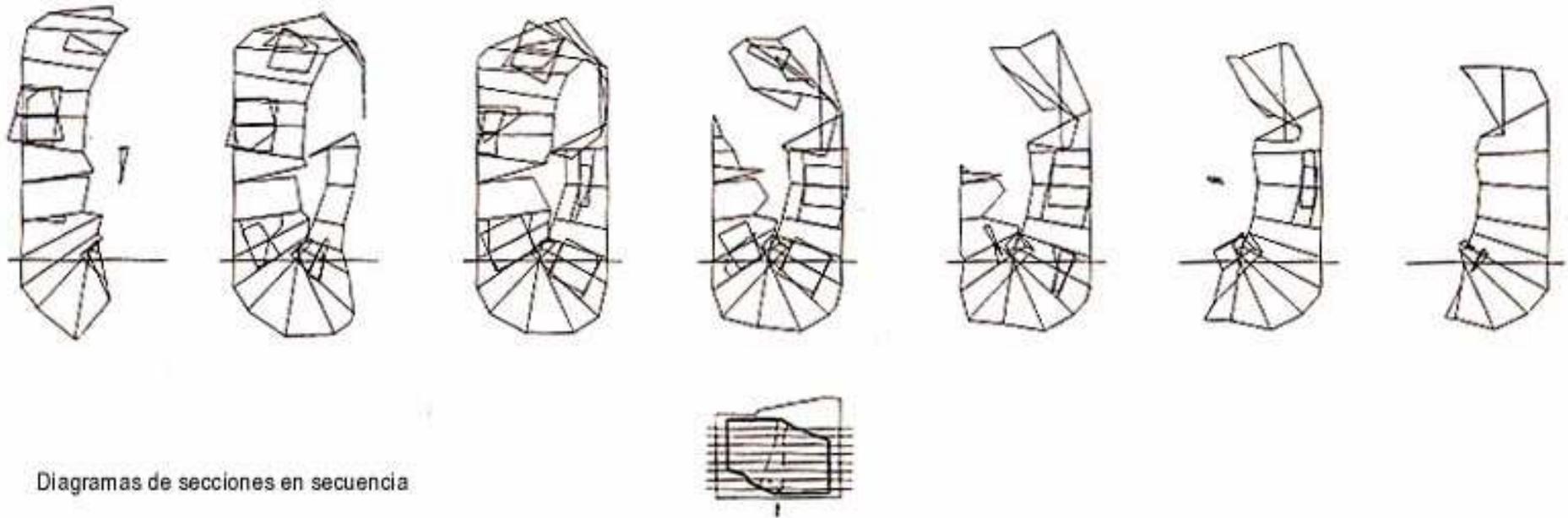


planta baja



planta 13

<http://www.geocities.com/arquique/peter/petermh.html>



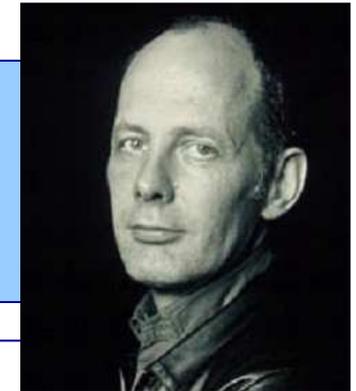
Diagramas de secciones en secuencia

Max Reinhardt Haus (1992–1994) Berlín, Alemania

"Casi por definición, el edificio tiene que asumir un carácter prismático, es decir, necesita doblarse sobre sí mismo, pero también abrirse al exterior, formando un conjunto de referencias y relaciones metropolitanas siempre fragmentarias y en continuo cambio. Se convertirá en un edificio verdaderamente profético, en una suerte de antena cuya apariencia sólo señalará la presencia de comunicaciones invisibles e inaudibles que, al recibirse, se transformarán en la materia misma de la vida cotidiana del futuro". [Peter Eisenman]

"Mediante el proyecto del Max Reinhardt Haus, en uno de los lugares más céntricos del Berlín histórico, Eisenman propone un edificio que podría ser interpretado como un arco formado por dos torres siamesas unidas por la coronación, o por un único volumen caótico que posee una gran hendidura en forma de arco. A la manera de antimonumento, y como perversión y desestabilización de los ingenuos y puros rascacielos de vidrio que propuso Mies van der Rohe, Eisenman propone un edificio-masa, vertical y polifuncional, doblado sobre sí mismo, que surge del cruce de distintos paradigmas de la física: la fragmentación, el caos, el pliegue y las geometrías fractales. Un edificio que quiere proclamar la densidad y problematicidad que encarnan las metrópolis contemporáneas; una auténtica arquitectura del colapso." [Josep María Montaner]

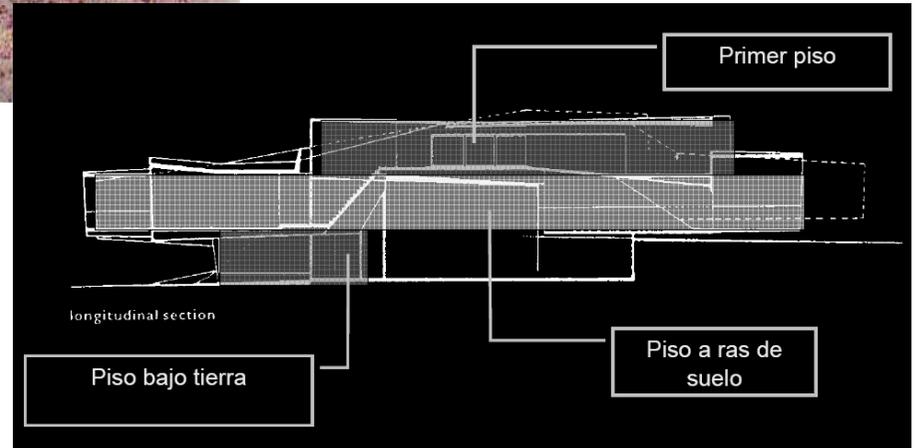
Casa de Möbius de Ben Van Berkel

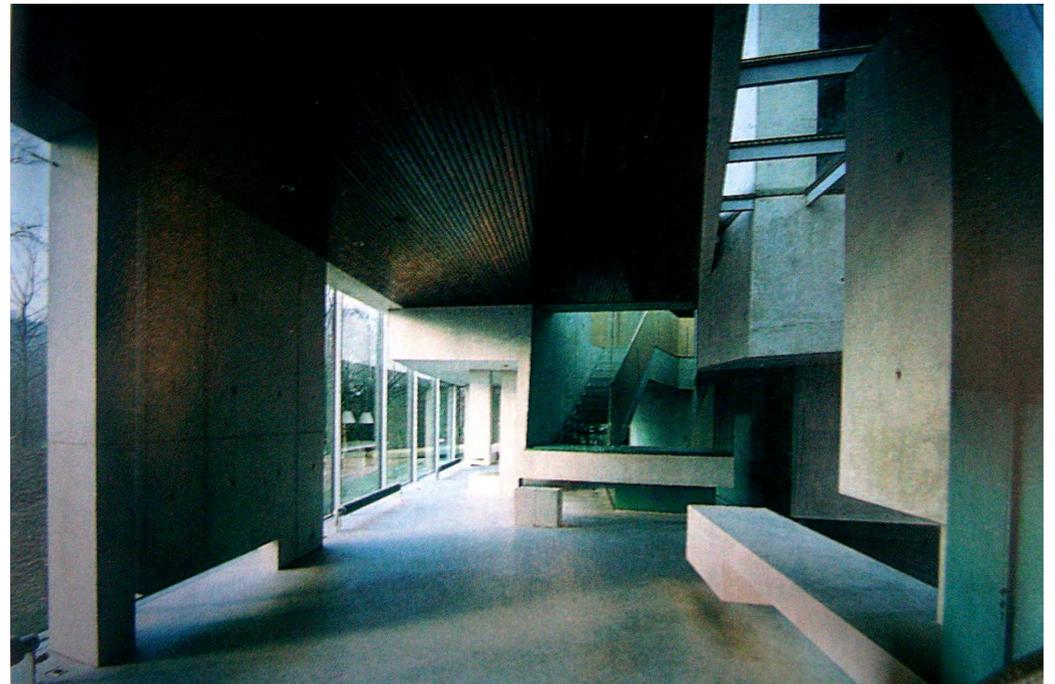
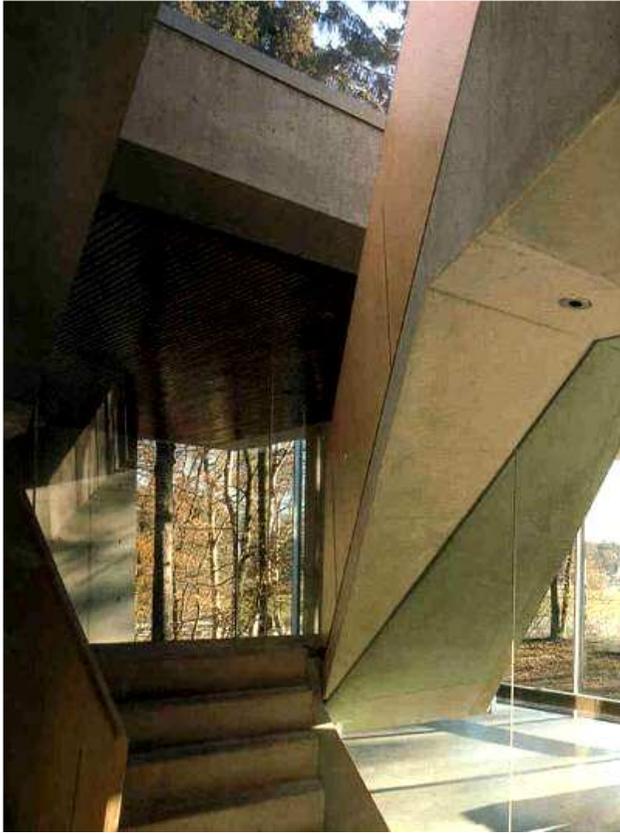


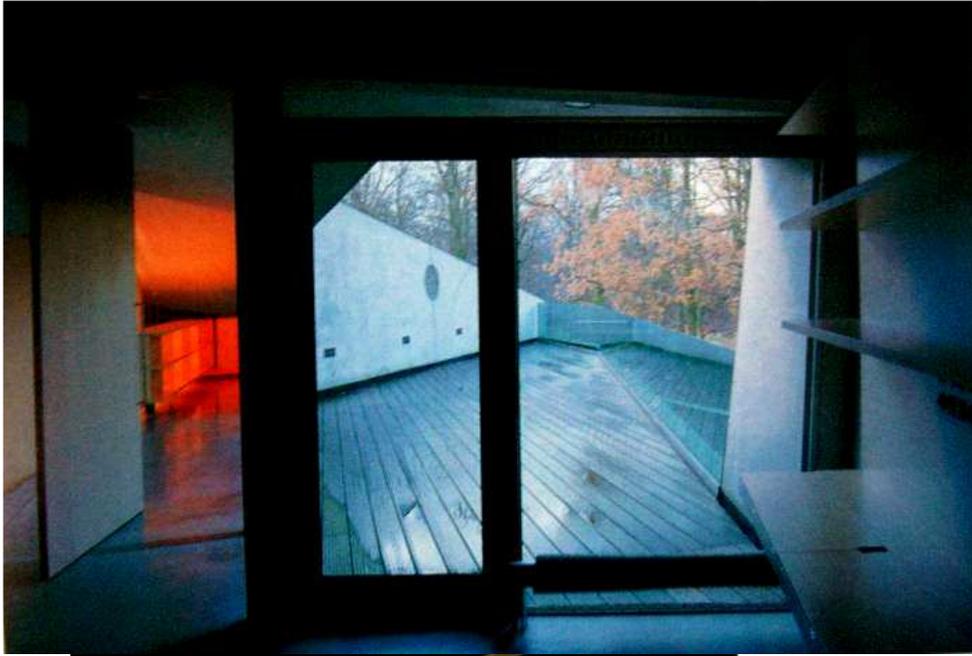
La **Möbius House** surge en Het Gooi, zona cercana a Amsterdam caracterizada por una baja densidad constructiva y por una serie de villas rodeadas de bosques, praderas y páramos. Ha sido diseñada y construida (<http://www.unstudio.com>) por el arquitecto **Ben van Berkel**.

La vivienda se estructura en 3 niveles, con 2 estudios en cada uno de los extremos para las respectivas profesiones de sus propietarios, 3 dormitorios, la sala de reuniones, la sala de estar, la cocina, el almacén y un invernadero en la parte superior. La casa debía entrelazar las diferentes actividades de cada miembro de la familia: trabajo, descanso, actividad social, vida familiar, e incluso tiempo de soledad. La vivienda adopta aspectos del entorno y, desde el interior, los habitantes tienen la impresión de estar paseando por el campo. La percepción de movimiento se consolida a través de las distintas posiciones de los dos principales materiales utilizados en la casa: el vidrio y el hormigón. Éstos se mueven uno frente al otro, intercambiando sus espacios de forma que, al girar el bucle desde dentro hacia fuera, el entramado exterior de hormigón se transforma en mobiliario y escaleras en el interior, y la fachada de vidrio pasa a ser la división natural de las estancias...











Olympic Sports Center Stadium



El ***Olympic Sports Center Stadium*** es uno de los cuatro estadios de fútbol que se han construido para las Olimpiadas Beijing 2008. Situado en Shenyang, tiene su tejado con forma de banda de Möbius.

<http://en.beijing2008.cn/venues/oss>





Lansdowne Road Stadium



El ***Lansdowne Road Stadium***

(HOK Sport Architecture son los arquitectos contratados y Buro Happold es la ingeniería de estructuras que se ocupa del proyecto) en Dublin, se comenzó a construir en 2005 y se prevé su finalización en 2009. Paul Shepherd, del Department of Architecture and Civil Engineering, University of Bath (Reino Unido), ha colaborado en su diseño.



Con capacidad para 50.000 personas...



http://people.bath.ac.uk/ps281/projects/es_index.htm



1D2O5917 Photo: © Peter Barrow Photography 11th March 2009 Tel: 045-401070



1D2O5915 Photo: © Peter Barrow Photography 11th March 2009 Tel: 045-401070

Foto aérea
11/03/09



1D2O5922 Photo: © Peter Barrow Photography 11th March 2009 Tel: 045-401070



IMG_0619

Photos taken on Wednesday 11th March 2009

© Photos by Peter Barrow Photographers - Ph: 045 401070



Las obras
11/03/09



IMG_0618

Photos taken on Wednesday 11th March 2009

© Photos by Peter Barrow Photographers - Ph: 045 401070

Puente de Möbius





↑ The deck, arch and pier are one and the same, which gives the structure an economy and lightness.

Möbius Bridge, Bristol

Connecting one bank to another is only one aspect of Hakes Associates' bridge designs.

UNITED KINGDOM — TEXT: KIRSTEN HANNEMA

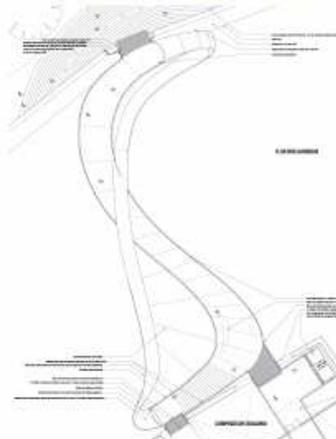
Julian and Carl-Janie Hakes's partnership seems to be founded on winning competitions—the first one in 1995 when they were still studying at Cambridge University, the next one in 2000, when they formed Hakes Associates. In 2004 and 2005 they went on to win two more competitions in England with their designs for the Möbius in Bristol and the Bridge of Hope in Liverpool. They are currently working on designs for two 300-metre-long cycle/pedestrian bridges in Boston (USA) and two 500-metre-long highway bridges in Kuwait. It's starting to look very much as if striking bridge designs will become their trademark.

The Möbius Bridge design, developed in collaboration with Buro Happold, is a typical example of Hakes Associates' style. Inspired by the endless Möbius loop, the new pedestrian and cycle river crossing is a dynamic, continuously tied structure

that is physically and structurally independent of both riverbanks in order to avoid forces that could damage the adjacent buildings and archeological remains on the site. The geometry of the bridge has been carefully chosen to produce an effective structural solution in relation to the site constraints. The main span comprises a steel arch in compression, with the deck suspended by relatively small diameter hanger cables. There is a connection between the arch and the deck where the two cross over, and the deck section spans the remaining distance to the end as a beam.

This autonomous construction lends the bridge a sculptural character, turning it into a local landmark and a symbol of the regeneration of the Finzels Reach area of which it is part. —

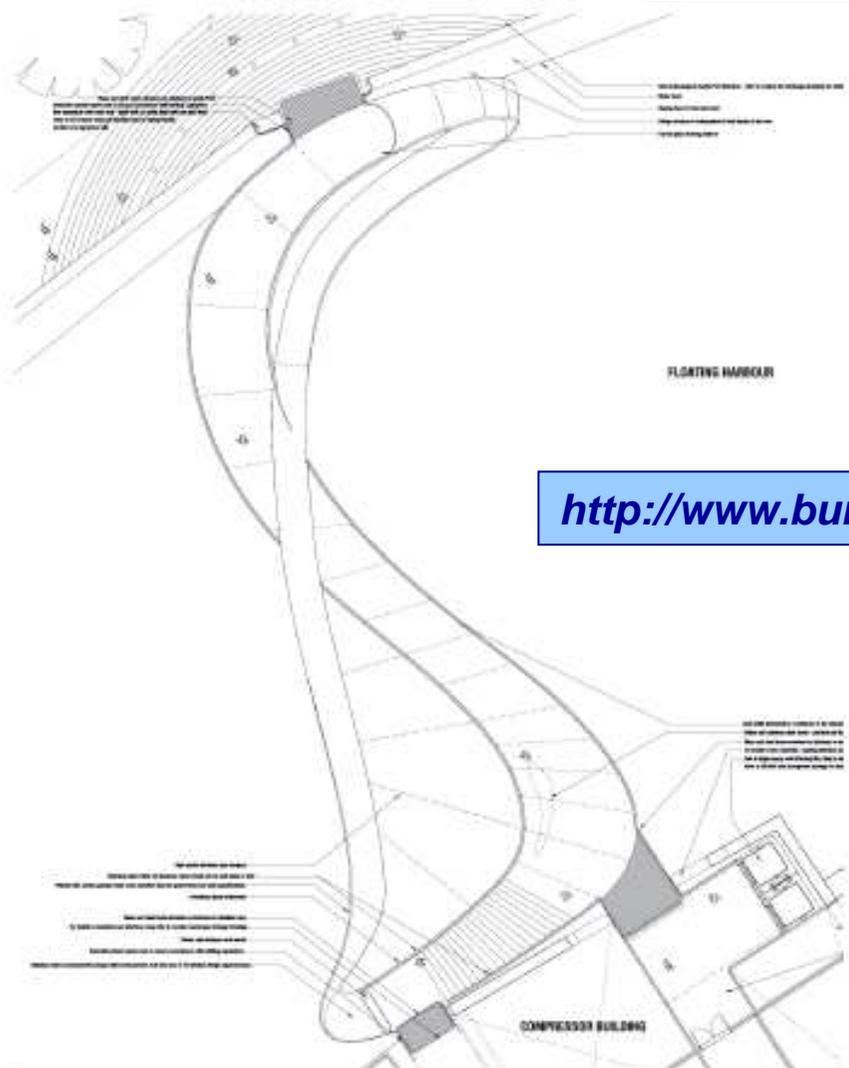
www.hakes.co.uk



El **Puente de Möbius** en Finzels Reach (Bristol), diseñado por Julian Hakes (<http://www.hakes.co.uk>) en colaboración con la agencia Buro Happold, proporcionará un enlace peatonal y por bicicleta entre el Finzels Reach y el Castle Park.

Está inspirado en la infinitud de la banda de Möbius, y construido como una pieza tubular sin costuras y retorcida, que es física y estructuralmente independiente de las dos orillas (diseño 2004).

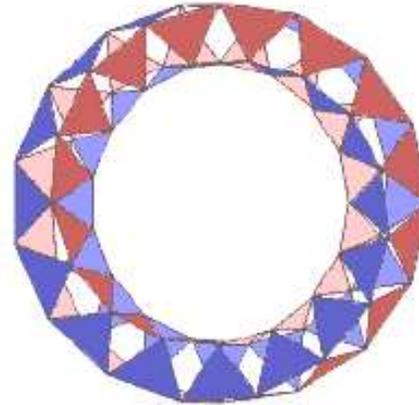
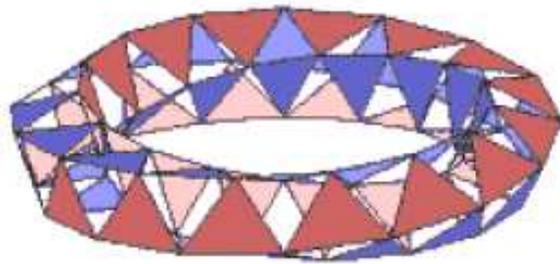




http://www.burohappold.com/BH/PRJ_BLD_MobiusBridge.aspx

Guión de la charla

- Un poco de matemáticas
- La banda de Möbius en ciencia e ingeniería
- Arquitectura de Möbius
- Diseños “no orientados”
- Música möbiusiana
- Des-orientación y espectáculo
- Literatura de un único lado
- ¿Tienes alguna banda de Möbius en tu vida?



*Möbius climber en
Sugar Sand Science
Playground*



Con ayuda del programa **Mathematica**, el matemático de la Florida Atlantic University, Gerald Harnett, diseñó este **Möbius climber** calculando como debían colocarse los 64 triángulos que la forman: están enlazados y montados de tal manera que, en cada punto, la estructura torcida parece tener 4 caras (en realidad tiene 2). La construcción se encuentra en Boca Ratón (Florida): en esta variante en dimensión 3 de la banda de Möbius, los niños pueden trepar y jugar...

<http://www.wolfram.com/products/mathematica/usersanduses/experience/mobius.html>



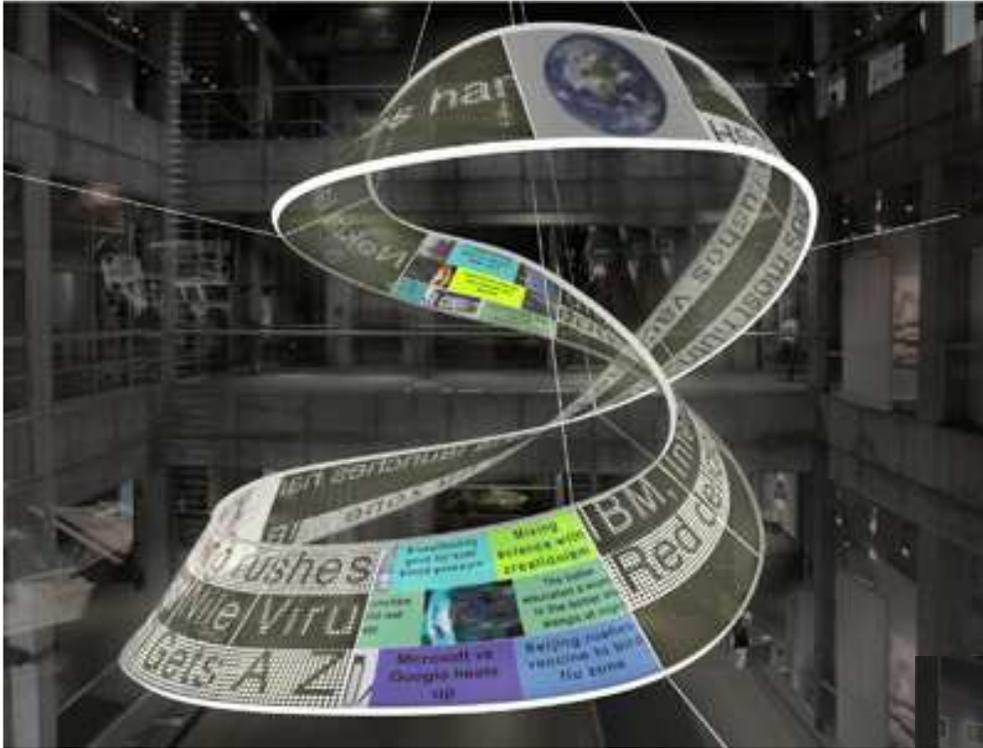
Mobius® Climber, es una banda ondulada de aluminio preparada para trepar. Está fabricado por la industria **CoolToppers**.

Existen cuatro configuraciones, que permiten adaptar el nivel de dificultad a los diferentes grupos de edad

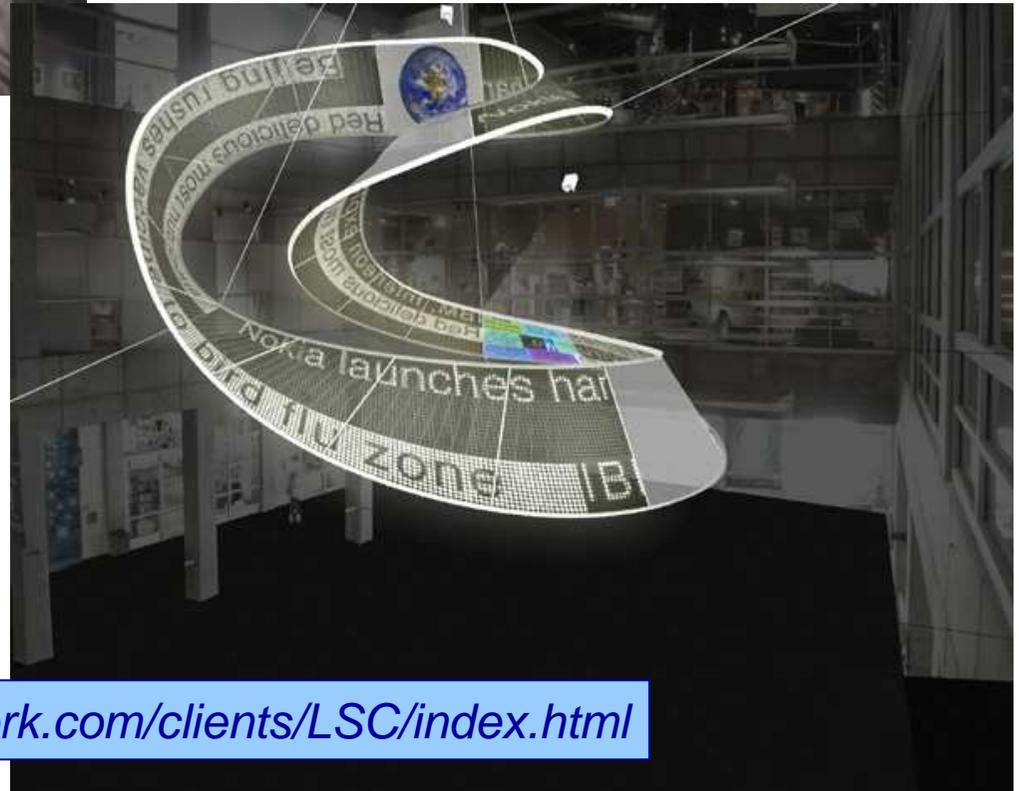
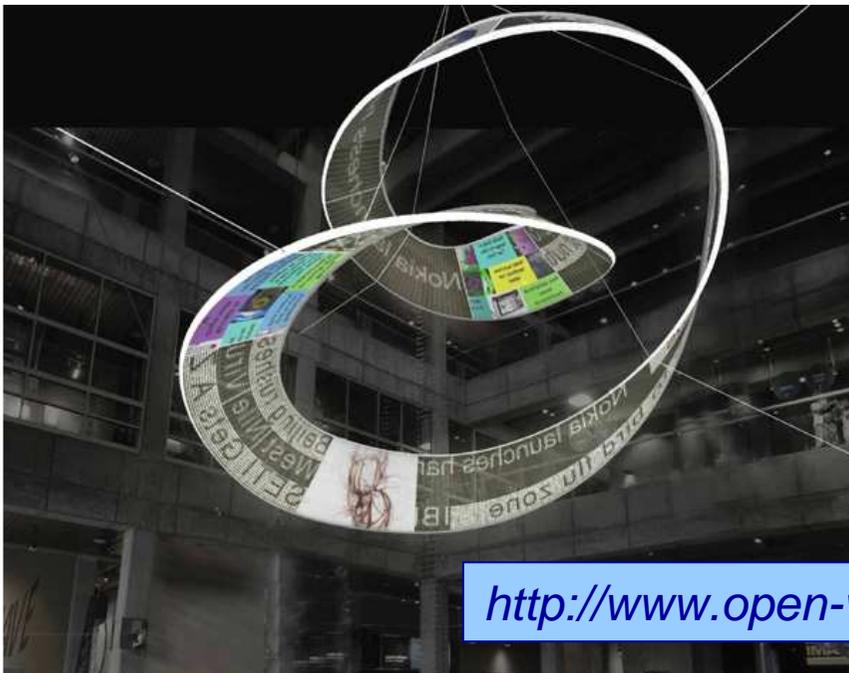
<http://www.neatorama.com/2008/02/28/mobius-climber/>



Moebius Ship de Tim Hawkinson, Museum of Contemporary Art, Sydney (Australia)

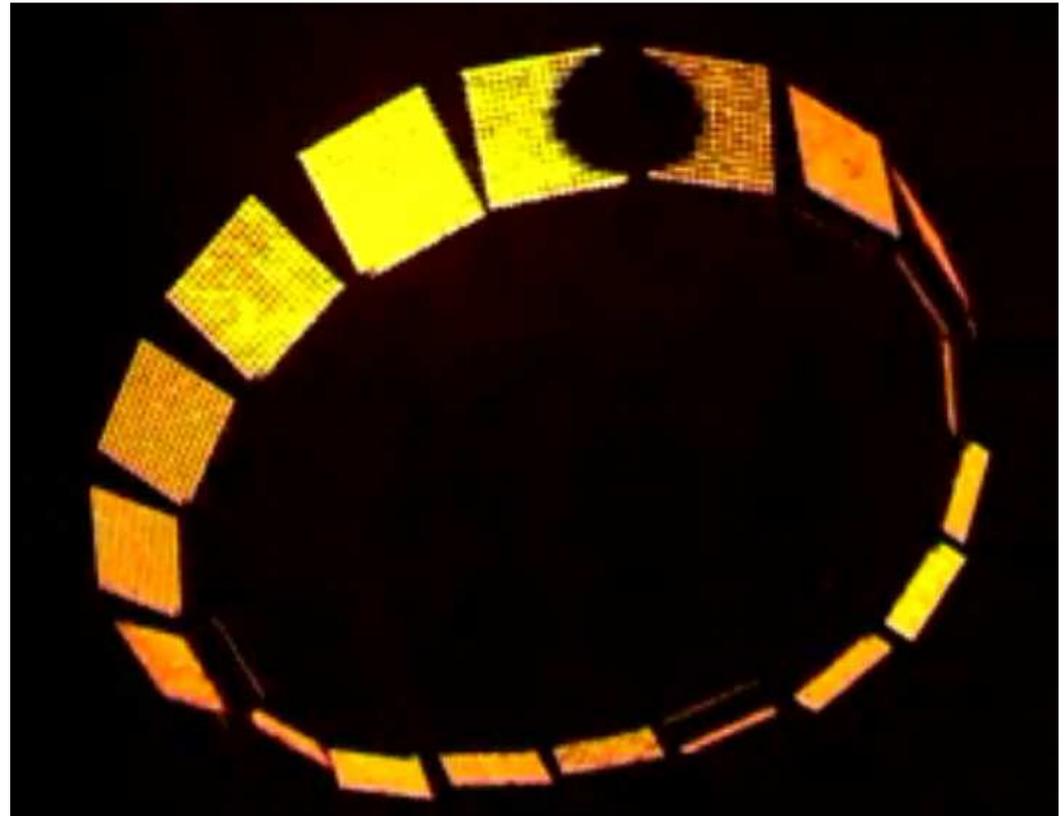


Vital Signs es una instalación interactiva diseñada para dar noticias de ciencia a los visitantes del museo **Liberty Science Center**. Es una banda de Moebius de plástico, sobre la que se proyectan informaciones que los visitantes pueden apreciar desde cualquier lado del atrio.



<http://www.open-work.com/clients/LSC/index.html>

Moebius
Display



Martin Bonadeo
<http://www.martinbonadeo.com.ar>

Moebius Display is an output interface development. It's a LED (light emitting diode) screen with a spatial and conceptual modification. Instead of being flat it is moebius stripe shaped, a three-dimensional representation of the infinite.

video

La mesa de café Moebius está compuesta por una base en madera vetada y una superficie de cristal suspendida. La forma de la base crea una delicada sensación de movimiento que mezcla la forma rítmica con la función simple.

<http://www.dwr.com/product/moebius-table.do>



Mobius Coffee Table, Kristalia, Lucidi Pevere, 2008



<http://www.architonic.com/1057639>

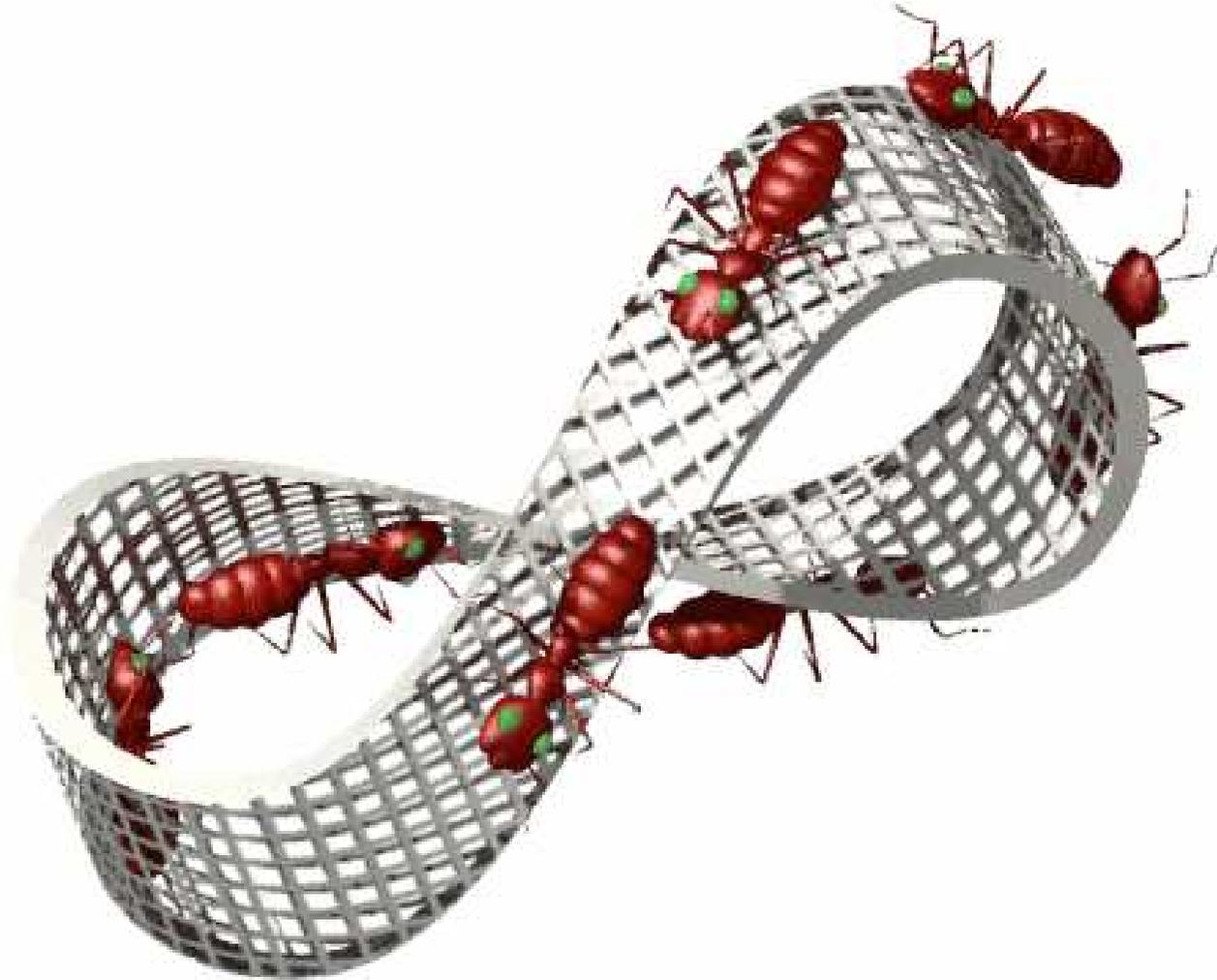
KRISTALIA®

<http://www.neatorama.com/2008/11/15/the-infinity-bookcase/>



Librería universal de Borges, por el artista alemán, Job Koelewijn: techo en forma de banda de Möbius representando el poder de los libros y el conocimiento.

http://mikejwilson.com/solidworks/files/mobius_II_animation.zip



Vlad Holst: el ciclo sin fin de la reencarnación
<http://britton.disted.camosun.bc.ca/strip.mov>

video



14K Gold Mobius Jewelry. Gold ~ Retorcido por el Sol.
Atrae la prosperidad y proporciona una “iluminación”
especial a su dueña/o.

El anillo de sólo un
lado: un símbolo de
la unidad...





La **United Nude** es una firma de diseño de zapatos creada por el arquitecto holandés Rem Koolhaas, con la ayuda del zapatero inglés Galahan Chank, ha fabricado estas sandalias de Möbius. Se trata de un zapato de culto, que en una misma tira cumple la función de suela, tacón y sujetador del pie: la parte de dentro es la de fuera... y la de fuera la de dentro...



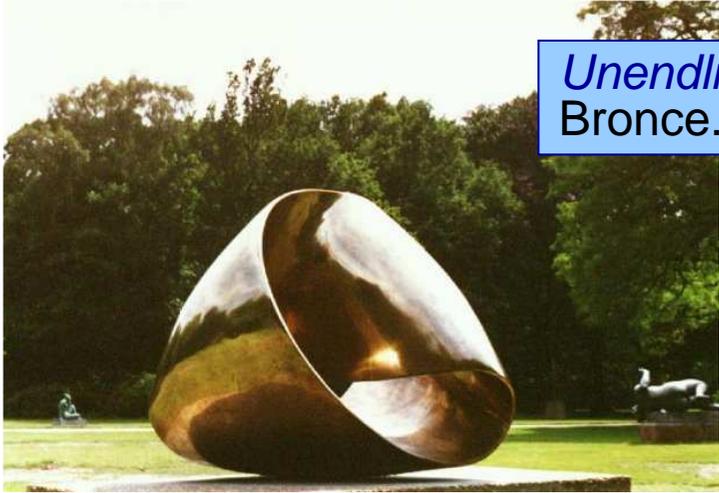
<http://www.unitednude.com/>



Las escaleras de Möbius de Nicky Stephens
(<http://www.nickystephens.com/mobiusstairrail.html>)

Moebius Stairs de *Michael Baldea*





Unendliche Schleife, 1953-56
Bronce. Museo de Amberes



Ruban sans fin, 1961
Granito. Centro Pompidou. París

El artista suizo **Max Bill** estaba trabajando en 1935 en distintas posibilidades estéticas para una escultura colgante, cuando creó un objeto de una sola cara al que llamó **Unendliche Schleife** (cinta sin fin), sin ser consciente de que tales superficies se conocían desde hacía un siglo. Se comenta que sintió tal frustración al saber que no era el inventor de una nueva forma, que abandonó durante años toda investigación en este sentido...



Endless Ribbon, 1953
Granito, Museum of Art. Baltimore

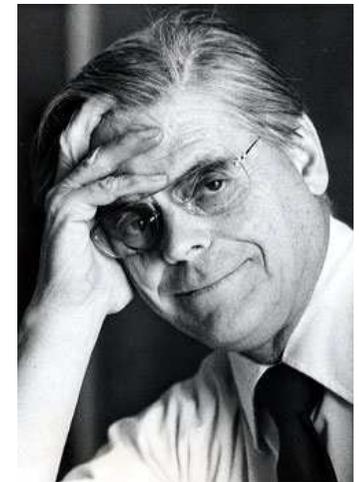


<http://www.fnal.gov/projects/history/sculpture.html>

En los jardines del gran centro de investigación **Fermilab**, el físico y escultor Robert R. Wilson cuenta con varias obras, entre ellas esta **banda de Möbius**, formada por piezas de acero pulido de 3x5 pulgadas



Topological III, Cabot Science Center building, Harvard University





En Cantú (Italia) hay una preciosa escultura de la banda de Möbius

<http://www.comune.cantu.co.it/site/Cantu/La-citt-/Itinerario/Galleria-d/Nastro-di/>



La espectacular Pretzel Stair Sculpture (<http://www.citynoise.org/article/6603>) está en Montreal (Canadá) en el Boulevard de Maisonneuve a la entrada de la estación de metro de Papineau.





"Mobius Bench"
Designed, created and installed by New York artist Vito Acconci



"Mobius Bench"
Designed, created and installed by New York artist Vito Acconci

Moebius bench (*banco de Möbius*), Fukuroi City, Japan, 2001. Fabricada por el artista ***Vito Acconci*** (<http://www.acconci.com/>)



"Mobius Bench"
Designed, created and installed by New York artist Vito Acconci



"Mobius Bench"
Designed, created and installed by New York artist Vito Acconci



Moebius bench
(*banco de Möbius*),
Fukuroi City, Japan,
2001. Fabricada en
fibra de vidrio
fluorescente por el
artista ***Vito Acconci***.



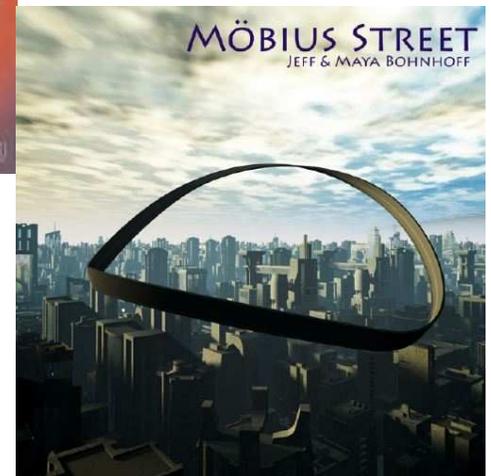
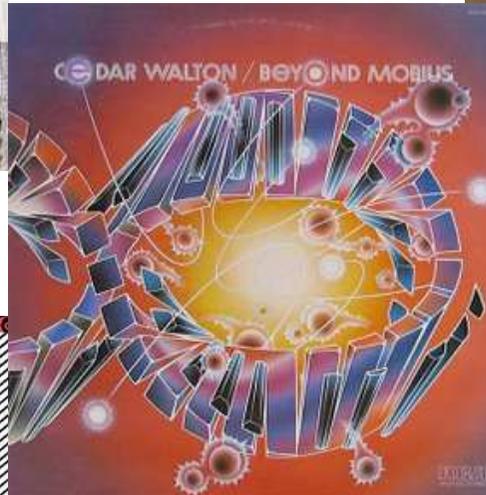
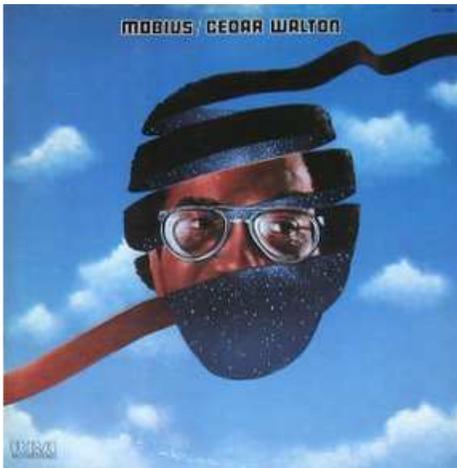
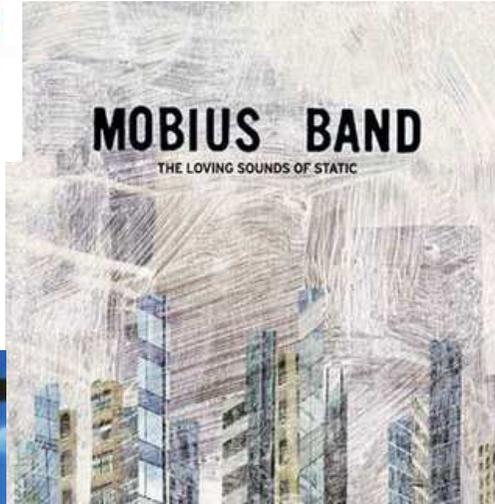
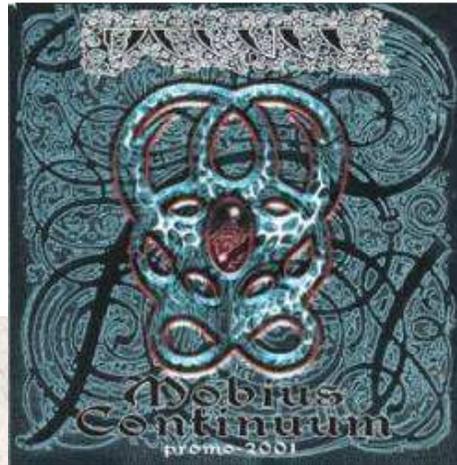
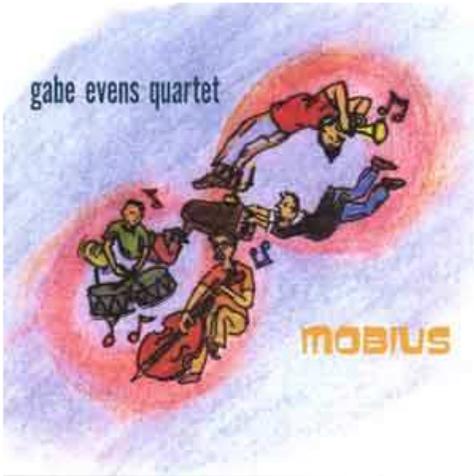


Unos ocupados (y con casco,... por seguridad) **playmobil** caminando por una banda de Möbius de LEGO de Andrew Lipson.

<http://web.archive.org/web/20040211064801/www.lipsons.pwp.blueyonder.co.uk/lego.htm>

Guión de la charla

- Un poco de matemáticas
- La banda de Möbius en ciencia e ingeniería
- Arquitectura de Möbius
- Diseños “no orientados”
- **Música möbiusiana**
- Des-orientación y espectáculo
- Literatura de un único lado
- ¿Tienes alguna banda de Möbius en tu vida?

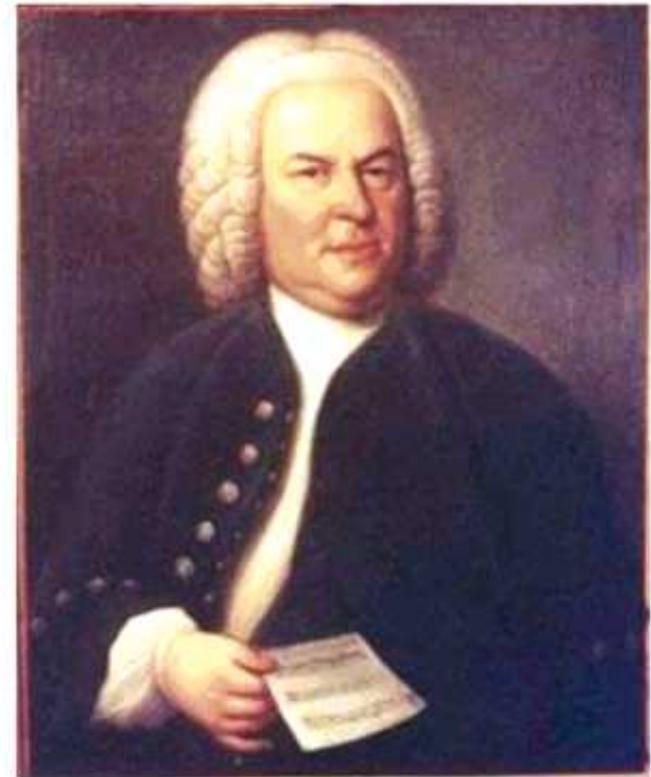


Thematis Regii Elaborationes Canonicae

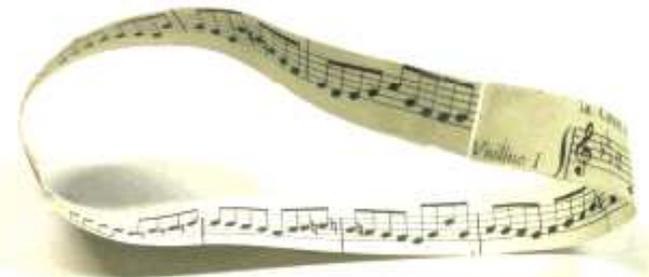
1a. Canon a 2 cancrizans

Violino I
Violino II

6
11
16
21
26
31



Johann Sebastian Bach





El enigmático Canon 1 a 2 (1747) de la «Musikalisches Opfer» de Johann Sebastian Bach (1685-1750).

La ejecución simultánea de los dos caminos de ida y vuelta da lugar a dos voces, cuya simetría determina una evolución reversible.

video

Animación creada con POV-Ray por Jos Leys (<http://www.josleys.com/>)
Música tocada por xantox con Clavecin.

Nicolas Slonimsky (1894-1995) fue profesor y compositor. Posee una pieza llamada **Moebius Strip Tease**. Es una pieza para dos cantantes, con piano

***Ach! Professor Möbius, glörious Möbius
Ach, we love your topological,
And, ach, so logical strip!
One-sided inside and two-sided outside!
Ach! euphörius, glörius Möbius Strip-Tease!***

La música rota para cada cantante (con instrucciones muy precisas) el interior se hace exterior y viceversa...La pieza es un rondo perpetuo y unilateral... Copia la música para cada cantante en una banda de 110-b card stock, 68" por 6". Dobra la cinta en forma de banda de Möbius. Slonimsky, al contrario de Bach, sabe perfectamente que está haciendo una banda de Möbius...

<http://www.carliner-remes.com/jacob/math/project/sounds/slon.mid>

Ach_ Profes-sor Mö- bi- us, glö- ri- ous Mö- bi- us. Ach! We love your to-po- log- i- cal, and, ach, so log- i- cal strip!
one sid- ed in- side and two sid- ed out side. Ach! Eu- phö- ri- ous glö- ri- ous Mö- bi- us strip- tease.

Möbius Strip-Tease 1965 / To assemble: snip, twist and paste.

Guión de la charla

- Un poco de matemáticas
- La banda de Möbius en ciencia e ingeniería
- Arquitectura de Möbius
- Diseños “no orientados”
- Música möbiusiana
- **Des-orientación y espectáculo**
- Literatura de un único lado
- ¿Tienes alguna banda de Möbius en tu vida?

Star Trek: The Next Generation



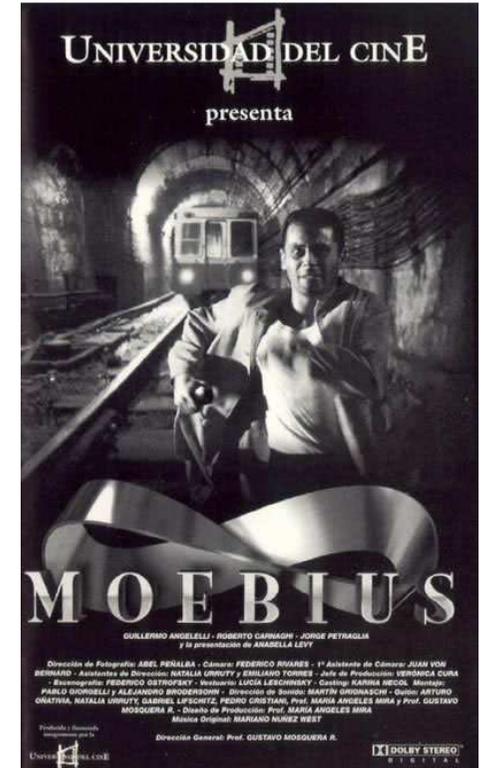
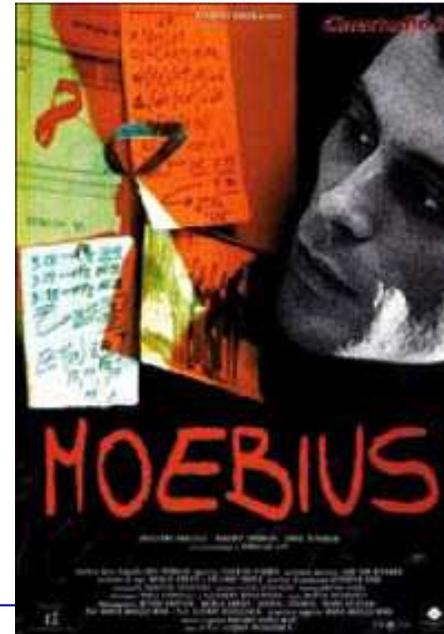
"Time Squared" es el episodio número 39 de la serie de televisión *Star Trek: la siguiente generación*. En este episodio, la tripulación del *Enterprise* encuentra un doble del Capitán Picard que viene del futuro (con 6 horas de diferencia). El *Enterprise* va a entrar en un vórtice de energía y va a ser destruido.

El Teniente Worf dice: ***"Existe la teoría de Möbius, un giro en la estructura del espacio donde el tiempo se transforma en un lazo del que no se puede escapar..."***



video



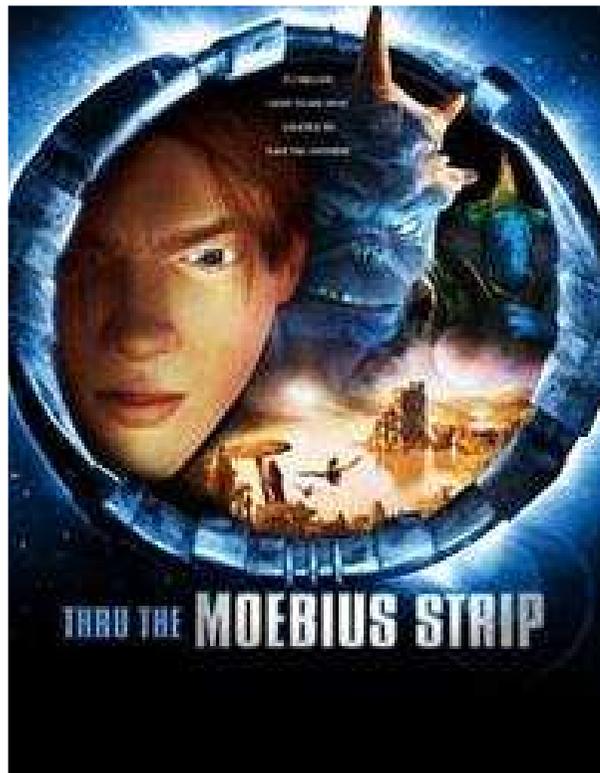


Basada en el cuento fantástico de A.J. Deutsch *Un metropolitano llamado Moebius*, la película argentina *Moebius* de Gustavo Mosquera narra la inexplicable desaparición de un tren lleno de viajeros en la red de vías del metro de Buenos Aires. El protagonista es un joven matemático enviado por el despacho de arquitectos que se encargó de las últimas ampliaciones de la red de metro que, buscando los planos de la ampliación, encontrará la pista de un antiguo profesor y una *disparatada* teoría matemática a la que nadie dará crédito...

<http://www.divxonline.info/pelicula/1712/moebius/>

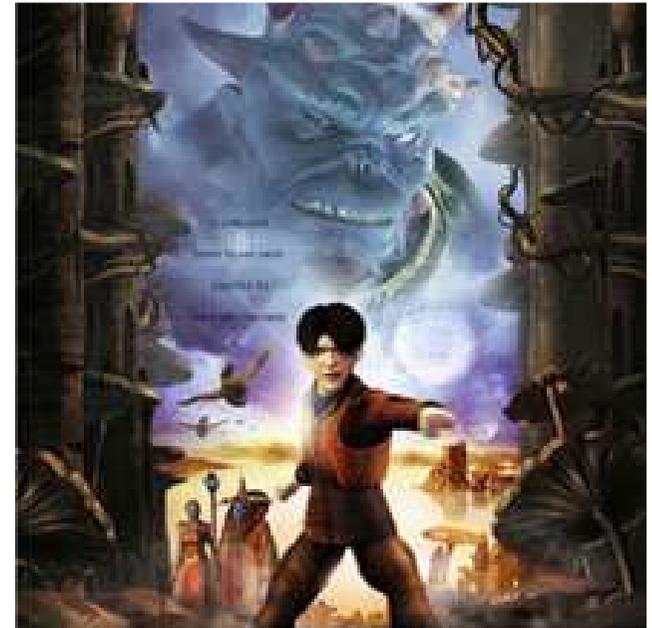


video



Thru the Moebius Strip (2005) es la primera película de animación 3D realizada en China, dirigida por Glenn Chaika. Narra las aventuras de Jac, un chico de 14 años que, incapaz de aceptar la muerte de su padre, se embarca en un viaje en su busca. Así llega al planeta Raphicca, donde descubre que su padre está prisionero en un reino de extraterrestres gigantes que creen en la magia y en un milenario código medieval de caballería.

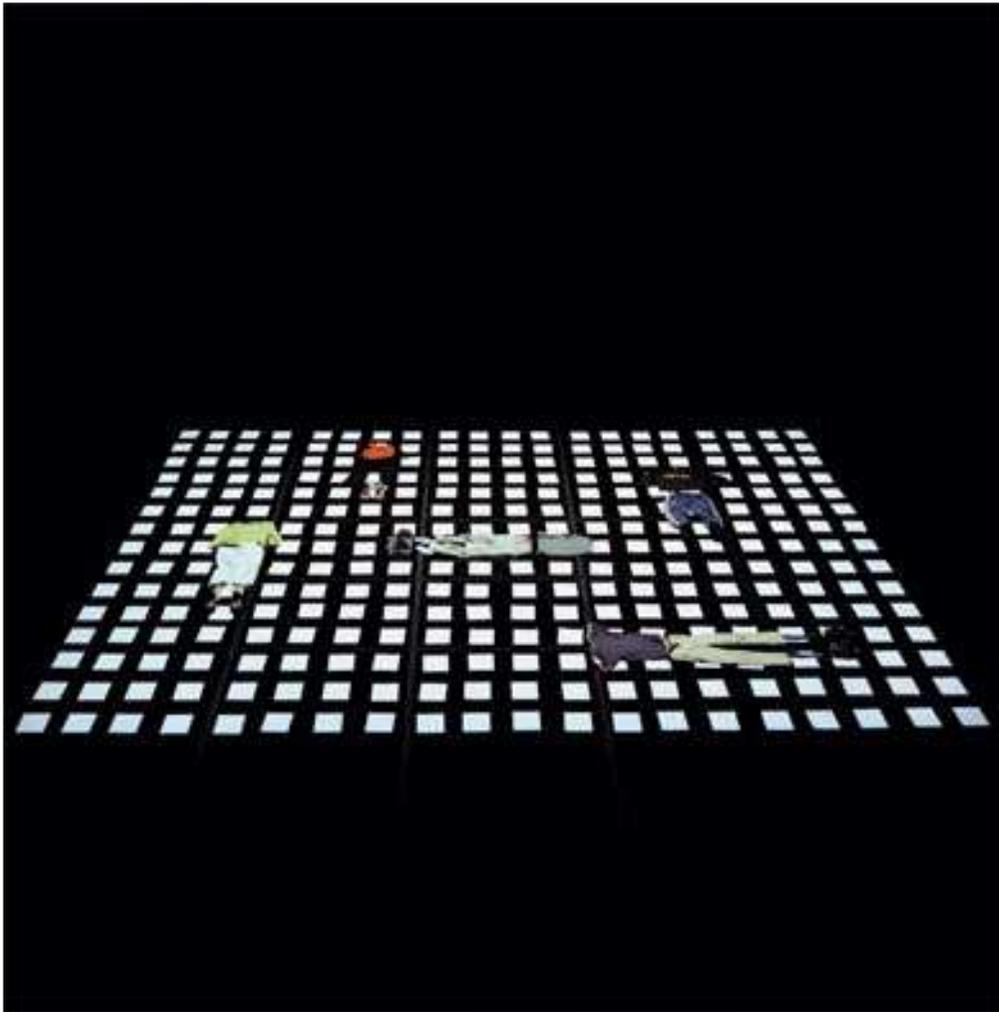




La historia viene firmada por el dibujante francés **Jean Giraud**, más conocido por los aficionados al cómic, como **Moebius**.



video



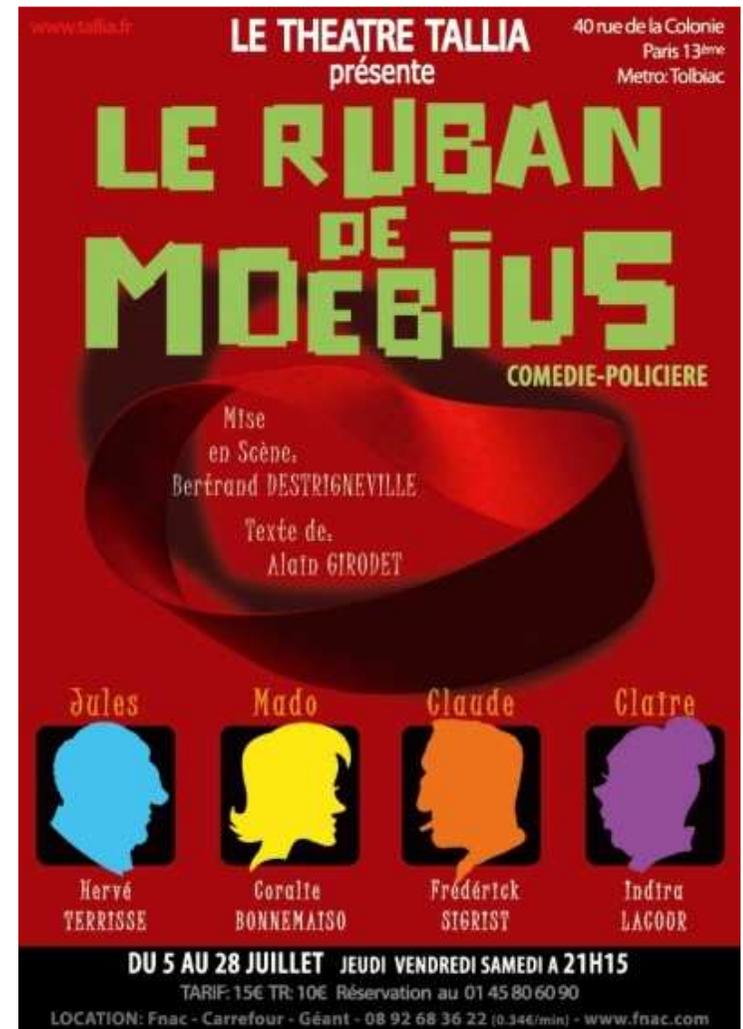
La cinta de Moebius, es una coreografía de la compañía suiza Gilles Jobin. El coreógrafo toma el título como símbolo de lo eterno; Jobim renuncia a la idea de progreso - la verticalidad - para investigar la horizontalidad en el escenario. Se pueden encontrar fragmentos del ballet en <http://www.gillesjobin.com/spip.php?rubrique18> o en <http://objet-a.blogspot.com/2008/03/to-dance-more-moebius-strip.html>.

La obra de **Alain Girodet** es una pieza en 3 actos para 4 personajes, 2 mujeres (Mado y Claire) y 2 hombres (Jules y Claude).

Comedia policial, con toques de humor y crítica mordaz, se comporta como una **banda de Möbius**: el argumento gira y se altera, con sorpresas incesantes.

Mado, la esposa del barón Jules Voltereine, invita a Claude, un vagabundo del barrio, a pasar la tarde en su lujosa casa. Los dos personajes conversan, discuten, se insultan a veces, presentando sus historias personales. Claude había sido profesor de matemáticas, despedido porque, en sus propias palabras, **“Había dedicado un trimestre a la cinta de Moebius”**. Éste era el motivo oficial aunque, en realidad, su cese estaba motivado por haber enseñado su *colección de fotos eróticas* a sus alumnos. ... Hay enredo, mentira, asesinato... Y bandas de Möbius...

http://divulgamat2.ehu.es/index.php?option=com_content&task=view&id=7968&Itemid=46



Magia de Möbius

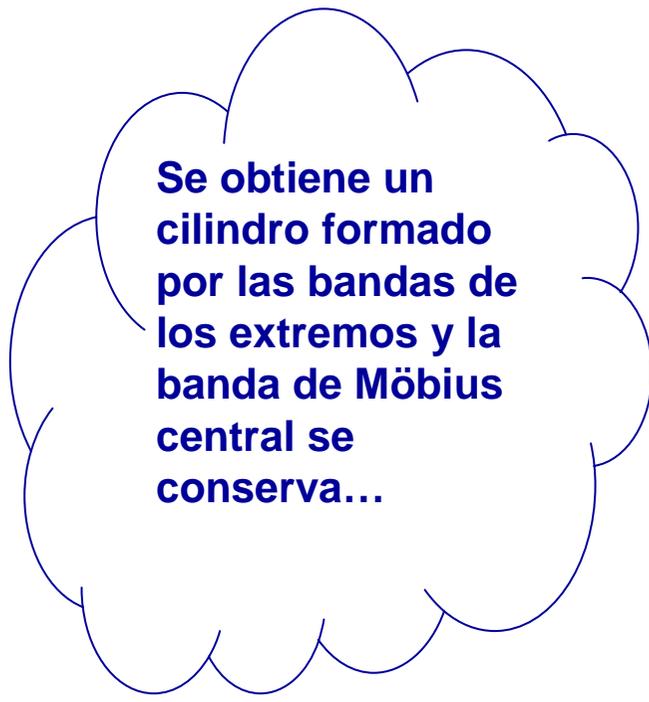
En Magia, existen numerosos trucos con la banda de Möbius, que se deducen de sus especiales propiedades paradójicas. Estos trucos se denominan **Afghan Band** (<http://chuck.charleshart.net/Mathomagic.php>).



Se cortan tres tiras de papel que se marcan con las letras A y B (blanca), C y D (azul) y E y F (crema) en su extremos. Se colocan una sobre otra, se gira uno de los lados 180 grados y se pegan A con F, B con E y C con D... ¿qué sucede?



♪ ♪ ♪ ♪ ♪ ♪ **ÑARAÑARAÑA** ♪ ♪ ♪ ♪ ♪



Se obtiene un cilindro formado por las bandas de los extremos y la banda de Möbius central se conserva...



Guión de la charla

- Un poco de matemáticas
- La banda de Möbius en ciencia e ingeniería
- Arquitectura de Möbius
- Diseños “no orientados”
- Música möbiusiana
- Des-orientación y espectáculo
- **Literatura de un único lado**
- ¿Tienes alguna banda de Möbius en tu vida?

Luc Étienne (1908-1984) toma la banda de Möbius, la somete a simples manipulaciones, y transforma un poema en otro cuyo sentido cambia espectacularmente...

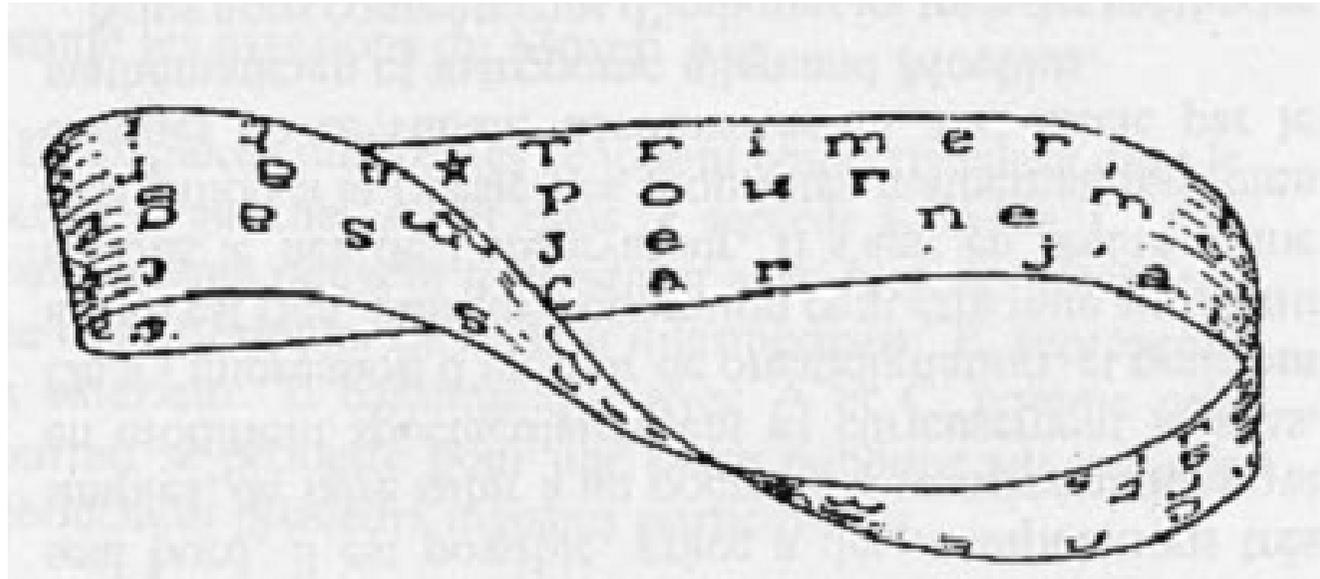
En la primera cara de una banda de papel rectangular (al menos 10 veces más larga que ancha) se escribe la mitad de la poesía:

***Trabajar, trabajar sin cesar,
para mi es obligación
no puedo flaquear
pues amo mi profesión...***

Se gira esta tira de papel sobre su lado más largo (es esencial), y se escribe la segunda mitad del poema:

***Es realmente un tostón
perder el tiempo,
y grande es mi sufrimiento,
cuando estoy de vacación.***

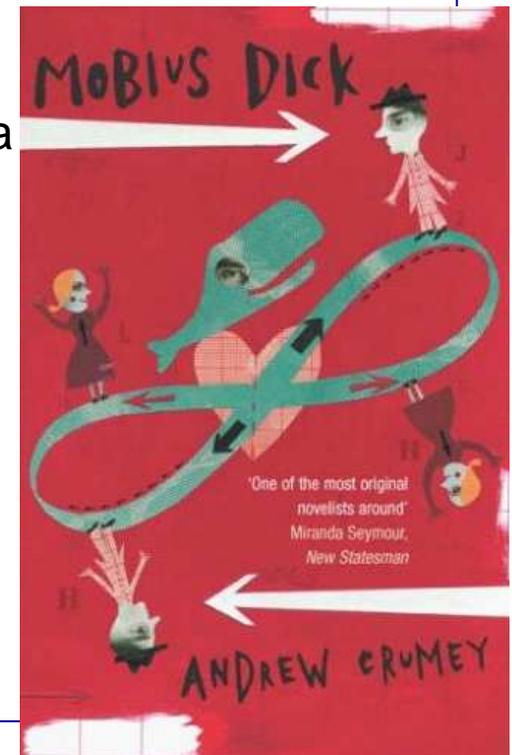
Se pega la tira para obtener una banda de Möbius y sobre ella se lee (sólo tiene una cara) algo con sentido “opuesto” a la suma de los dos poemas anteriores:



***Trabajar, trabajar sin cesar, es realmente un tostón
para mi es obligación perder el tiempo
no puedo flaquear y grande es mi sufrimiento,
pues amo mi profesión... cuando estoy de vacación.***

En literatura, muchos son los autores que han utilizado la banda de Möbius en sus relatos:

- ***El muro de oscuridad*** de Arthur C. Clarke: en un mundo poblado sólo por una estrella y el planeta ***Trilorne***, existe un muro que rodea la parte habitada; ¿qué hay del otro lado? Trilorne, ya que el muro ¡es una banda de Möbius!
- ***El disco*** de Jorge Luis Borges: el disco es el anillo de Odín, de una sola cara.
- ***Un metropolitano llamado Moebius*** de Armin Joseph Deutsch.
- ***La cantante calva*** de Eugène Ionesco, donde es la obra la que posee estructura de banda de Möbius, al terminar como ha comenzado.
- ***Flatterland*** de Ian Stewart, donde la vaca ***Moobius*** posee una larga cola pegada a su nariz: *Moobius* no es orientable.
- ***Mobius Dick*** de Andrew Crumey, novela que relaciona las vidas de los ¿diferentes personajes? Thomas Mann, Schrödinger, Melville, Schumann ...

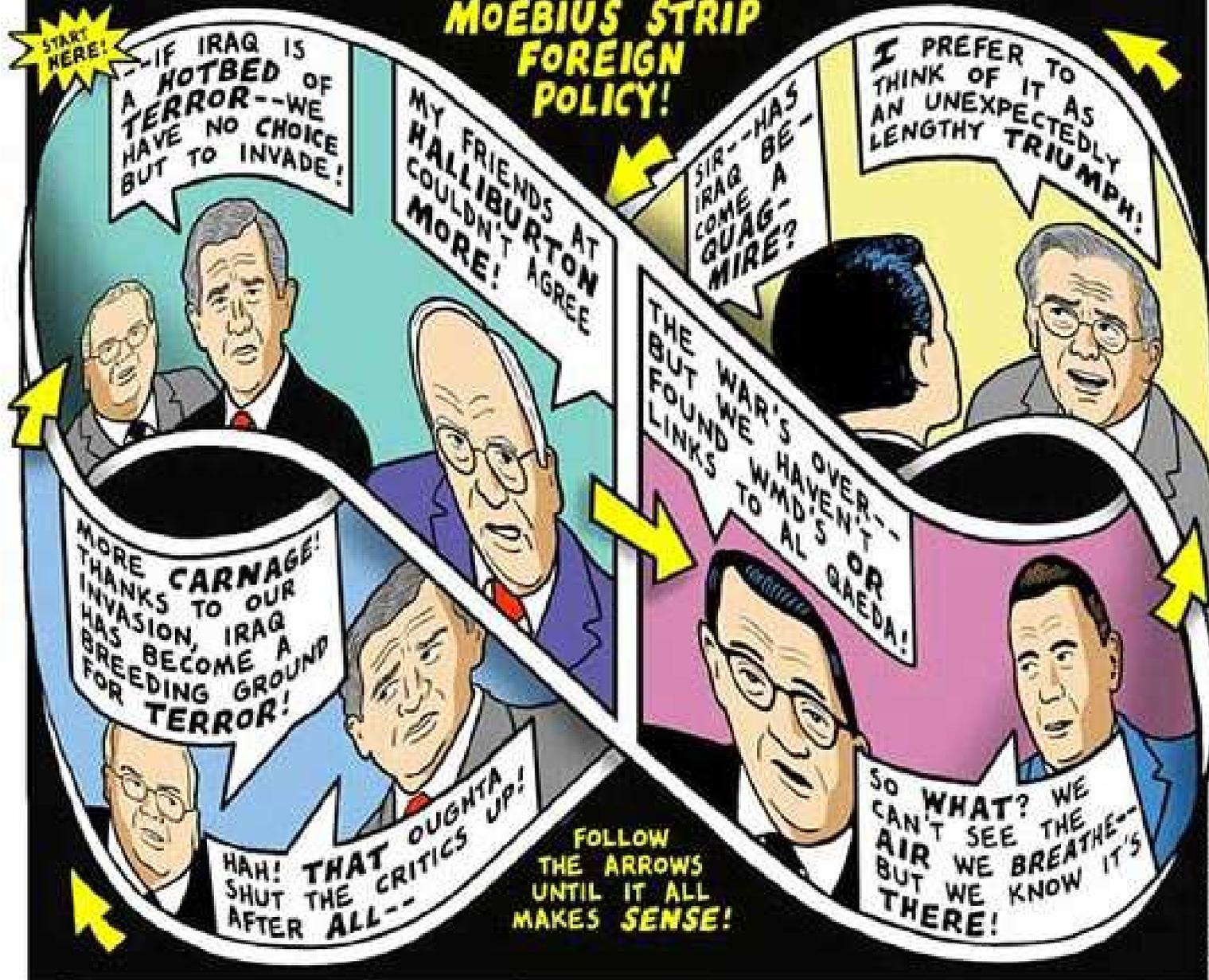


THIS MODERN WORLD

by TOM TOMORROW

WHICH COMES FIRST--CAUSE OR EFFECT? IT'S HARD TO TELL--WITH GEORGE BUSH'S

MOEBIUS STRIP FOREIGN POLICY!



Tom Tomorrow

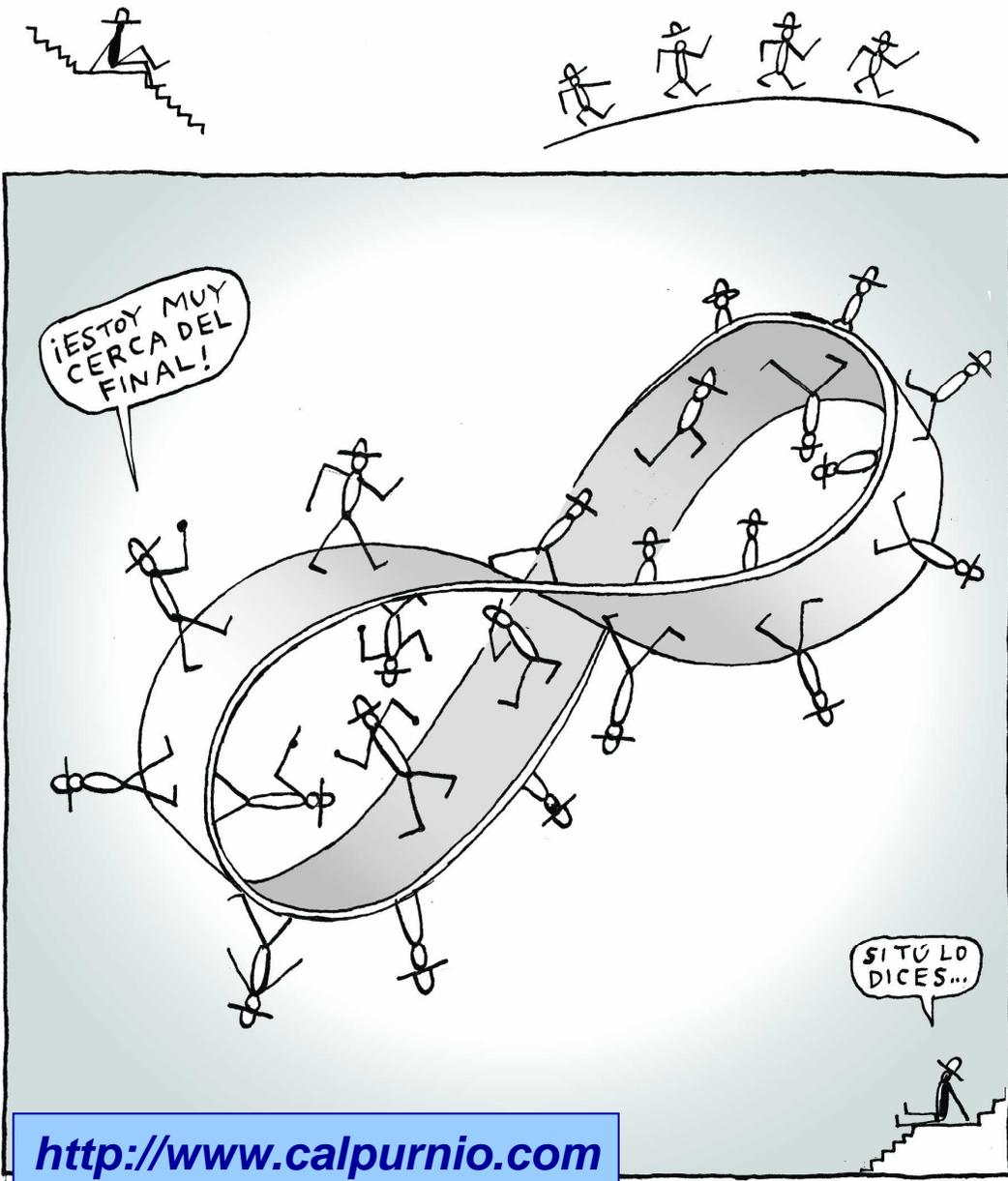
Qué viene primero ¿la causa o el efecto? Es difícil de decirlo con la “Moebius Strip Foreign Policy” de George Bush

Siga las flechas antes de que todo cobre sentido...

EH CVT!
¿CÓMO VA ESA METAFÓRICA BÚSQUEDA INTERIOR?

★EL★BUENO★DE★
★CUTTLAS★

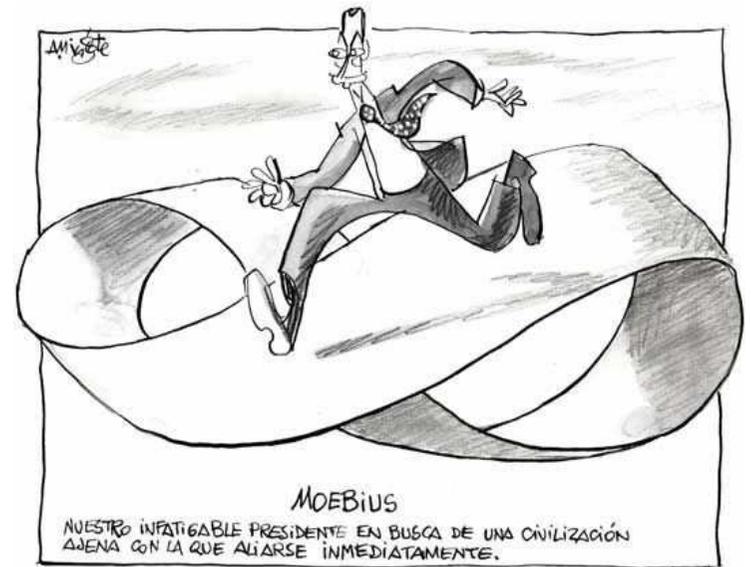
BIEN! PUEDO SENTIRLO!



<http://www.calpurnio.com>

El artista e ilustrador Calpurnio hace caminar en una de sus viñetas al **Bueno de Cuttlas** por una banda de Möbius... Viñeta aparecida en **20 minutos** el 16 de julio de 2007 (<http://www.20minutos.es/viñeta/654204/0/07/2007/cuttlas/>)

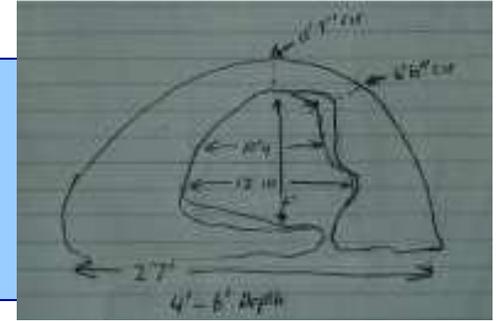
Y Mingote...



Guión de la charla

- Un poco de matemáticas
- La banda de Möbius en ciencia e ingeniería
- Arquitectura de Möbius
- Diseños “no orientados”
- Música möbiusiana
- Des-orientación y espectáculo
- Literatura de un único lado
- ¿Tienes alguna banda de Möbius en tu vida?

Möbius Arch



**ARCHES OF
ALABAMA
HILLS (California)**

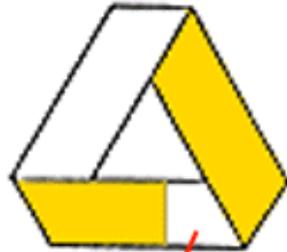
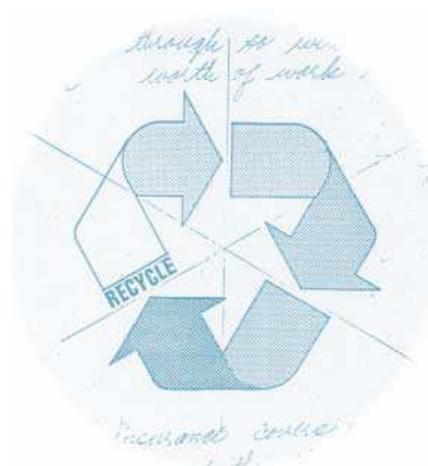


El símbolo del reciclaje



El símbolo del reciclaje, que consiste en tres flechas que se persiguen sobre las aristas de un triángulo, no es más que una banda de Möbius. Fue creado por Gary Anderson en 1970, y representa el proceso de transformación del material de deshecho en recursos útiles.

http://en.wikipedia.org/wiki/Recycling_symbol



Rotazione di 180°
in senso ANTIORARIO

Tre rotazioni di 180°
in senso ANTIORARIO



Logotipos de Möbius

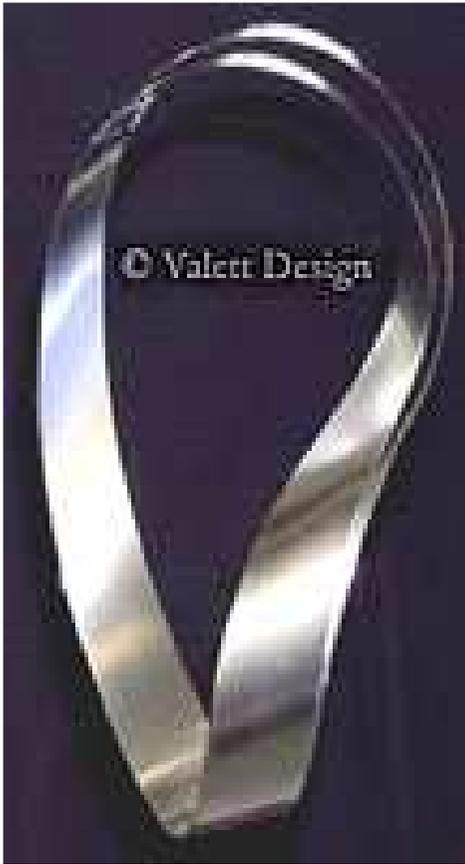


möbius
financial services



Möbius
Microsystems





caixanova



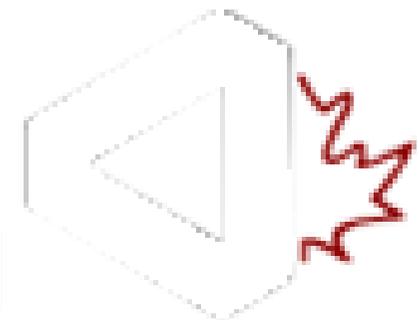
MOEBIUS = Mobile Experimental Broadband Interconnection
Using Satellites, IIA Research Centre (Helsinki Univ. of Tech.)



Logo del *institut suisse de la propriété intellectuelle*, cuyo título está escrito en 4 lenguas



Logo Société Mathématique Canadienne



Logo de una universidad alemana

<http://www.fernuni-hagen.de/TOPOLOGIE/pages/Heimatseite.html>





CampusAnuncios.com



Rayuela de Möbius (o como hacer que los niños estén ocupados durante mucho, mucho tiempo)

Möbius hopscotch

(or how to keep kids busy for a long, long time)



Copyright©2007 Nicole Lee
<http://LeesDoodles.blogspot.com>



Möbius PLAY es un juego que conjuga la destreza manual y la concentración del jugador. Consta de un anillo de Möbius y una especie de peonza magnética que rueda continuamente...

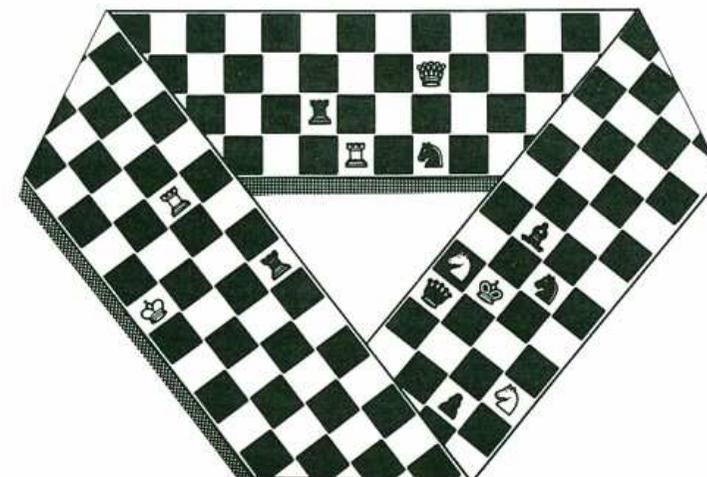
<http://www.coroflot.com/suhasini>



<http://maccaroogyms.com/>



a8	b8	c8	d8	e8	f8	g8	h8	a1'	b1'	c1'	d1'	e1'	f1'	g1'	h1'
a7	b7	c7	d7	e7	f7	g7	h7	a2'	b2'	c2'	d2'	e2'	f2'	g2'	h2'
a6	b6	c6	d6	e6	f6	g6	h6	a3'	b3'	c3'	d3'	e3'	f3'	g3'	h3'
a5	b5	c5	d5	e5	f5	g5	h5	a4'	b4'	c4'	d4'	e4'	f4'	g4'	h4'
a4	b4	c4	d4	e4	f4	g4	h4	a5'	b5'	c5'	d5'	e5'	f5'	g5'	h5'
a3	b3	c3	d3	e3	f3	g3	h3	a6'	b6'	c6'	d6'	e6'	f6'	g6'	h6'
a2	b2	c2	d2	e2	f2	g2	h2	a7'	b7'	c7'	d7'	e7'	f7'	g7'	h7'
a1	b1	c1	d1	e1	f1	g1	h1	a8'	b8'	c8'	d8'	e8'	f8'	g8'	h8'



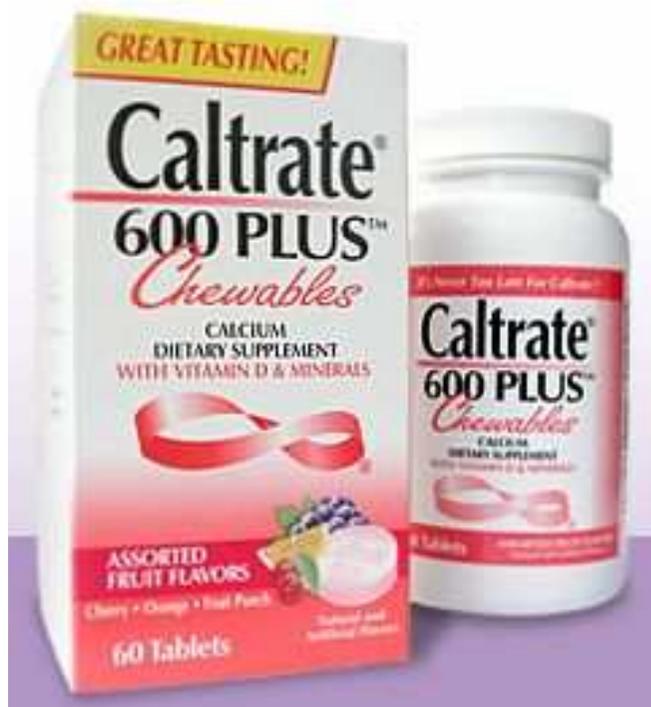
M. Dekker de Haarlem (Holanda) inventó el ajedrez de Moebius en los años 1990. Se considera un tablero de 8 por 8, dibujado en ambas caras de una pieza de papel, con la que se fabrica una banda de Möbius, consiguiendo un tablero con 8 filas y 16 columnas: las primeras 8 columnas forman un tablero normal y las restantes una tabla *reflejada*. Los cuadrados del tablero reflejado se denotan con un acento para distinguirlos. Al principio del juego, las piezas se colocan como en una partida estándar. Las reglas son como en el juego normal, pero se añaden algunas más. Por ejemplo, las piezas pueden realizar dos tipos de movimientos: los normales (de este modo se pueden mover sobre todo el tablero de 16 por 8) y los *movimientos de fase*. En los desplazamientos de este último tipo, una pieza se mueve de la casilla donde está situada sobre la misma casilla del otro lado del tablero (que ya es una banda de Möbius), es decir, va de una casilla a otra del mismo nombre con o sin tilde. No se permite llegar al jaque-mate mediante un movimiento de fase... <http://www.chessvariants.org/shape.dir/moebius.html>.

Sellos





<http://www.preciousbugarin.com/weddings/tag/clean/>



La publicidad de productos muy dispares utiliza la banda de Möbius, como la de este suplemento en calcio

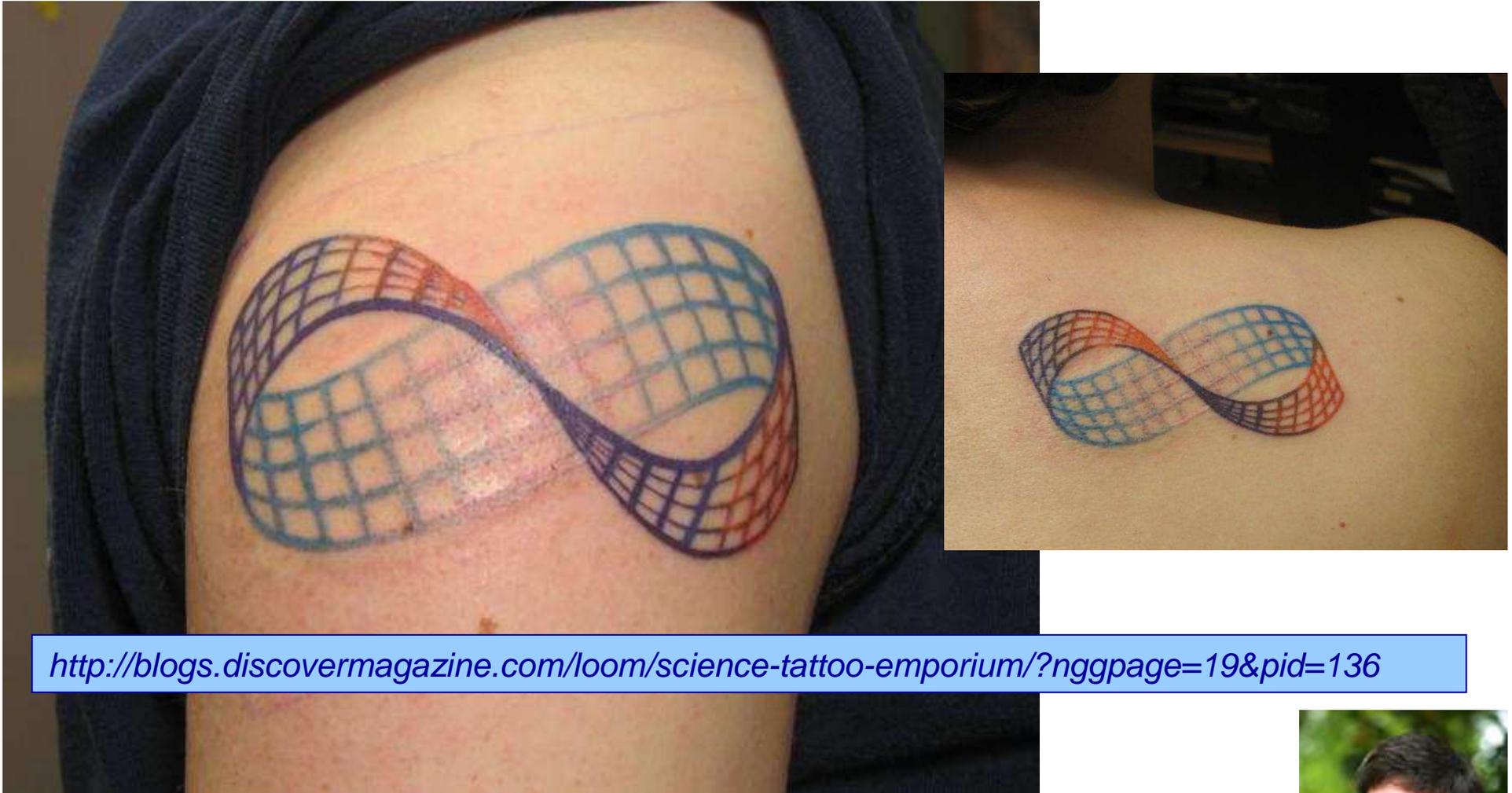
<http://en.wikipedia.org/wiki/Caltrate>

Here's how to get
your valuable coupon

You'll also be eligible to receive other **exclusive offers**
and **informative health tips**.



<http://blogs.discovermagazine.com/loom/science-tattoo-emporium/>



<http://blogs.discovermagazine.com/loom/science-tattoo-emporium/?nggpage=19&pid=136>

El escritor especialista en divulgación de la ciencia Carl Zimmer recopila tatuajes... con ciencia incluida...



MOBIUS™ INFUSED LAGER™ WELCOMES YOU!



Esta cerveza *energética* (con TAURINA, GINSENG y CAFEINA).

<http://www.mobiusbeer.com/...>

Según la publicidad, es la cerveza perfecta para noches largas y happy hours.





El **vestido Möbius** propone, como reza su publicidad, la ropa dentro-fuera y exterior-interior. El material de fieltro usado para el vestido no tiene costuras, ni deformaciones, ni trama. Estructurado únicamente por el cuerpo, el vestido se tuerce y da vueltas para formar una superficie en continuo desarrollo, que cambia eternamente con los movimientos de la persona.



<http://www.yankodesign.com/index.php/2007/06/19/mobius-dress-inside-outside-garment-by-my-studio/>



Varias bufandas, chales y gorros de Möbius, ...
“*Möbius knitting*”...

Elisabeth Zimmermann introdujo en 1983 las
bufandas de Möbius, excelentes para el frío, que no
han dejado de ser imitadas por numerosas firmas.

http://en.wikipedia.org/wiki/Elisabeth_Zimmermann





Gourmet
Crochet

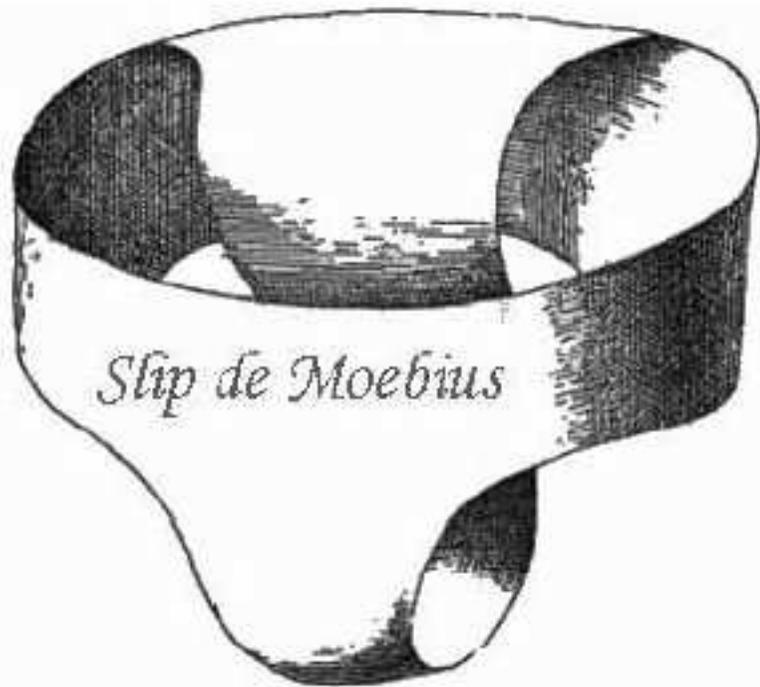
Grace Lynn

Collection

Lacy Möbius Wraps





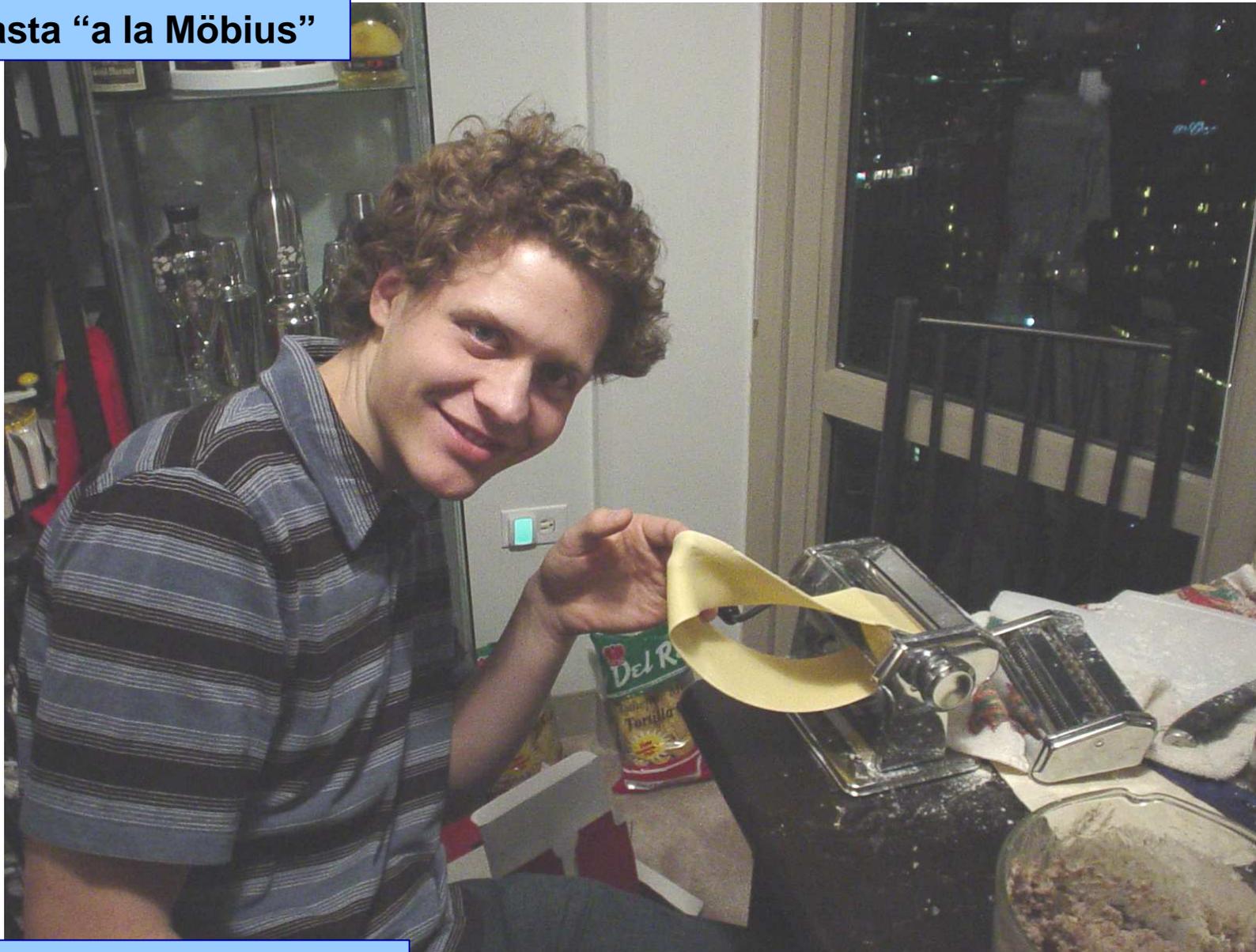


Hay desde calzoncillos de Möbius...

... Hasta agro-combustibles... de Möbius (por el concepto de reutilización)...



Pasta “a la Möbius”

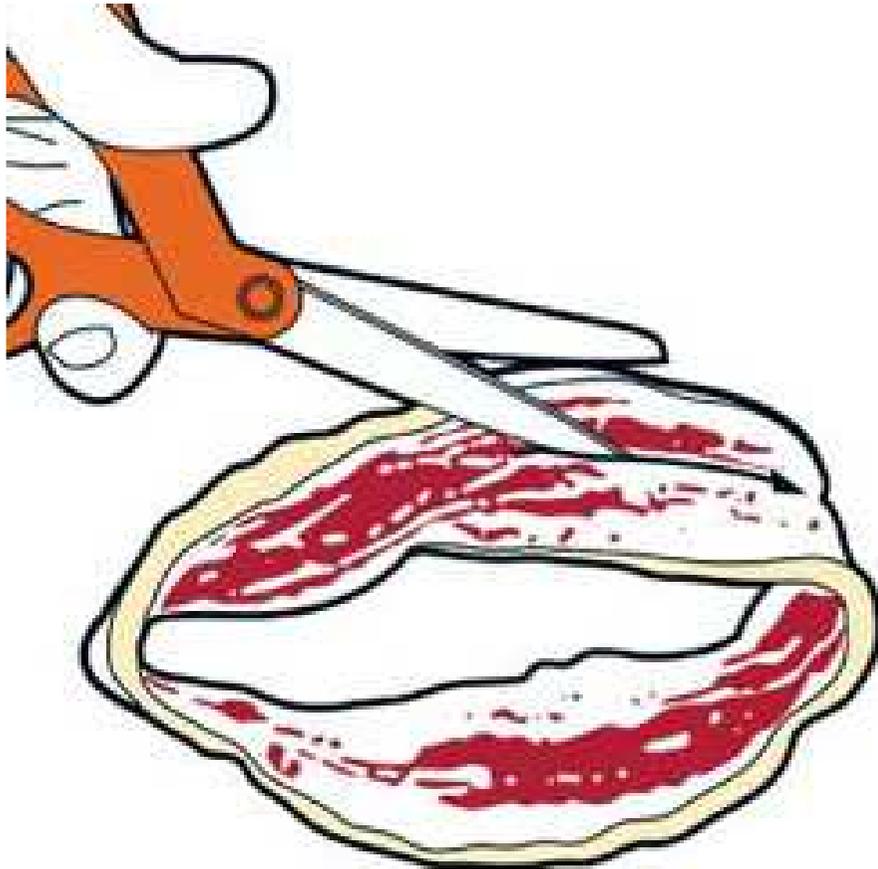
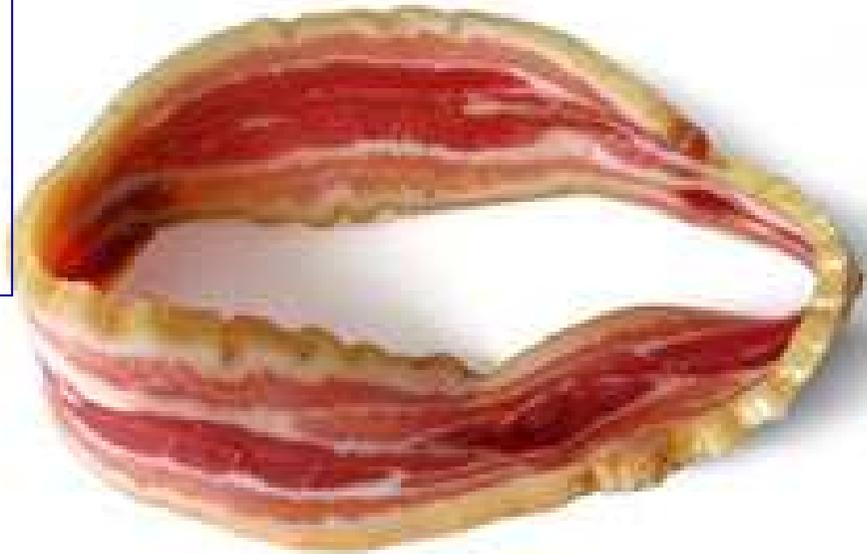


Philip Matchett Wood

<http://www.math.rutgers.edu/~matchett/>

http://www.peepingmonster.com/mobius_bacon.html

En esta página web, comentan:
¡Ten por seguro que... con sólo una cara es más fácil y rápido cocinar!...



Y luego se dedican a comentar las maravillosas propiedades de la banda (de bacon) de Möbius...
... experimentando...

Monday, December 18 12:00 AM ET

Científicos del MIT Crean Pizza de Möbius Con Un Solo Lado

Por Ima Fish

Traducido por [Victor Argüelles](#)

Cambridge, Massachussets, EEUU. - Científicos del Instituto de Tecnología de Massachusetts han logrado por fin crear la tan codiciada pizza de möbius, una pizza de un solo lado completamente cubierta de ingredientes.

Desde hace tiempo, Möbius PizzaScience ha reconocido que a los amantes de las pizzas les gustan más los ingredientes que la simple masa de abajo. "Hemos intentado resolver el problema añadiendo saborizantes y/o queso a la orilla, o haciendo una pizza profunda como plato y cubriéndola de ingredientes", declaró el Científico en Jefe de Comidología del MIT, el Dr. John Jacobs. "Por supuesto que esas acciones no hicieron nada en cuanto a la siempre ignorada parte de la pizza: la parte de abajo".

Los científicos, filósofos y teólogos de la pizza han teorizado por mucho tiempo la existencia de una pizza de un lado cubierta completamente de ricos ingredientes chiclosos que alcanzara la cumbre del placer pizzero.

<http://www.bbspot.com/News/2007/01/mobius-pizza-espanol.html>

Platón escribió en 412 AC que la típica pizza de dos lados no era más que una materialización imperfecta de la forma ideal de la verdadera pizza, con sólo un lado. René Descartes continuó esta línea de pensamiento en sus Principios y Pasiones sobre la Pizza, donde escribió que dado que la parte de abajo de la pizza estaba hacia abajo e invisible al ojo, no podía siquiera probar su existencia, y por lo tanto debía existir una pizza perfecta cuyos lados fueran todos visibles. En años más recientes, Alexander Graham Bell dedicó décadas y cientos de asistentes investigadores al problema, pero su máximo logro fue una pizza de 1.999999 lados. Incluso Albert Einstein observó una vez que lamentaba no llegar a ver la creación de la pizza de un lado, una vez que su tristemente célebre ecuación $E=mc^2$ fuera incapaz de producir resultados en la práctica.

Hasta hace poco tiempo, los científicos podían crear una pizza de 1.0000001 lados, pero su peso atómico estaba distribuido irregularmente, permitiéndole existir sólo unas milésimas de segundo antes de colapsar sobre sí misma. Sin embargo, los investigadores del MIT han logrado finalmente formalizar las bases matemáticas. "Resulta que durante tres mil años hemos olvidado llevar un tres en la cuenta. Estamos muy avergonzados", admitió el Dr. Jacobs.

Related News

[Teen Using MySpace to Lure Bands to Los Angeles](#)

[Turing Test Proves 2-Year-Olds Not Human](#)

[Bush Proposes Faith-Based Firewalls for Government Computers](#)

La pizza de möbius sólo puede ser creada en un horno en gravedad cero diseñado específicamente para el ejército de los Estados Unidos. Se espera que salga a la venta en próximo año en exclusiva en las tiendas Halliburton Pizza por sólo USD\$9,999.97, con tres ingredientes a elegir.

Y hasta se puede enamorar con una banda de Möbius



<http://threesixty360.wordpress.com/2008/02/14/valentines-day-math/>

Construye dos bandas de Möbius (con papel rojo). Pégalas de manera que quede la una perpendicular a la otra. Corta cada banda de Möbius por la mitad (de este modo el cuadrado central por el que están pegadas se cortará en cuatro)...



... Y entonces...



© Original Artist
Reproduction rights obtainable from
www.CartoonStock.com

GRACIAS



"It's my latest...it's a Moebius fly strip"

search ID: bbon44