

La mujer, Innovadora en La ciencia

"Son todas las que están, pero no están todas las que son. Presentamos un caleidoscopio femenino-matemático con veinte de ellas: veinte matemáticas de diferentes épocas y creencias. Asomamos a ellas y girad con sus investigaciones que, como cristales multicolores formarán infinitas figuras cada una más bella que la otra. ¡Ojo! Puede pasaros como a nosotras y engancharos en sus vidas y en sus obras. Bucear en sus risas, tragedias, estudios, teoremas... es altamente adictivo".

Esta exposición surge de una iniciativa de la Comisión de Mujeres y Matemáticas de la RSME para la celebración del 2007 como Año de la Ciencia y forma parte de un proyecto más amplio que incluye un ciclo de conferencias en distintas universidades e instituciones repartidas por buena parte de la geografía española. Ha contado de manera notable con el apoyo de la FECYT. Está pensada para ser intemporal en un sentido; pretendemos que la disfrutéis en vuestros centros, no sólo en 2007, sino en años posteriores.

ALGO de BIBLIOGRAFÍA

- Matemática es Nombre de mujer (Susana Mataix, Editorial Rubes)
- Mujeres Marzanas y Matemáticas entretreídas (Xaro Nomdedeu, Editorial Nivola)
- El juego de Ada (M.V. A.A., Editorial Proyecto Sur)
- Sonia Kovalevskaya (Adela Salvador y Ana Molero, Ediciones de Oro)
- Women in Mathematics (Lynn M. Osen, Editorial M.I.T)
- Matemáticas, Naturaleza y Arte (F.D. Aranda y M. de la Fuente, Edita Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía, Delegación Provincial de Córdoba y Cajasur)
- Jornal de Mathametica Elemental (Artículo de Mary Marques y Geni Costa, Editor Sérgio García Marques, nº 161, 15 de octubre de 1996)

Algunos enlaces de Internet

- <http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/~history/>
- <http://www.distinguishedwomen.com/>
- <http://www.secyt.gov.ar/cientificas.htm>
- <http://www.agnesscott.edu/Lriddle/women/women.htm>
- <http://cwp.library.ucla.edu/>
- <http://www.scootlan.edu/Lriddle/women/>



La mujer, Innovadora en La ciencia

- Teano • Hedu'Anna • Aglaonike • Elena Lucrezia Cornaro Piscopia
• Gaetana Agnesi • Émilie de Breteuil (Marquesa de Châtelet) •
Carolina Lucrecia Herschel • Sophie Germain
• Mary Fairfax Somerville • Ada Byron (Condesa de Lovelace) •
Sofía Vasilievna Kovalevskaya • Grace Chisholm Young
• Mileva Maric • Emmy Noether •
Sofía Alexandrovna Neimark Janovskaja • Mary Lucy Cartwright
• Mary Goeppert-Mayer • Olga Taussky-Todd •
Julia Bowman Robinson • Charlotte Angas Scott



La mujer,
innovadora en la ciencia

Τεαño



Poco sabemos de Pitágoras y los pitagóricos, debido a su afán por ocultar sus descubrimientos. En muchos casos no sabemos a quién atribuir los logros que alcanzaron, así que sobre Teano no hay documentación muy fiable.

Sabemos que, aunque pertenecía a una comunidad muy conservadora, se aceptaban a las mujeres como miembros de la comunidad con los mismos derechos y deberes que los hombres. En la *Vida de Pitágoras de Giamblico* hay un listado de estudiantes de la escuela pitagórica en la que figuran 17 mujeres, por lo que vamos a personalizar en Teano a todas aquellas que hicieron matemáticas con Pitágoras.

Teano era hija del físico Brontino; fue discípula de Pitágoras y se casó con él a pesar de la diferencia de edad (unos 30 años). De hecho, en algunos escritos aparece como hija de Pitágoras. A la muerte de Pitágoras tomó las riendas de la escuela pitagórica con la ayuda de sus hijas Damo, María y Arignote. Se le atribuyen los siguientes escritos:

- *Vida de Pitágoras*
- *Cosmología*
- *Teorema de la proporción aurea*
- *Teoría de números*
- *Construcción del universo*
- *Sobre la virtud*

Veamos lo que dice Diógenes Laercio sobre Teano: "... Y Pitágoras tenía una esposa, llamada Teano, hija de Brontino Crotoniata. Pero algunos dicen que ella era la esposa de Brontino, y sólo alumna de Pitágoras. Y ella tenía una hija llamada Damo, mencionada por Lyfide en su carta a Hiparco, donde dice de Pitágoras "Y muchos dicen que filosofas en pública, como solía hacer Pitágoras; quien, cuando le confió sus Comentarios a Damo, su hija, le encargó que no lo divulgara a nadie que no fuera de la casa. Y ella, aunque podría haber vendido sus discursos por mucho dinero, no lo hería, porque su voto de pobreza y obediencia a su padre valía más que el oro. [...] ningún escrito dejó Tealugas; pero quedan algunos de su madre Teano".

También se menciona a Teano en este precioso epigrama de Sócrates (no el filósofo) que se conserva en la *Antología Palatina*:

"- Dime, reñido predilecto de las Musas, Pitágoras ilustre, ¿cuántos cerca de ti discienden a competir en las asambleas filosóficas, cosechando grandes éxitos?"

"- Escucha Policrates: la mitad de ellos se dedica e fondo a fascinantes problemas de cálculo; un cuarto reflexiona sobre la naturaleza inmortal; un séptimo vive en total silencio y en un éter no diálogo interno; tres son mujeres, entre las que sobresale Teano. Esos son los profetas de las Musas de la Pleiada de las cuales son guías."

No es muy difícil averiguar el número de estudiantes ¿verdad?

La razón áurea y los μήκονημετραβλές

El símbolo pitagórico era el *pentagrama*: la estrella de cinco puntas que se forma uniendo los vértices de un pentágono regular dejando uno en medio.



Pues bien, si dividimos la longitud de la diagonal entre la longitud del lado sale siempre el mismo número. Este número es conocido como la razón (por ser cociente de dos magnitudes) aurea, la divina proporción o el número de oro.



Este número se representa con la letra griega Φ (phi) parece que en homenaje al escultor Fidias que la utilizó para la proporción de sus estatuas.

¿Cómo estudió Teano éste número? Se divide un segmento cualquiera en dos partes de forma que la razón entre la totalidad del segmento y una parte (la mayor) sea igual a la razón entre esta parte y la otra. Matemáticamente, siendo las partes d y l:

$$\frac{d+l}{d} = \frac{d}{l} \Rightarrow d+l = d^2/l$$

Por hacerlo sencillo, supongamos que la parte pequeña mide 1 (l=1) pero se puede hacer con cualquier valor.

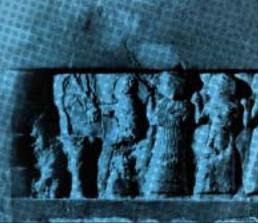
$d+1=d^2$, que es una ecuación de segundo grado; cuando la resolvemos y tomamos el valor positivo se tiene

$$\text{que } d = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \text{Y como } \phi = \frac{d}{l} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

El problema surge por el número $\sqrt{5}$: es irracional, no puede ponerse como fracción de dos enteros. Para los pitagóricos todos los números eran conmensurables (fracciones de enteros). Al toparse con los inconmensurables decidieron guardar su existencia en secreto. Según la leyenda, Hipaso de Metaponto lo reveló y fue castigado ahogándose en un naufragio.

La mujer,
innovadora en la ciencia

Ηεδυ'αηηα



No es sólo la primera mujer registrada en la historia de la ciencia, es la primera persona en la historia que firma sus escritos, siendo conocida como el Shakespeare de la literatura sumeria.

Su padre fue Sargón I el Grande, rey que unió Sumeria y Acadia. Para controlar también el poder sacerdotal nombró a su hija en (suma sacerdotisa) de la diosa sumeria de la luna Nanna en U₄ (Irak). La eolumbre de nombrar sumas sacerdotisas a las reinas durará 500 años. Casi todos los escritos de la época lo realizaban los escribas por encargo de sus amos, por lo que no firmaban la autoría; seguramente la posición de poder de Enheduanna la llevó a ser la primera persona que firma sus escritos lo que nos permite asegurar a ciencia cierta la existencia de esta mujer hace 4300 años.

Gracias a su obra, en la que habla de su linaje e incluso relata una leyenda sobre su nacimiento muy parecida al de Moisés, sabemos algunos datos de su historia personal. Mediante su identificación con Inanna pudo describir sus sufrimientos ante la pérdida de su belleza y su envejecimiento.

En la evolución de la Astronomía desempeñó un papel sumamente importante ya que, al ser la única persona que podía dictar nuevas leyes en Babilonia, controlaba los conocimientos matemáticos y astronómicos de sus territorios, lo que es lo mismo que decir que era una de las precursoras de ambas ciencias.

Junto con otros sacerdotes y sacerdotisas creó observatorios astronómicos dentro de los templos. 4300 años antes de Internet, diseñó una red de comunicación astronómica que permitió elaborar los primeros mapas sobre movimientos celestes y crear el primer calendario religioso, todavía usado por algunas religiones.

Sabemos de su existencia gracias a la inscripción encontrada al dorso de un disco de alabastro de alrededor del 1900 antes de Cristo descubierto en 1926 y que está en el museo universitario de Filadelfia. De ella se conservan más de 40 poemas en tablillas cuneiformes. El más conocido es el *Ninmesara* del que hay una traducción inglesa en www.angelfire.com/mi/enheduanna/Ninmesara.html.

Joke Waller-Hunter, secretaria ejecutiva de la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre Cambio Climático, lo tomó como ejemplo del papel que las mujeres han desempeñado en la ciencia desde los orígenes de la especie humana, en la segunda conferencia de la OMM sobre Mujeres y Meteorología.

La ecuación de tercer grado en Babilonia

Seguramente sabes resolver ecuaciones de primer grado y, si ya estás en los últimos cursos de secundaria, cualquier tipo de ecuación de segundo grado. Pero la ecuación de grado tres ... ¿Te suena Ruffini? Sí, mediante el método de Ruffini

puedes resolver algunas ecuaciones de tercer grado.



Pues bien, Enheduanna, hace más de 4000 años, sabía resolver cualquier ecuación de grado tres. Veamos cómo lo hacía.

En Babilonia tenían unas tablillas parecidas a ésta. Son como nuestras tablas de multiplicar, pero lo que tienen es la suma del cubo y el cuadrado de un montón de números. Si lo traducimos a nuestro lenguaje, una tabla con los 30 primeros números podría quedar así:

n	n ³ +n ²	n	n ³ +n ²	n	n ³ +n ²
1	2	11	1452	21	9702
2	12	12	1872	22	11132
3	36	13	2366	23	12696
4	80	14	2940	24	14400
5	150	15	3600	25	16250
6	252	16	4352	26	18252
7	392	17	5202	27	20412
8	576	18	6156	28	22736
9	810	19	7220	29	25230
10	1100	20	8400	30	27900

Veamos cómo resolver al estilo babilónico la ecuación $x^3+2x^2-3136=0$

• *Paso 1:* multiplicar por $(\frac{1}{2})$ para que x^3 no tenga coeficiente (ya sabías, el número que hay delante)

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n ³ +n ²	2	12	36	80	150	252	392	576	810	1100

• *Paso 2:* cambio de variable $y = \frac{x}{2}$
 $y^3+y^2=3192$

Ya podemos mirar la tabla, y buscar el 392 en la tabla. La solución es $y=7$ pero no queremos y , queremos x .

• *Paso 3:* deshacer el cambio

$$y = \frac{x}{2} \quad \left. \begin{array}{l} y^3+y^2=3192 \\ y = 7 \end{array} \right\} x = 2 \cdot 7 = 14$$

Comprobad la solución al estilo moderno (calculadora): $14^3+2 \cdot 14^2= 3136$, es cierto.

La mujer,
innovadora en la ciencia

Aglaonike



Aglaonike o Aglaonice es un nombre que proviene de *aglaós* (luminoso) y *nike* (victoria, no zapatillas). Eso me hace pensar que más que su nombre sea un pseudónimo (victoria de la luz) ya que fue una astrónoma brillante que se hizo famosa por predecir eclipses. Aparece en textos de Plutarco y de Apolonio de Rodas.

Hija de Hegator de Tesalia, su padre aceptó que estudiara astronomía, aprendiendo los ciclos lunares.

Su habilidad con los eclipses se puede deber a que estudiara los *Saros* en Mesopotamia, o sea, ciclos caldeos de 223 lunas tras los cuales Tierra y Luna retoman aproximadamente la posición de sus órbitas, con lo que un eclipse se puede predecir a partir de los anteriores.

Desgraciadamente, en el siglo II antes de Cristo, después de que Aristóteles declarara que las mujeres no podían considerarse ciudadanas, se dudó de su capacidad científica, quedando limitadas a procrear y cuidar la casa. Por eso preferían creer en los poderes sobrenaturales de Aglaonike antes que en su capacidad matemática y de observación celeste.

Es por eso que Aglaonike aparece como suma sacerdotisa de la diosa Hécate y, en vez de predecir, se prefiere pensar que tiene el poder de encender o apagar la luna y el sol a su antojo. De hecho, en algunas versiones no muy fiables del mito de Orfeo aparece como una malvada sacerdotisa culpable de la muerte de Eurídice.

Eclipses y matemáticas

¿Cómo podía Aglaonike robar al Sol o la Luna? Muy sencillo, no lo hacía. Simplemente sabía de una forma muy aproximada cuándo se iba a producir un eclipse. Es decir, cuándo uno de los astros va a impedir la visión del otro. Para ello, usaba tabulillas babilónicas como ésta que se encuentra en el Museo Británico (siglo V a. de C.), con un listado de eclipses.



Carman Jakiñ Rencchal / Tesora Wikimedia Commons

Gracias a la observación matemática del cielo llegó a conclusiones sobre la regularidad de los movimientos astrales por lo que, sabiendo lo sucedido, predecía los futuros eclipses. Ahora ¿cómo elegir el momento en que todo se vuelve a repetir, que empieza el ciclo? Si observamos la luna, podemos elegir varios ciclos:

- **Ciclo sinódico:** cuenta desde luna nueva hasta la siguiente y tiene una duración de 29 días, 12 horas y 44 minutos (29'53 días).

- **Ciclo draconítico:** de una forma no rigurosa pero para que se entienda, es el tiempo que tarda la luna en volver a su mismo sitio en su órbita elíptica alrededor de la Tierra y tiene una duración de 27 días, 5 horas y 6 minutos (27'21 días).

- **Ciclo anomalístico:** como el draconítico, pero el punto que contamos es el perigeo (el más cercano entre Luna y Tierra) y tiene una duración de 27 días, 13 horas y 19 minutos (27'53 días).

¿Con cuál se quedan los Caldeos? Como buenos matemáticos deciden quedarse con los tres ciclos a la vez. Es decir, el momento en que coinciden a la vez los ciclos sinódicos, draconíticos y anomalísticos.

Hagamos cuentas:

- 242 meses draconíticos = $242 \cdot 27'21$ días = 6584'82 días

- 223 meses sinódicos = $223 \cdot 29'53$ días = 6585'19 días

- 239 meses anomalísticos = $239 \cdot 27'55$ días = 6584'45 días

Teniendo en cuenta que hemos redondeado en los decimales, se puede decir que cada 6,585 días todo se vuelve a repetir, estamos utilizando una especie de mínimo común múltiplo.

Los cálculos exactos realizados por los caldeos dan el ciclo de *Saros*, que dura 18 años, 11 días y 8 horas. Por lo tanto, si tenemos una tabla con los eclipses que han ocurrido, habrá otro casi igual al cabo de 18 años, 11 días y 8 horas. Así predecía Aglaonike los eclipses.

La mujer,
innovadora en la ciencia

Elena Lucrezia Cornaro Piscolopia



Elena es la primera mujer de toda la historia que consigue doctorarse. De familia noble veneciana, nace el 5 de junio de 1646. El ser de noble cuna puede explicar que tuviera acceso a estudios normalmente negados a las mujeres, lo que permitió que uno de sus profesores percibiera el gran potencial de esta niña de 7 años que llegó a hablar con fluidez latín, griego, hebreo, español, francés y árabe. Estudió además música, gramática, matemáticas, filosofía y teología.

A los 14 años hace secretamente voto de castidad y evita a partir de ese momento cualquier intento paterno de casarla. Con 17 años llegó a ser una virtuosa del arpa, el clavicémbalo y el violín. Aunque era una personalidad reconocida como compositora y concertista no parece que eso le importara mucho; al igual que su paisana Agnesi, su mayor anhelo era dedicarse a la caridad.

Aunque estudiaba por el simple placer de aprender; su padre, procurador de San Marco, decidió que continuara sus estudios en la universidad de Padua. Italia estaba más avanzada que el resto de Europa y ya había mujeres que estudiaban ciencias y matemáticas en la universidad, pero Piscolopia optó por el doctorado en teología, tropezando con la intransigencia de la iglesia que no podía concebir que una mujer enseñara a los monjes. Así que decide prepararse el doctorado en filosofía.

Su examen de doctorado es legendario: iba a producirse en el salón de actos de la universidad, pero hubo tal afluencia de público que tuvo que defender su tesis sobre el Anéleto y la Física de Aristóteles en la catedral. Su examen fue tan brillante que el 25 de junio de 1678 consiguió ser la primera mujer doctorada en el mundo; hay una vidriera en Vassar (U.S.A) conmemorando este hecho.

Si bien dominó casi todas las ramas del saber, en la universidad de Padua enseñó a estudiantes de toda Europa matemáticas. Poco después decide ingresar en la orden benedictina y dedicarse a la caridad.

Murió, posiblemente de tuberculosis, el 26 de julio de 1684. Está enterrada, según sus deseos, en el monasterio San Giustina de Padua. Su obra se publicó después de su muerte, en 1688 en Parma.

La resolución de la ecuación de tercer grado mediante poesía

No es de extrañar que Elena se dedicara a las matemáticas. En los dos siglos anteriores Italia había vivido con pasión esta ciencia; se puede decir que la resolución de ecuaciones era una historia de espías y traiciones.

Durante esos años los mejores matemáticos proponían problemas y competían para resolverlos. Muchos de ellos se resolvían mediante ecuaciones de tercer grado, pensaban que no existía ningún método general para resolverlas.

Y aquí empieza la novela negra. Los personajes son: Escipión

del Ferro, Anibal de la Nave, Antonio María del Fiore, Tartaglia, Cardano y Ferrari.

Escipión del Ferro encontró un método para resolver ciertos tipos de ecuaciones de tercer grado y se lo contó a su yerno Anibal que se lo dijo a su amigo del Fiore. A la muerte de Anibal, del Fiore lanzó una serie de retos matemáticos que puedan resolverse con el método que sólo él conocía. Tartaglia acepta el reto y cada uno propone 30 problemas al otro que tienen que resolver en un plazo de unos 40 días. Tartaglia resolvió sus 30 problemas en menos de dos horas.

Cardano, en su ansia de conocer la fórmula, persigue a Tartaglia con amenazas y promesas de riquezas para que le diga su método secreto. Después de muchísima correspondencia, Tartaglia acepta ir a Milán y allí le recita a Cardano:

*Cuando está el cubo con las cosas preso
Y se iguala a algún número discreto
Busca otros dos que difieran en eso.*

*Después tu harás esto que te espeto
Que su producto siempre sea igual
Al tercio cubo de la cosa neto.*

*Después el resultado general
De sus lados cúbicos bien restados
Te daría a ti la cosa principal*

Método válido para la ecuación $x^3 + px = q$ (cubo o *cosa*) = q (número discreto).

Vamos a utilizarlo con uno de los problemas de la pugna entre Fiore y Tartaglia:
Encontrad un número el cual multiplicado por su raíz mas 3, me resulte 5.

Para no trabajar con raíces llamamos al número x^2 , con lo que su raíz es x .
 $x^2(x+3) = 5 \Rightarrow x^3+3x = 5$

*Cuando está el cubo con las cosas preso $x^3+3x=5 \Rightarrow cosa = 3$
Busca otros dos que difieran en eso buscamos $a - b = 5$
Que su producto siempre sea igual
Al tercio cubo de la cosa neto $a \cdot b = (3/3)^3 \Rightarrow a \cdot b = 1$*

Haciendo los cálculos sale: $a = \frac{5+\sqrt{29}}{2}$ y $b = \frac{5-\sqrt{29}}{2}$
(teniendo en cuenta que en esa época no querían saber nada de los números negativos)

De sus lados cúbicos bien restados

Te daría a ti la cosa principal $x = \sqrt{\frac{5+\sqrt{29}}{2}} - \sqrt{\frac{5-\sqrt{29}}{2}}$

Cardano no cumplió su promesa y publicó la fórmula en su *Arte Magna*, alegando que Tartaglia se había copiado de del Ferro... pero eso es otra historia.

Carman Jakiñ Rencchal / Tesora Wikimedia Commons

La mujer,
innovadora en la ciencia

Gaetana Agnesi



No deja de ser paradójico que una mala traducción haya disfrazado de bruja a Gaetana Agnesi, siendo una mujer, en el buen sentido de la palabra, buena.

Nació el 16 de mayo de 1718, en el seno de una familia adinerada que se había enriquecido con el comercio de la seda. Desde pequeña asistió a las tertulias de su palacio de la calle Pantano, a la que acudían los más importantes profesores universitarios de la época. A los 5 años dominaba el francés y a los 9 era reconocida como latinista. A los 10 años en vez de leer cuentos devoraba las obras de Newton, Leibniz, Descartes y Fermat. A los 17 años había elaborado un comentario crítico del análisis de las cónicas de L'Hôpital.

Su padre, orgulloso de su dominio del francés, latín, griego y filosofía, la exhibía junto con su hermana Teresa (pianista) por todos los salones de Milán, lo que chocaba con la personalidad retraída y reservada de Gaetana.

En 1738 (con 20 años) publica "*Propositiones philosophicae*", 190 ensayos de filosofía, lógica, mecánica, elasticidad, mecánica celeste y gravitación universal. A esa edad, Gaetana siente la vocación religiosa, pero su padre le impide ingresar en un convento ya que su madre acababa de morir en el parto de su octavo hijo. Gaetana acepta la responsabilidad de cuidar de sus hermanas menores (que llegarán a ser 2) tras otros dos matrimonios de su padre) a cambio de poder ir a masa siempre que quiera, vestir sencilla y humildemente, y no tener que asistir a bailes y fiestas.

Antes de los 30 años publica "*Institutiones analiticas al uso de la juventud italiana*" donde, aparte de reflejar su religiosidad, introduce en Italia el cálculo analítico. Este libro mereció una bendición del papa Benedicto XIV, una medalla de oro y la concesión de una cátedra de matemáticas en la universidad de Bolonia. El primer tomo está dedicado a la geometría cartesiana; el segundo analiza cantidades finitas, extremos y puntos de inflexión e infinitesimos; el tercero contiene métodos de resolución de ecuaciones diferenciales.

Este libro fue considerado por la Academia de las Ciencias de París (que no la permitió ingresar por ser mujer) como el mejor tratado de cálculo diferencial e integral desde L'Hôpital y Euler. Gaetana se lo dedicó a la emperatriz María Teresa de Austria, por ser mujer e ilustrada. La emperatriz le demostró su agradecimiento con un anillo de diamantes y una carta en una caja de cristal incrustada también en diamantes.

Gaetana Agnesi estudia con detenimiento una de las curvas de tercer grado, la versiera, cuya gráfica la podíamos comparar con la trayectoria de un punto en el canto de una moneda que va girando. Versiere significa torcer en latín, pero una mala traducción la convirtió en la curva de la Hechicera (aversiere es hechicera en italiano). Es por eso que a Gaetana se la conoce como "La hechicera".

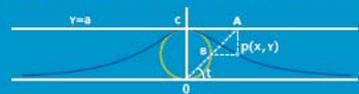
En 1752 muere el padre de Gaetana y ella dedica su fortuna a obras de caridad, terminando en la miseria. Es nombrada directora del Hospicio Triulzio, volcándose en el cuidado de los menesterosos y enfermos, sobre todo mujeres mayores. Allí fallece el 8 de enero de 1799.

La curva de la hechicera

La curva por la que se conoce popularmente a Agnesi no es ni su mayor obra ni es un descubrimiento suyo. La mayor aportación de Gaetana a las matemáticas fue en el campo del cálculo diferencial e integral. De su libro dice la Academia de las Ciencias de París: "No existe ningún libro, en ninguna otra lengua, que permita al lector penetrar tan profundamente, o tan rápidamente en los conceptos fundamentales del Análisis. Consideramos este Tratado como la obra más completa y la mejor escrita en su género".

La mal llamada curva de la hechicera la había estudiado previamente Fermat en 1703 y Grandi, en 1718, la bautizó con el nombre de versoria (en latín) o versiera (en italiano), refiriéndose al cabo que hace girar la vela de una nave. La construye del siguiente modo:

En un círculo de diámetro a , y de centro el punto $(0, a/2)$ se escoge un punto A en la recta $y=a$ y se une con el origen de coordenadas O . Llamamos B a la intersección de OA con la circunferencia. Sea P el punto de intersección de la vertical trazada desde A con la horizontal trazada desde B . La curva de la hechicera es la trayectoria que marca P cuando movemos A sobre la recta $y=a$.



Esta curva tiene la propiedad de que, tanto a la izquierda como a la derecha se va acercando al eje OX , pero no llega nunca a tocarlo. Es decir, el eje OX es una asíntota horizontal de la curva.

Siendo una curva infinita, si se calcula su área mediante integración, obtenemos que el área que encierra la curva con el eje OX es π .

La curva de Agnesi es esencial en la integración de funciones racionales y se usó para calcular cifras decimales de π .

Gaetana trabaja con esta curva, como con muchas otras, en su obra. Cuando Colson aprende italiano para traducir al inglés una obra tan importante, confundió versiera con aversiera (hechicera) y lo tradujo como witch of Agnesi (la bruja Agnesi) produciéndose la paradoja de que una mujer que dedicó su vida y su fortuna a los demás pase a la posteridad con el sobrenombre de bruja.

La mujer,
innovadora en la ciencia

Émilie de Breteuil Marquesa de Châtelet



Para hacernos una idea de la personalidad de la mujer que se atrevió a traducir a Newton, observemos el cuadro que pintó su contemporánea Marie-Anne Lavoisier: vemos a una dama exquisitamente vestida y maquillada según los usos de la época, con una flor en una mano, un compás en la otra y al fondo un globo terráqueo; testigo de esas tertulias en su salón donde se discutía si la tierra era ovalada (como aseguraba Descartes) o achatada en los polos según defendía Newton. Una amalgama de lo que hoy creamos glamour y de ciencia.

Gabrielle Émilie Le Tonnelier de Breteuil nació el 17 de diciembre de 1706 en Saint-Jean-en-Grève. Durante su infancia mostró tal facilidad para el estudio que pronto fue una experta en latín, italiano e inglés; pero su verdadera pasión eran las matemáticas.

A los 19 años se casa con el marqués de Châtelet, 15 años mayor que ella, con el que tuvo tres hijos. Su marido, siempre en el ejército, no entorpeció su libertad; así que Émilie siguió con sus estudios matemáticos, contratando a los mejores profesores de la época para que la ayudaran en sus estudios. Uno de sus profesores fue Pierre Louis de Maupertuis, reconocido matemático y astrónomo. También estudió con Samuel Koenig, pero una discusión sobre cantidades infinitesimales terminó con su relación. De hecho, cuando en 1740 Émilie publica *Institutiones de Física*, primer libro francés que toca el cálculo infinitesimal combinando las teorías de Newton y de Leibniz, Koenig levantó el rumor de que el trabajo lo plagó de sus clases. Por supuesto, Émilie se enfureció y acusó a la Academia de las Ciencias demostrando que había discutido sus ideas con Maupertuis mucho antes de ser alumna de Koenig. Aunque los académicos sabían de su capacidad para elaborar ese trabajo, no la apoyaron. Esa fue la primera vez que sintió que ser mujer trabajaba en su contra. Desgraciadamente, no fue la última.

Tricientemente Émilie es más conocida por haber sido amante de Voltaire que por la brillantez de su obra. Cuando en 1733 el duque de Richelieu avisa a Voltaire de que iban a arrestarlo, Émilie lo lleva a su palacio en Cirey. Algunos de los mejores trabajos de Émilie son del periodo que pasó con Voltaire en Cirey-sur-Blaise. Hablando de aquella época Voltaire escribió: "Dedicamos toda nuestra atención a Leibniz y Newton; madame de Châtelet se embarcó por sí sola primero con Leibniz, y explicó parte de su método en un libro excelentemente escrito, titulado *Institutiones de física*".

En 1735 traduce una serie de folios ingleses, y en el prólogo dice: "El prejuicio que nos excluye a las mujeres de las ciencias me pesa profundamente. Siempre me ha sorprendido que haya grandes naciones con leyes que nos permite controlar su destino, pero no hay ni un solo lugar donde se nos permita pensar [...]. Yo corregiré este abuso que ha cortado las alas a la mitad de la humanidad".

La obra más ambiciosa que emprendió Émilie fue la traducción del *Principia Mathematica* de Newton del latín al francés, añadiendo unos comentarios para hacer más accesible el farragoso lenguaje Newtoniano. Gracias al trabajo que realizó desde 1743 hasta su muerte en 1749, se pudo leer la obra de Newton en Francia durante dos siglos, lo que hizo avanzar la ciencia.

En la primavera de 1748, Émilie se enamora del marqués de Saint-Lambert, un cortésano y mediocre poeta, quedando embarazada. Su embarazo no afecta a su decisión de terminar la traducción; se levantaba de madrugada trabajando hasta avan-

zada la noche, abandonando su vida social y admitiendo las vistas de muy pocos amigos.

En Septiembre de 1749 da a luz a una niña. Aunque todo parecía haber salido bien muere el 10 de Septiembre de 1749, siguiéndola su hija poco después. Ella fue consciente de que se acercaba su final y se volvió en terminar la traducción de Newton. Voltaire, que estuvo con ella hasta el final, quedó destranzado. Poco después protegió la traducción de los Principia de Émilie, donde describe su muerte: "Sentía acercarse el final con una mezcla de sentimientos contradictorios. Por un lado, lamentaba abandonar la vida, por otro miraba valientemente a la muerte".

Émilie murió con 43 años. La traducción de Newton se publicó después de su muerte. En 1752, Koenig reconoció la autoría de la obra de Châtelet, demasiado tarde para ella.

La medición de la Tierra

Uno de los temas que animaba las reuniones de Cirey era la forma de la Tierra. Los franceses llevaban mucho tiempo seguros de que estaba alargada en los polos. Pero Cirey era el reino de Châtelet y Voltaire, y él había estado en Inglaterra y había estudiado con Émilie la teoría que Newton había desarrollado, a partir de la observación de que el agua del mar no va hacia el ecuador, de que estaba achatada por los polos. De esta discusión surgió una fabulosa aventura.

Para comprobar qué facción tiene razón se montan dos expediciones para medir la Tierra: una a América del Sur, dirigida por La Condamine, y otra a Laplandia, bajo las órdenes de Maupertuis. Como La Condamine va a medir en territorio español necesita el permiso de Felipe V, con lo que dos científicos españoles van a participar en la medición del globo terrestre: Jorge Juan (imagen en el billete de 10.000 pesetas) y Antonio de Ulloa; dos jovencitos que tuvieron que ser ascendidos a tenientes para poder participar. La expedición que fue al Polo realizó su trabajo en poco tiempo, pero en América las mediciones se prolongaron durante casi diez años. Los cinco investigadores se dividieron en grupos. Comisiones posteriores han señalado los trabajos llegando a la conclusión de que los resultados más precisos fueron los de Jorge Juan. Estimó el valor lineal para un grado de meridiano en el Ecuador en 56.764 toesas (hay que tener en cuenta que el metro no se instaura hasta 1875).

10 m equivalen a 5,1307 toesas; por una sencilla regla de tres directa podía saber cuánto mide según Jorge Juan un grado de meridiano.

$$\begin{matrix} 10 \text{ m} & \text{---} & 5'1307 \\ x \text{ m} & \text{---} & 56764 \end{matrix} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 56764}{51307} = 11.06359756 = 11.06359756 \text{ km}$$



Carmen Jilón Ranzhal / Teresa Valdekarlos Doria



Carmen Jilón Ranzhal / Teresa Valdekarlos Doria



La mujer,
innovadora en la ciencia

Carolina Lucrecia Herschel



Carolina Herschel fue una auténtica cazadora de cometas. Vivió marcada por la época, en pugna entre su padre que deseaba que se cultivara y su madre que la convertiría a la muerte del padre en una cantante. Curiosamente, el hijo madrino de este cuento fue su hermano William (descubridor de Urano) que la rescató de una vida al servicio de su madre y la lleva a vivir con él a Inglaterra.

Nació el 16 de marzo en Hanóver. Su padre tocaba el oboe en la banda militar y llegó a ser el director de la banda. Aunque no tenía educación formal quería que sus cuatro hijos y dos hijas la tuvieran, especialmente en música astronomía y filosofía, pero la madre no aceptaba que las hijas estudiaran, sólo los varones.

Mientras sus hermanos recibían una educación formal convirtiéndose en músicos, Carolina estudiaba a escondidas de su madre, que sólo quería que aprendiera las tareas domésticas con la complicidad de su padre. Lamentablemente, cuando los franceses invaden Hanóver en 1757, su padre se va a la guerra regresando gravemente enfermo, falleciendo en 1767. Fue una década negra para Caroline; sin el apoyo de su padre pasa de dedicarse a las matemáticas y la astronomía a estudiar confección y costura, convirtiéndose en una sirvienta de su propia madre. Esta etapa dura hasta 1772 año en el que se va a vivir con su hermano William, organista en Bath (Inglaterra).

Para ella debió ser como volver a abrir los ojos. Desde entonces encadenó su destino al de su hermano: mientras él se dedicó a la música ella aprendió canto para acompañarle, sin aceptar jamás cantar sin él. Después del trabajo, ambos hermanos estudiaban matemáticas y astronomía. En 1781 William abandona su trabajo de músico para dedicarse por entero a la astronomía, gracias a unas rentas que le otorga Jorge III. Naturalmente, la fiel Carolina deja de cantar para convertirse en astrónoma. Rápidamente desarrolla métodos de exploración celeste a la vez que se encarga de realizar cálculos matemáticos para su hermano; siempre fue su hermano (y más tarde su sobrino John) su prioridad por encima de sus propias investigaciones. Aún así, llegó a realizar grandísimos trabajos: descubrió 8 cometas y 3 nebulosas, una de ellas la compañera de Andrómeda. También ayudó en la construcción de telescopios y realizó una revisión del catálogo estelar de Flamsteed. Sus descubrimientos eran de tal envergadura que la Real Sociedad Astronómica de Inglaterra no podía dejar de reconocerlos aunque provinieran de una mujer. Y no bastaba con la medalla de oro por su catálogo de 2500 nebulosas; merecía pertenecer a la Sociedad, así que fue nombrada "miembro honorario" en vez de miembro de pleno derecho. También fue miembro de la Real Academia Irlandesa y recibió la medalla de oro de Prusia.

Murió en Hanóver el 9 de enero de 1848.

Carmen Jilón Ranzal / Teresa Villaverde Doria



¿Es Plutón un planeta?

Carolina participó con su hermano en el descubrimiento del planeta Urano, el último planeta del sistema solar hasta que en 1842 Mary Somerville publica un estudio matemático en el que, observando la órbita de Urano, sugiere que debe haber algún otro planeta (Neptuno). En 1930 se descubre Plutón, que ha sido considerado el último planeta del sistema solar hasta hace bien poco.

Desde el principio, Plutón fue aceptado con reservas en la familia planetaria. Al estar mucho más lejos que el resto de los planetas no se supo lo pequeño que era hasta que avanzó la tecnología. Ese avance hizo que hace poco se descubrieran planetas más alejados y más grandes como 2003 UB (Eris). Además no quedaba claro el estatus de Caronte o de Ceres. Por lo tanto, si Plutón lo era, también lo tenían que ser aquellos cuerpos. ¡teníamos que aprender más de 9 planetas!

La XXVI Asamblea General de la Unión Astronómica Internacional que se celebró en Praga desde el 14 hasta el 24 de agosto de 2006 realizó una votación el día 24 con el siguiente resultado: por 237 votos a favor, 157 en contra y 30 abstenciones Plutón fue degradado a la categoría de planeta enano. La definición de planeta enano ha quedado así: "Un planeta enano es un cuerpo celeste que está en órbita alrededor del Sol, que tiene suficiente masa para tener gravedad propia para superar las fuerzas rígidas de un cuerpo de masa que asuma una forma equilibrada hidrostática, es decir, casi esférica; que no ha despejado las inmediaciones de su órbita y que no es un satélite."

En la imagen podéis comparar el tamaño de la Tierra con el de los planetas enanos oficialmente reconocidos en Praga (Ceres, Plutón y Eris) y algún que otro candidato... También se puede apreciar que Eris es más grande que Plutón.



La mujer,
innovadora en la ciencia

Sophie Germain



Sophie Germain es un ejemplo de autoaprendizaje y tenacidad; tuvo que presentar tres veces su trabajo a la Academia de la Ciencia de París para que fuera reconocido con la Medalla de Oro, pero nunca se rindió.

Nació en París el 1 de abril de 1776. Su padre, diputado de la Asamblea, disponía de una gran biblioteca a la que ella sacó gran provecho; desde los 13 años leía toda la tarde y al anochecer simulaba acostarse para luego continuar su lectura. Aprendió latín para poder leer a Newton y a Euler. Al enterarse sus padres de sus estudios científicos pusieron el grito en el cielo: la dejaron sin luz y calefacción para que no pudiera seguir leyendo por la noche, pero ella escondía una vela para continuar estudiando envuelta en una manta. El día que la anciana Bernarda rodeada de cálculos matemáticos comprendieron que no conseguirían clausurarla y, aunque le permitieron que siguiera estudiando, jamás tuvo su apoyo; pensaban que una científica jamás podría casarse.

Las mujeres no han podido estudiar en la Escuela Politécnica de París hasta 1972 pero eso no impidió que Sophie tuviera acceso a las enseñanzas de Lagrange. Conseguió sus apuntes a través de un antiguo alumno amigo de la familia, Antoine-Auguste Le Blanc, y llegó a presentarle un trabajo firmado con ese seudónimo. Había tal brillantez en sus reflexiones que Lagrange quiso conocerla. A pesar de su sorpresa al encontrarse ante una mujer siguió reconociendo su vela y se convirtió en su profesor, con lo que logró entrar en las tertulias científicas.

No fue la única vez que utilizó el seudónimo de Le Blanc, también lo hizo para cazarle con Gauss después de leer su obra *Disquisiciones Aritméticas*. Esa obra despertó su pasión por la teoría de números, volcándose con la conjetura de Fermat y consiguiendo el mayor avance desde hacía dos siglos en su resolución con el Teorema de Germain. Cuando Napoleón invade Prusia, Germain irritada por Gauss ante un general amigo suyo para que le protegiera. Cuando Gauss se entera que su profesora es una tal Sophie se extraña y ella le escribe a Gauss una carta en la que admite su condición femenina; a lo que Gauss contestó lo siguiente: "Pero cómo describe mi admiración y asombro al ver que mi estimado condespual Sr. Le Blanc se metamorfosea [...] cuando una persona del sexo que, según nuestras costumbres y prejuicios, debe encontrar muchísimas más dificultades que los hombres para familiarizarse con estos espinosos estudios, y sin embargo tiene éxito al sortear los obstáculos y penetrar en las zonas más oscuras de ellos, entonces sin duda esa persona debe tener el valor más noble, el talento más extraordinario y un genio superior".

Nunca podremos saber hasta donde hubiera llegado Germain con una educación matemática regular; pero su genialidad y tenacidad queda patente en su participación en el concurso de la Academia.

En 1809, la Academia de las Ciencias de París convoca un premio extraordinario para aquella persona que justificara el comportamiento de las partículas cuando son sometidas a una vibración. El reto era tan duro que sólo Sophie presentó un trabajo (1811) y no ganó el

premio al faltarle rigor (sin duda por lo errático de su formación). Aún así, su ensayo dio nuevas pautas a la investigación y se amplió el plazo del premio dos años más. Allí estuvo de nuevo Sophie con su Mémoire sur les Vibrations des Surfaces Élastiques y de nuevo quedó el premio desierto, aunque esta vez tuvieron que dar una mención honorífica a su trabajo. No se rindió; estudió, corrigió, reescribió y por fin, en 1815, la Academia le concedió la medalla de oro.

Maria-Sophie Germain murió de cáncer de mama en París el 27 de Junio de 1831 sin poder disfrutar de la posición que Gauss le había conseguido en la Universidad de Göttingen. No puedo menos que creer que de haber sido su nombre realmente Antoine-Auguste Le Blanc hubieran escrito en su partida de defunción *matemático y científico*, pero Sophie Germain figura como *artista*.

Los primos de Germain

Uno de los campos que más aprendió a Sophie fue la teoría de Números. No se de extrañar, es fascinante que enunciados tremendamente simples permanecieran sin resolverse durante siglos.

Germain se volcó en tratar de resolver el Último Teorema de Fermat: "no existen números enteros que cumplan que $x^n + y^n = z^n$ si n es mayor que dos". Para $n=2$ sí que los hay, todos los lados de los triángulos rectángulos lo cumplen (teorema de Pitágoras). Pero no hay, por más que busquemos, números enteros que lo cumplan para $n = 3, 4, 5, \dots$

Sophie se sumergió en la demostración durante muchos años. Cuando intuyó que había hecho un gran avance, no tenía a nadie con quien poner en claro sus ideas y, con sólo 20 años, decidió escribir al más grande de la época en Teoría de Números: Gauss. Los escritos de Germain, con el seudónimo de Le Blanc, le impresionaron; buscaba soluciones generales, no para potencias concretas. En su carta a Gauss trataba sobre toda una colección de potencias: los primos de Germain.

Un número es primo si sólo puede dividirse de forma exacta entre sí mismo y la unidad. Un primo es de Germain si el siguiente de su doble también es primo. Veamos los primos:

- 2 \Rightarrow 2*2+1=5 (primo) \Rightarrow 2 es primo de Germain
- 3 \Rightarrow 2*3+1=7 (primo) \Rightarrow 3 es primo de Germain
- 5 \Rightarrow 2*5+1=11 (primo) \Rightarrow 5 es primo de Germain
- 7 \Rightarrow 2*7+1=15 (no primo) \Rightarrow 7 no es primo de Germain
- 11 \Rightarrow 2*11+1=23 (primo) \Rightarrow 11 es primo de Germain

Es fácil comprobar que el siguiente primo de Germain es el 23.



Carmen Jilón Ranzal / Teresa Villaverde Doria



La mujer,
innovadora en la ciencia

Mary Fairfax Somerville



Otro ejemplo, como el de Germain, de mujer autodidacta. Aunque al principio tuvo que ingenárselas sola para aprender cosas tan básicas como la lectura comprensiva y su capacidad intelectual podría haber quedado oculta por su docilidad, una serie de casualidades y un grupo de personas que creyeron en ella hicieron que su genio saliera a la luz.

Nació el 26 de diciembre de 1780 en Escocia. Sus padres le dan una educación *femenina*: con aprender a leer basta y sobra, el resto de su tiempo a brillar en sociedad y a aprender costura, música y pintura. A escondidas, Mary devoraba todos los libros que caían en sus manos.

Y llega la primera casualidad. Su profesor de pintura, Nasmyth, enseñaba ciencia a los varones y le deja a Mary los *Elementos* de Euclides para que entendiera la perspectiva en la pintura. Pero ella lee mucho más allá: el rigor, la construcción de toda una maravillosa teoría a base de poquísimos axiomas y los grandiosos resultados la fascinan. Así que estudia y analiza el libro de Euclides con la ayuda del profesor de su hermano pequeño. Además examinaba con él pequeños divertimentos matemáticos que aparecían en revistas femeninas, lo que le permitió al tutor iniciarla en el estudio del álgebra.

Sus padres nunca apoyaron este interés en las matemáticas: ¿cómo iban a apoyar que se dedicara a una disciplina abstracta que, según su padre, lastimaría su tierna complejidad femenina? Por lo tanto, los estudios de Mary permanecían ocultos; y no mejora la cosa cuando se casa en 1804 con Samuel Greig, que no acepta que su mujer estudie.

Segunda casualidad, Greig muere a los tres años de casarse, con lo que Mary vive con sus dos hijos a Edimburgo donde conoce a personas preocupadas por la ciencia y que creen en ella. Gracias a ellos lee a Newton y el *Tratado de Mecánica Celeste* de Laplace. También consigue una medalla de plata por resolver problemas de la revista *Mathematical Repository*.

En 1812 se casa con su primo William Somerville que, al contrario que su primer marido, es un apasionado de la ciencia y la apoya en sus estudios y logros. Por motivos laborales el matrimonio se establece en Londres y viajan a París, con lo que Mary conoce personalmente a los grandes matemáticos del continente. En 1834 publica *La conexión de las Ciencias Físicas* donde intuye que debe haber un planeta que altera la órbita de Urano (Neptuno).

En 1838 se trasladan a Florencia por el deterioro de la salud de William. Allí sigue publicando, destacando *Geografía Física*, que ha sido libro de texto hasta el siglo pasado. Por esta obra fue nombrada miembro de la Sociedad Estadística y Geográfica Americana, de la Sociedad Geográfica Italiana y recibió la Medalla de Oro de la Real Sociedad Geográfica.

Quizá por los problemas que tuvo para poder estudiar, durante toda su vida (92 años) fue una defensora de los derechos de la mujer a la educación y al voto. Según cuenta su hija en su biografía siguió haciendo problemas matemáticos hasta su muerte porque *"A veces encuentro dificultades, pero mi vieja tozudez persiste, y si no tengo éxito hoy, lo atacaré de nuevo mañana"*.

El problema del baile y otros divertimentos matemáticos

¿Qué tipo de problemas entusiasmaron tanto a Mary como para llevarla a estudiar álgebra avanzada? Según cuenta Xaro Nomdedeu Moreno en su libro *Mujeres, manzanas y matemáticas entretejidas*, algunos como ésta aparecían en la revista *The Ladies Diary*:

A una velada asistieron 20 personas. Mary bailó con 7 muchachos. Ada con 5, Jane con 9, y así hasta llegar a Evelyn, que bailó con todos ellos. ¿Cuántos muchachos había en la velada?

Llamamos x al número de chicas e y al número de chicos (por respetar los cromosomas)

A una velada asistieron 20 personas $\Rightarrow x+y = 20$

Mary bailó con 7 muchachos $\Rightarrow 7$

Ada con 5 $\Rightarrow 7+1$

Jane con 9 $\Rightarrow 7+2$

Si Evelyn bailó con todos los chicos, y cada chica iba aumentando en uno el número de chicos con los que bailaba y hay $x-1$ chicas sin contar a Evelyn:

Evelyn, que bailó con todos ellos $\Rightarrow 7+x-1 = x+6$

Pero claro, ahí están todos los chicos, por lo tanto $y = x+6$. Ahí tenéis un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Vale, os tiene que salir 7 chicas y 13 chicos.

La mujer,
innovadora en la ciencia

Ada Byron Condesa de Lovelace



Nació el 10 de diciembre de 1815 en Piccadilly. Hija de Lord Byron y Annabella Milbanke (la princesa de los paralelogramos, según la llamaba Byron), nunca conoció a su padre, que abandonó Inglaterra después de divorciarse de su madre y murió en Grecia cuando ella tenía nueve años. Lord Byron nunca dejó de pensar en su hija y sus últimas palabras fueron para ella.

Para que no se dedicara a la poesía como su padre, Lady Byron la educó en el mundo científico, intentando eliminar cualquier inclinación de la niña hacia la literatura. Una de sus tutoras fue Mary Somerville, que le enseñó la parte humana de las matemáticas, también fue ella la que le habló de la máquina de cálculo que proyectaba Charles Babbage: la Máquina Analítica. A partir de ese momento empieza una relación epistolar con Babbage llena de sueños y entusiasmo para perfeccionar la máquina.

A los veinte años se casó con William King, conde de Lovelace, con el que tuvo tres hijos. Ocho años después tradujo un artículo de Menabrea sobre la máquina de Babbage, con comentarios personales que triplicaron la extensión del estudio original. Ese trabajo conjunto de Babbage, Menabrea y Ada se conoce como *Los Papeles Menabrea*, pero el nombre de Ada no figura en los mismos, ya que ocultó su condición femenina con las iniciales A. A. L. Si consideramos a Babbage el padre del hardware, Ada fue la madre del software. A ella se le atribuye la invención del concepto de subrutina.

A los treinta y siete años Ada enferma de un tumor. El láudano

le aliviaba los dolores del cáncer, pero su madre le retiró todos los calmantes para que ganara el cielo con el sufrimiento. Sus escritos fueron destruidos por su madre. A pesar de no haber conocido a su padre, pidió ser enterrada junto a él, en Newstead (Inglaterra). Actualmente hay un lenguaje de programación con su nombre: el lenguaje Ada.

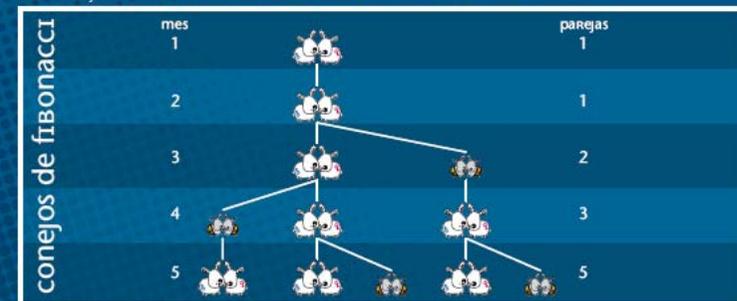
Los conejos de Fibonacci

Una subrutina es un conjunto de instrucciones que permiten que un proceso se repita en un bucle. Por ejemplo, cuando generamos números de Fibonacci en un ordenador estamos utilizando ese concepto.

La primera formulación del ejercicio que te proponemos a continuación fue el que dio lugar a la posterior definición de sucesión y números de Fibonacci y apareció en el *Liber Abaci* (libro sobre el ábac) del gran matemático italiano a principios del siglo XIII.

Tenemos una pareja de conejos, macho y hembra, en una granja donde gozan de mucho espacio y buenas condiciones de vida, eso sí, no pueden salir de su cercado. Los conejos tienen una camada macho-hembra a partir de su segundo mes de vida (el primero no son aún fértiles, se reproducen cada mes de la misma manera, teniendo un conejito y una conejita de la forma que se muestra en el dibujo).

Nota: Ningún conejo muere.



¿Cuántas parejas de conejos habrá el 6º mes? ¿Y el 7º? ¿Y el 8º?

¿Podrías ayudar a Fibonacci a averiguar cuántas parejas habrá al cabo de un año?

Atrevete a darnos un método para saber el número de parejas que habrá al cabo de n meses.

La mujer,
innovadora en la ciencia

София Васильевна Ковалевская



Quando en la facultad estudié el teorema de Cauchy-Kovalevskaya sobre ecuaciones en derivadas parciales, alguien me contó que Kovalyevskaya no era autora del teorema, que fue un regalo de amor de Weierstrass. En su momento no sólo me lo creí, sino que encima me pareció romántico. Ahora veo ese comentario como la falsa deducción que seguramente vivió Sofia por ser guapa, inteligente... y mujer. Aún hoy en día he escuchado a licenciados en matemáticas achacar a su belleza el hecho de que no haya premio Nobel de Matemáticas.

Siendo muy niña escuchaba hablar de matemáticas a su tío. Según cuenta ella misma en su autobiografía: "No entendía el significado de los conceptos, pero actuaba sobre mi imaginación, inspirándome un respeto por las matemáticas como una ciencia excitante y misteriosa que abría las puertas a sus iniciados a un mundo de maravillas, inaccesible al resto de los mortales".

Quando tenía 11 años su padre empalmeó su habitación con los apuntes de un curso de Cálculo Diferencial e Integral: pudo visualizar las maravillas que contaba su tío y así relegó todos sus estudios por el de Cálculo, lo que obligó a su padre a quitarle su profesor de matemáticas, aunque ella siguió estudiando por las noches. Un día el profesor Tyrlov regaló a su familia su libro de Física y Sofia lo devoró, pero no entendía las fórmulas trigonométricas y las dedujo. Tyrlov convenció a sus padres para que la permitieran volver a estudiar.

Pero Sofia no podía acceder a la enseñanza reglada: la universidad rusa estaba prohibida para las mujeres y no podía salir del hogar paterno sin autorización paterna, así que para poder salir de Rusia se casó con el paleontólogo Vladimir Kovalevsk. Estudió en Heidelberg como oyente: sólo podía asistir a las clases si el profesor lo autorizaba.

En 1871 se fue a Berlín para estudiar con Weierstrass, un hombre de 50 años que, al recibir la petición de Sofia, le puso una serie de problemas que tenía preparados para sus alumnos más avanzados. Pensaba que era una forma diplomática de librarse de esa mujer. Al cabo de una semana le devolvió todos los problemas hermosos y originalmente resueltos. A partir de ese momento Weierstrass fue su mayor apoyo.

Durante la etapa de Berlín realizó tres trabajos de investigación: "Sobre la teoría de ecuaciones en derivadas parciales. Suplementos y observaciones a las investigaciones de Laplace sobre la forma de los anillos de Saturno y Sobre la reducción de una determinada clase de integrales abelianas de tercer orden a las integrales elípticas". Uno solo hubiera valido un doctorado, pero Weierstrass no consiguió que Berlín lo apoyara y Sofia defendió sus trabajos en Göttingen, consiguiendo el doctorado summa cum laude.

Doctora... pero mujer. Imposible dar clases. Volvió a Rusia con su marido y su familia y pidió permiso para presentarse a una prueba para impartir docencia, siendo rechazada. Eso unido a la muerte de su padre hizo que Sofia tirara la toalla matemática durante seis largos años, en los que tuvo a su hija y se separó definitivamente de su marido. En 1882 volvió a la carga: realizó estudios sobre la refracción de la luz y con el apoyo de Mittag-Leffler consiguió un puesto no remunerado en la universidad de Estocolmo; el único salario que recibía se lo pagaban sus alumnos mediante colecta. Por fin, en 1888 consiguió ser profesora de pleno derecho.

Muchos consideran la estancia sueca de Sofia como su etapa más fructífera: fue editora del Acta Mathematica y consiguió el premio Bordin

de la Academia de las Ciencias de Francia con su trabajo Mémoire sur un cas particulier du problème de la rotation d'un corps pesant autour d'un point fixe, où l'intégration s'effectue à l'aide des fonctions ultratrigonomiques du temps. Este premio era de 3.000 francos, pero se incrementó a 5.000 por la extraordinaria calidad del estudio. También ganó un premio de 1.500 coronas de la Academia Sueca de las Ciencias en 1889 y, por iniciativa de Chebyshev, la Academia Imperial de las Ciencias cambió sus leyes para admitir a Sofia.

Quando por fin iba a impartir clases con pleno derecho, una gripe derivó en neumonía y murió con tan solo 41 años.

¿Qué es una ecuación diferencial?

En una ecuación funcional, el resultado que desconocemos no es un número, es una función. Como las ecuaciones habituales, pueden tener una o varias incógnitas.

Por ejemplo, una ecuación funcional sencilla podría ser $f(x)+2f(x)-x=3$. Se puede resolver como resolvemos las ecuaciones sencillas, sólo hay que tener en cuenta que $f(x)$ es la incógnita y x es la variable que tiene la función.

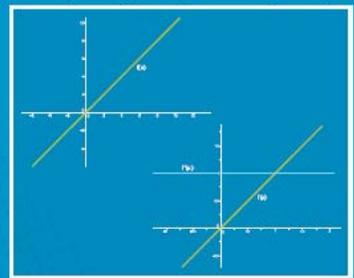
$$f(x)+2f(x)-x=3 \Rightarrow 3f(x)-x=3 \Rightarrow 3f(x)=x+3 \Rightarrow f(x)=\frac{x+3}{3}$$

Una ecuación diferencial es una ecuación funcional en la que aparece la derivada de la función.

En términos sencillos, la derivada de una función es otra función que indica cómo cambia la que tenemos; es decir, si aumenta o si disminuye y a qué velocidad. Se suele representar por $f'(x)$.

Vamos a ver un ejemplo con la gráfica de $f(x)=x$.

Está claro que la función crece, el cambio es positivo (la derivada será positiva) pero ¿cambia la velocidad del cambio? No, cuando avanzamos un paso a la derecha subimos uno. El cambio es siempre así, constante. Por lo tanto la derivada será una función constante (horizontal) y positiva (por encima del eje de las X).



La mujer,
innovadora en la ciencia

Grace Chisholm Young



Grace Chisholm era la hija menor de Anna Louisa Bell y Henry William Chisholm, importante miembro del gobierno inglés, lo que le permitió acceder a unos estudios normalmente negados a las mujeres. Se educó con institutrices hasta los 17 años, edad en la que aprobó el examen de acceso a la Universidad de Cambridge. En principio iba a estudiar medicina porque quería dedicarse a trabajos sociales con los pobres de Londres, pero su familia se opuso y decidió estudiar Matemáticas en el Girton College, donde recibe clases de William Young.

En 1892 se gradúa y decide trasladarse a Göttingen, capital de las Matemáticas y donde acababa empezar un curso en el que se permitía la matriculación femenina. Aunque años más tarde Klein defendió el derecho de Emmy Noether a dar clases en la universidad, en ese momento, según cuenta Grace Chisholm: "... no acepta a ninguna mujer que no tenga hecho ya un buen trabajo y pueda demostrarlo [...] El punto de vista del Profesor Klein es moderado. Hay miembros de la Facultad que más decididamente a favor de la admisión de mujeres y otros que la desaprobaban radicalmente". Algo vió Klein en ella, pues le dirigió la tesis sobre Los grupos algebraicos en la trigonometría esférica, con la que consigue doctorarse en 1895.

Al enfermarse su padre, Grace regresa a Inglaterra para cuidarlo. Vuelve a encontrarse con el profesor Young, que tuvo que proponerle matrimonio dos veces para que aceptara.

Aunque Young estaba sólo enfocado en la enseñanza, Grace provenía de la investigación y le animó a que empezara su carrera de investigador. Juntos se fueron a Italia a trabajar en el campo de la geometría y en 1899 se trasladan a Göttingen para trabajar con Klein en la Teoría de Conjuntos y se establecen allí hasta 1908.

Por aquel entonces Grace se madre de seis hijos. Era fue el detonante para que empezara a interesarse en la enseñanza infantil. Con su marido escribe *El primer libro de Geometría* (1905). En los dos años siguientes escribe dos magníficos libros infantiles de introducción a las ciencias: *Bimbo y Bimbo y las nubes*. Bimbo era el apodo de su hijo mayor.

Sobre su producción investigadora es más difícil hablar, porque siempre actuó como consorte. Los trabajos siempre se publicaban con el nombre de su marido, como él mismo le reconoce en una carta: "... deberían publicarse conjuntamente, pero entonces ninguno de los dos nos beneficiaríamos. No. Más nos los laureles y el conocimiento. Tuvo sólo el conocimiento [...] de momento no puedes dedicarte profesionalmente. Tienes a tus hijos. Yo sí puedo". Pero el hecho es que hay 220 artículos y varios libros que son obra conjunta y una pequeña parte tiene la firma de Grace. Cuando por fin empieza a publicar sola (gana el Premio Gamble en 1915) su hijo Bimbo muere en la I Guerra Mundial. Nunca pudo superarlo, y en 1920 deja definitivamente la investigación matemática.

Aún tuvo que vivir la Segunda Guerra Mundial y separarse de su marido en Suiza para llevar a dos de sus nietos a Inglaterra. La

invasión de Francia le impide regresar a Suiza, lo que afecta tremendamente a William, que muere en 1942. Dos años más tarde fallece Grace.

En sus libros a Bimbo hay una revolución en la didáctica de la geometría: se cuestiona la forma de introducir antes el plano que el espacio y hoy en día ya nadie discute que un estudiante de primaria es más receptivo a la geometría espacial, ya que es el mundo en el que vive.

Los poliedros regulares

Grace opinaba que había que enseñar la geometría manipulando cuerpos geométricos en tres dimensiones. De estos cuerpos hay 5 y sólo 5 que cumplen unas determinadas propiedades:

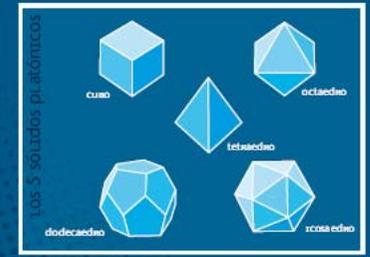
- Convexos: si tomo dos puntos dentro de ellos, el segmento que los une también está dentro. Se puede saber colocando una hoja sobre cualquier cara: si todo el cuerpo queda en un lado de la hoja, es convexo.



- Sus caras son todas iguales: si son cuadrados, todas cuadrados; si son triángulos, todas triángulos.

- Cada cara es un polígono regular: todos sus lados son iguales.

Con estas condiciones sólo hay cinco figuras, que se llaman poliedros regulares o sólidos platónicos.



La mujer,
innovadora en la ciencia

Milvea Marie



Como primera mujer de Einstein, hay mucha controversia respecto a la aportación de Mileva en la teoría de la relatividad: desde autores que minimizan su importancia hasta los que dicen que Einstein jamás hubiera podido llegar a esos resultados sin ella. Seguramente en el término medio estará la verdad. Lo que es un hecho es que insignes matemáticos quedaban sorprendidos de la rapidez y facilidad con la que Mileva resolvía los más complejos problemas matemáticos.

Milvea Marie y Albert Einstein se conocieron en la primavera de 1896 en el Instituto Politécnico Federal de Zurich estudiando la carrera de física, siendo la única mujer que estudiaba matemáticas ese año, y la quinta hasta entonces. Ella le dio clases de matemáticas, que nunca fueron el fuerte de Einstein, preparaban juntos sus exámenes y compartían el interés por la ciencia y la música. Existían varias cartas durante el noviazgo en las que Einstein debatía con ella sus ideas de la relatividad e inclusive se refiere a "nuestra teoría"; le escribe en 1900: "Estoy solo con todo el mundo, salvo contigo. Qué feliz soy por haberte encontrado a ti, e alguien igual a mí en todos los aspectos, tan fuerte y autónoma como yo".

En 1900 se licencia Einstein y Marie no lo consigue; vuelve a intentarlo por última vez en 1901; ahora podemos conjeturar que no siguió a causa del nacimiento de Lieser, una hija que tuvieron antes de su matrimonio (esto lo conocemos ahora a raíz de las cartas de Einstein a Mileva). Se casan el 6 de enero de 1903. A Mileva se le acaba la posibilidad de seguir estudiando al nacer uno de sus hijos deficiente mental y volcarse en su cuidado. Quizá de alguna manera Einstein le pagó su aportación a la teoría de la relatividad al otorgarle el importe en metálico del Nobel de Física, ocho años después del divorcio.

Los biógrafos de Mileva Marie coinciden en que ella vivió a la sombra de su esposo, entregada totalmente a él y su familia, orgullosa de decir que ambos formaban "una piedra", que es traducción literal de la palabra alemana "einstein".

Sobre la importancia de la aportación de Mileva a los famosos papeles de 1905 dice el Dr. Ljubomir-Bata Dumic: "Nosotros sabemos que ella era la base sobre la que Albert se levantaba, que era famoso gracias a ella. Le resolvía todos los problemas matemáticos, en especial los concernientes a la teoría de la relatividad. Resultaba desconcertante lo buena matemática que era".

Milvea fallece el 4 de Agosto de 1948. En 1994, la Universidad de Novi Sad estableció un premio para el mejor estudiante de matemáticas que lleva su nombre.

El efecto fotoeléctrico

Aunque a Einstein se le conoce sobre todo por la Teoría de la Relatividad, se le otorgó el Nobel por sus explicaciones del efecto fotoeléctrico. La idea es que las radiaciones, las más conocidas son las luminicas, produce una emisión de electrones.

¿Nunca os habéis preguntado por qué se abren las puertas de los grandes almacenes se abren cuando nos ponemos delante? Es debido al efecto fotoeléctrico: el paso de una persona interrumpe el rayo de luz que mantiene el circuito abierto. Otro uso es el alumbrado público: si ponemos un sensor fotoeléctrico, las farolas se encenderán automáticamente cuando la luz solar disminuya.

La mayor aplicación del efecto fotoeléctrico son sin duda los paneles solares, que hacen uso de células fotovoltaicas. Éstas se construyen con dos capas de semiconductores. Bajo la radiación del sol se genera una clara diferencia de potencial entre ambas capas, que se traduce en la generación de una corriente eléctrica. Generalmente están construidas con silicio, porque este metal transmite más del 95% de las longitudes de onda de la radiación infrarroja.

Así, si tenemos la longitud de onda infrarroja mínima - 700 nanómetros - podemos aprovechar al menos el 95% de 700.

$$\frac{700 \cdot 95}{100} = 665 \text{ nanómetros (1 nanómetro= } 10^{-9} \text{ metros)}$$

La mujer,
innovadora en la ciencia

Emmy Noether



Casi todas las fotos que hay de Emmy la muestran sonriendo. Un humor y una alegría de vivir admirable en una mujer judía que vivió en la Alemania de Hitler.

Nació en 1882 en Erlangen, pequeña ciudad al sur de Göttingen (Alemania). Su padre, Max Noether era profesor de Matemáticas y había contribuido al desarrollo de la teoría de funciones algebraicas. Sus orígenes eran judíos, lo que más tarde le supondrá serios problemas.

Emmy estaba acostumbrada al ambiente cultural de su hogar y desde niña aprendió inglés, francés, danza y música. Creció en la que era la capital de las matemáticas y en una familia matemática, lo que explica su pasión desde la adolescencia por el álgebra abstracta.

Pero no fue sencillo aprender en la universidad: muy pocas mujeres asistían a clase y sólo lo hacían como oyentes sin derecho a examen. Y eso siempre y cuando el profesor permitiera su asistencia. Incluso después de que se permitiera a las mujeres matriculadas, hubo un profesor en Berlín que no empezaba la clase mientras hubiera una mujer en el aula.

Paul Gordan (el rey de los invariantes) dirigió su tesis *Los sistemas complejos de invariantes para las formas bicuadráticas ternarias* que presentó en 1907 obteniendo la distinción de summa cum laude. Después de Kovalevskaya ninguna mujer había logrado el doctorado en matemáticas; ella fue la segunda, pero no pudo dar clases en ninguna universidad alemana. Desde 1909 hasta 1919 sólo le permitían investigar y sustituir a su padre cuando enfermaba.

En 1908 ingresó en el Círculo Matemático de Palermo y en 1909 en la Asociación Alemana de Matemáticos.

En 1915 recibió una invitación de dos de los matemáticos más importantes de la época, Felix Klein y David Hilbert, para trasladarse a Göttingen, para que colaborara con ellos en las investigaciones que realizaban con Albert Einstein sobre la relatividad.

El 7 de julio de 1918, Klein presentó la tesis de Emmy en la Real Sociedad de Ciencias y, aunque no interesó a los matemáticos, los físicos la consideraron clave para el desarrollo de la física moderna. El mismo Albert Einstein reconoció que los trabajos de Emmy le permitieron encajar algunos matices de su Teoría General sobre la Relatividad. Fue la segunda mujer que ayudó a Einstein; la primera fue su primera esposa, Mileva Marie, que aportó los fundamentos matemáticos que Einstein necesitaba para su Teoría.

Klein y Hilbert lucharon denodadamente por conseguir un puesto en la universidad para Emmy, pero los miembros del claustro alegaron: "si aceptamos a una mujer como lectora podría llegar a ser profesora titular y miembro del claustro. ¿Qué pensarán nuestros soldados cuando vuelvan a la universidad y ven que tienen que aprender de una mujer?". Hilbert respondió: "Estimados colegas, no veo que el sexo de los candidatos sea un argumento en contra de su contratación; al fin y al cabo, el Claustro no es una casa de baños". Pero

hasta 1919 la universidad no le otorgó un puesto de profesora sin sueldo, dando clases sin cobrar hasta 1922.

En 1920 trabaja con Weyl y Schmeidler, publicando conjuntamente un estudio sobre los módulos en los dominios no conmutativos.

Durante seis meses vivió en Moscú impartiendo conferencias y estudiando los campos de investigación soviéticos.

En 1930, el grupo de alumnos de Emmy era famoso; venían a aprender con ella de todas partes del mundo. Muchos de ellos fueron célebres matemáticos, como Aleksandrov o Van der Waerden. Se les conocía como los chicos de la Noether. Eran famosos sus paseos por el campo.

En 1933, los nazis gobiernan en Alemania, con lo que la vida de Emmy, de origen judío, se vuelve muy complicada. Se marcha a la libertad de investigación. Una antigua alumna suya, Anna Paul Wheeler, directora del departamento de matemáticas de la universidad femenina Bryn Mawr de Filadelfia (Estados Unidos), le ofrece un puesto allí.

Emmy Noether murió en Princeton el 14 de abril de 1935, de complicaciones cardiacas tras una operación. Aboró uno de los campos más abstractos de la matemática: el álgebra no conmutativa. Hay una estructura algebraica que lleva su nombre: los anillos noetherianos.

¿Qué es un anillo?

Anillo es una palabra que asociamos a un elemento de adorno para el dedo; pero si estamos en una conversación matemática, seguramente nos estamos refiriendo a otro tipo de anillo.

En el campo de las matemáticas un Anillo Conmutativo es un conjunto dotado de dos operaciones internas (esto quiere decir que no nos salimos del conjunto cuando operamos), llamadas generalmente suma (+) y producto (·) que verifica las siguientes propiedades:

- Asociativa: $a + (b + c) = (a + b) + c$
 $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
- Elemento neutro respecto a la suma: $a + 0 = 0 + a = a$
(para a cualquier valor del conjunto)
- Elemento inverso para la suma: para cualquier valor de a existe otro elemento del anillo (al que llamamos -a) de tal manera que: $a + (-a) = (-a) + a = 0$
- Conmutativa: $a + b = b + a$
 $a \cdot b = b \cdot a$
(si no cumple ésta es Anillo pero no conmutativo).

Por ejemplo, los naturales no tienen estructura de anillo, porque no tienen inverso, pero los enteros sí; ya que cualquier número entero lo tiene (por ejemplo el inverso de 3 es -3 y el de -12 es 12).



La mujer,
innovadora en la ciencia

Софія Александровна Неймарк Яновська



Sofía Neimark nació en el seno de una familia judía polaca, en un pueblecito que ahora es territorio bielorruso, donde la mayoría de la población era de esa raza. Cuando tenía 9 años su familia se trasladó a Odesa, donde estudió con Timchenko, relevante historiador matemático. A partir de ese momento se entusiasmó con las Matemáticas y con su historia. También ingresa en la Cruz Roja, atendiendo a los presos políticos. Podríamos pensar que es en esa época cuando empiezan sus inquietudes sociales y políticas.

En 1915 ingresa en el instituto femenino de Odesa, dependiente de la universidad donde, de la mano de Shatunovsky, se aficiona por la Lógica Matemática. Pero apraca sus estudios cuando estalla la Revolución Rusa de 1917 y se vuelca en el partido comunista: primero en la clandestinidad y luego como editora del periódico *Kommunist* en Odesa.

En 1928 retomó sus estudios ocupándose de seminarios en la Universidad Estatal de Moscú, donde se doctora en 1935. En ese mismo año conoce al matemático y filósofo Wittgenstein.

Durante la segunda guerra mundial tuvo que huir de Moscú, regresando a su universidad en 1943 como Directora del Departamento de Lógica, impulsando fuertemente el desarrollo de esa disciplina en la Unión Soviética.

La historia de las matemáticas fue otro tema que trató Janovskaja e hizo diversas publicaciones. (*Geometría de Descartes, Matemáticas Egipcias, Paradoja de Zenón de Elea...*)

Recibió el orden de Lenin en 1951.

La paradoja de Zenón

Zenón de Alejandría presentó una serie de paradojas para desmontar las teorías de Aristóteles. La más conocida es la de Aquiles y la tortuga.



Aquiles, el de los pies ligeros, es el corredor más veloz de toda Grecia. Y la tortuga... bueno, es una tortuga. Lenta. Ceremoniosa. Pesada. Amargan comer una carrera. Aquiles corre diez veces más rápido que la tortuga, por lo que decide darle diez metros de ventaja.

Empiezan. Aquiles corre esos diez metros, pero en ese tiempo la tortuga corre un metro. Aquiles corre ese metro y la tortuga, diez veces más lenta, corre un decímetro. Entonces Aquiles corre ese decímetro, pero la tortuga corre un centímetro. Cuando Aquiles corre ese centímetro, la tortuga corre la décima parte de un centímetro. Y así infinitamente.

Aquiles, el de los pies ligeros, jamás podría alcanzar a la tortuga, aunque la carrera durara por siempre.

Para resolver la paradoja hacen falta ciertos conocimientos de cinemática y tener claro que, cuando jugamos con el infinito, no vale el mismo razonamiento que cuando estamos en el mundo finito. Vamos a resolver una paradoja más simple. Supongamos que Aquiles recorre la mitad del camino, luego la mitad de lo que le queda, luego la otra mitad y así sucesivamente. Nunca llegará a su destino porque siempre quedará una mitad de recorrer.

Pero echemos mano de lo que sabemos de las progresiones: si el camino mide 1, al principio recorre $\frac{1}{2}$, luego la mitad de $\frac{1}{2}$, que es $(1/2)^2$

Cuando lleve n mitades, recorrerá $(1/2)^n$

¿Cuánto llevará recorrido? La suma de todas las mitades $\frac{1}{2} + (1/2)^2 + \dots + (1/2)^n$

Tenemos una progresión geométrica de razón $\frac{1}{2}$. La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica es $S = \frac{a_1}{1-r}$

Si cambias r por $\frac{1}{2}$ y el primer término también, verás que Aquiles ha recorrido el camino.

La mujer,
innovadora en la ciencia

Mary Lucy Cartwright



Mary Lucy nació en Aynho, Inglaterra, el 17 de diciembre de 1900.

Durante sus años escolares se sentía más atraída por la Historia que por otras materias, pero la resultaba complicado tener que aprenderse de memoria las largas listas de acontecimientos históricos, que era el método usual de aprender historia en aquellos tiempos. Esta fue una de las causas de que decidiera, en octubre de 1919, ingresar en la Universidad de St. Hugh, en Oxford, para estudiar Matemáticas, con ella eran cinco las mujeres en toda la facultad. En esta época las clases estaban atestadas de estudiantes ya que, después de la Primera Guerra Mundial, regresaron a las aulas los muchachos que volvían de la guerra. Mary tuvo muchas veces que tomar apuntes sobre sus rodillas, sentada en un pasillo, por falta de espacio en las aulas. Su decisión de estudiar Matemáticas no disminuyó su interés por la Historia, como se refleja en muchos de sus escritos matemáticos que incluyen las perspectivas históricas que les concierne y agregan así una dimensión muy interesante a su trabajo.

Se graduó en Oxford en 1923 y enseñó matemáticas durante cuatro años en las escuelas de Alicia Ottley en Worcester, primero, y en la de la abadía de Wycombe en Buckinghamshire, después, antes de volver a la Universidad en 1928 para doctorarse bajo la supervisión de G.H. Hardy. En 1930 obtuvo una beca de investigación en la Universidad de Grlton, en Cambridge. Allí conoció a Littlewood y solucionó un problema planteado por él.

Su "Teorema de Cartwright", que trata sobre máximos de funciones, recurre a métodos que harán avanzar mucho su investigación sobre funciones y en especial sobre funciones que dan lugar a fractales. Trabajó con Littlewood en ecuaciones diferenciales que sirvieron como modelo para el desarrollo de la radio y el radar. Sus investigaciones influenciaron la teoría moderna de sistemas dinámicos.

En 1947 fue la primera mujer matemática nombrada miembro de la Real Sociedad. También fue la primera mujer presidenta de la Sociedad Matemática de Londres en 1961. En 1963 fue la primera mujer que obtenía la medalla Sylvester, que se concede cada tres años al mérito matemático desde 1901 y que habían conseguido con anterioridad matemáticos de la talla de Poincaré (1901), Cantor (1904), Russell (1934) o Newman (1958). En 1968 recibe la medalla Morgan y en 1969 la máxima distinción británica; la reina la nombra Comandante del Imperio Británico.

Sus más allegados la describen como una persona con un gran sentido del humor que tenía un don que la hacía llegar al núcleo de una cuestión y ver el punto importante, en matemáticas y en asuntos humanos.

Murió en Cambridge, Inglaterra, el 3 de abril de 1998.

Ejemplos de fractales

Hemos dicho que los trabajos de Lucy hicieron avanzar el conocimiento sobre funciones que dan lugar a fractales, pero ¿dónde

podemos encontrar fractales u objetos de dimensión fractal?

Empacemos con una cita de B. Mandelbrot: "Las nubes no son esféricas, las montañas no son conicas, las líneas de costa no son círculos y la corteza no es lisa ni la luz viaja en líneas recta".

Observa esta imagen



Si ampliásemos lo suficiente una hoja del helecho parecería una rama.

En los años 70 Mandelbrot utilizó por primera vez el término fractal para referirse a estructuras geométricas que parecen reproducirse de modo similar a diferentes escalas.

"En la Naturaleza los fractales muestran la forma de crecer rellinando; líneas que crecen rellinando superficies, superficies que crecen rellinando volumen: las venas y arterias nos rellenan por dentro y las ramas de los árboles tratan de rellinar el espacio que ocupa la copa del árbol".

En la actualidad los fractales son utilizados en múltiples campos: en el estudio de la propagación de incendios, en el estudio del ruido ambiente, en el diseño de antenas para teléfonos móviles, en medicina... Pero, sin duda, su aplicación más conocida es en el mundo del arte. Gracias al desarrollo de software que utiliza algoritmos fractales se crean hermosos efectos visuales que son ampliamente utilizados por la industria cinematográfica para producir, entre otros, paisajes fabulosos.



Carmin Jaki Renciel / Teresa Villacortas Otero



Carmin Jaki Renciel / Teresa Villacortas Otero



La mujer,
innovadora en la ciencia

María Goepfert-Mayer



María Goepfert es una de las dos únicas mujeres que han conseguido el premio Nobel de Física.

Nació el 28 de junio en 1906 en Kattowitz, Alta Silesia, en el seno de una familia que arrastraba una amplia tradición de profesores universitarios. Su padre era profesor en la Universidad de Göttingen (Alemania) en 1910. Esto, unido al hecho de ser hija única, hizo que siempre contase con el apoyo familiar para proseguir sus estudios, aunque no le fue fácil preparar su ingreso en la universidad debido a su condición de mujer. Tuvo que acabar de prepararse en Göttingen por libre y examinarse en Hannover ante profesores que nunca había visto.

En 1924 ingresó en la Universidad de Göttingen para estudiar matemáticas, pero era el tiempo de los grandes descubrimientos sobre partículas y reacciones atómicas y esto le hizo decantarse rápidamente hacia los estudios de física. En esta época era apodada por sus compañeros "la belleza de Göttingen".

Se graduó en 1930. En su tesis de doctorado se vale del cálculo de probabilidades para analizar la órbita del electrón.

María debe el apellido Mayer a su matrimonio con Joseph Mayer, químico con quien se casa poco tiempo después de doctorarse.

Su marido fue contratado como profesor por The Johns Hopkins University en Baltimore, EEUU, ese mismo año. Sin embargo, la condición de mujer de María siguió pesando y tan sólo logró la posibilidad de trabajar sin sueldo en el Departamento de Física. (Esta universidad no aceptó mujeres como estudiantes de postgrado hasta 1970).

En 1946 se trasladan a Chicago y la historia se repite de nuevo: su marido es contratado por el Departamento de Química y por el prestigioso Instituto para Estudios Nucleares de la Universidad de Chicago mientras que a ella sólo se le permite trabajar como profesora "voluntaria" –sin sueldo– en dicho Instituto.

Allí conoce y trabaja con Enrico Fermi y otros grandes científicos de la época.

En 1948 comienza las investigaciones que la llevarían años más tarde a establecer el modelo nuclear de capas, con la que daba una explicación de la existencia de unos números que aparecían con cierta regularidad ligados al número de protones y neutrones de un núcleo, llamados *números mágicos*.

En 1960 obtiene, por primera vez, un puesto remunerado como profesora en el Departamento de Física de la Universidad de California.

Recibe el Nobel tres años más tarde junto con Jensen y Wigner por afianzar el modelo nuclear de capas.

Muere en San Francisco el 20 de febrero de 1972.

Una probabilidad sorprendente: Problema de las tres puertas

Hemos mencionado que María utiliza el cálculo de probabilidades para su estudio de la órbita del electrón.

La probabilidad de un suceso nos sorprende muchas veces ya que no resulta ser la que, en nuestra lógica, hubiéramos esperado.

Te proponemos que resuelvas el siguiente ejercicio:

Una intrépida exploradora – después de largos años de búsqueda de un manuscrito de valor incalculable y tras vivir peligrosas e innumerables aventuras– llegó al Castillo de Pro, lugar donde sus investigaciones la condujeron. Allí se encontró con el dueño del castillo, un mago de avanzada edad que le contó que el manuscrito estaba tras una de las tres puertas cerradas que aparecían ante su vista y que debería que se lo llevara si adivinaba tras cuál puerta se hallaba.

La forma de hacer la elección que el mago le propuso fue: "Tú eliges una puerta, yo te abriré una de las dos donde no está el manuscrito. Luego tú podrás mantener tu primera elección o elegir la otra puerta que continúa cerrada".



¿Podrías ayudar a la exploradora a conseguir el codiciado manuscrito? ¿Debe mantener su primera elección, cambiar de puerta o dará igual si lo hace o no? Estudia la probabilidad de cada caso.

La mujer,
innovadora en la ciencia

Olga Taussky Todd



Olga Taussky-Todd nació el 30 de agosto de 1906 en Otmütz (Imperio Austro-Húngaro). Cuando Olga tenía tres años la familia se trasladó a Viena, allí padecieron la hambruna que provocó la I Guerra Mundial. En 1916 se mudaron a Linz, donde su padre consiguió trabajo como director de una fábrica de vinagre. Aún no había terminado sus estudios secundarios cuando murió su padre. Olga entonces trabajó duramente en la fábrica de vinagre y dando clases particulares a sus compañeros para contribuir a los ingresos familiares.

Olga se doctora en 1930 en la Universidad de Viena y sigue dando clases particulares para su sustento a la vez que continúa desarrollando las ideas de su tesis sobre números algebraicos.

En 1931 obtiene una plaza como ayudante en la Universidad de Göttingen, aquí conocerá a Emmy Noether que influirá notablemente en la orientación de sus trabajos.

En 1934, como tantos otros judíos, emigra a Gran Bretaña.

En 1937 trabaja en la Universidad de Londres, allí conoce a John Todd, matemático también, que se convertirá en su marido y compañero de investigaciones en teoría de matrices reales y complejas –el campo prioritario por el que es reconocida como pionera.

En 1947 comienza a trabajar como consultora en la Oficina Nacional de Estándares de EE.UU. En los años siguientes continúa publicando gran número de trabajos sobre Teoría de grupos y Teoría de matrices que serán de vital importancia para el avance del desarrollo de la computadora.

A partir de 1957 trabaja en el Instituto Tecnológico de California, donde, además de proseguir con sus investigaciones, reanuda las clases que echaba tanto de menos.

Olga publicó más de 300 trabajos científicos y recibió multitud de premios y honores; fue elegida miembro de prestigiosas instituciones y Academias de Ciencias de varios países a partir de los años 70.

Olga facilitó durante toda su vida la incorporación de jóvenes matemáticas a la enseñanza superior y a la investigación.

Sus contribuciones a la Teoría de matrices fueron fundamentales en la orientación de las investigaciones de centenares de científicos posteriores.

Murió el 7 de octubre de 1995 en Pasadena, USA.

El mensaje secreto

Las matrices tienen múltiples aplicaciones en los más variados ámbitos que podamos imaginar. Una de estas aplicaciones es el cifrado, es decir, son utilizadas para enviar mensajes secretos.

Por ejemplo:

Hace una semana que nos hicimos con las claves que utiliza la clase de al lado para enviar sus mensajes secretos y hoy la hemos interceptado el siguiente mensaje:

*OF*RIACBFADOG*RIAC*JL*VRS

¿Cuál es el mensaje?

La matriz de código es $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Asignaron las letras con los números de la siguiente forma:

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n
3	10	4	6	11	27	1	20	24	18	15	14	21	16
n	o	p	q	r	s	t	u	v	x	y	z	*	
17	12	26	25	7	33	8	9	2	19	22	13	5	

El asterisco representa un espacio entre palabras.

Para cifrar dónde habían quedado el miércoles, que era en la plaza de LA OCA, separaron de dos en dos las letras, asignando también un número al espacio y multiplicaron así: $M \times P = C$, donde P es el bloque a cifrar y C, el resultado del cifrado.

l	a		*	o		c	a
14	3		5	12		4	3

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 14 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Volviendo al alfabeto, el mensaje una vez cifrado es: ÑAÑORA. Seguro que te estás preguntando qué hacer con esos números que te salen negativos o mayores de 27 y que no se corresponden con ninguna letra. Pues bien, sin entrar en profundidades te dire que los trataremos con la aritmética de un reloj de 27 horas.

En un reloj normal, de 24 horas sabemos que la manecilla del reloj estará en la 1 a la 1h, 13h, 25h, -23h. (cuando saiga negativo nos movemos en dirección contraria a la habitual), así que podríamos decir que en ese reloj $1 = 13 = 25 = -23$



¿Podrías decirme ahora cuál es el mensaje?

¿Hay alguna condición que deba cumplir la matriz de cifrado, cuál o cuáles crees que son?

¿Qué ventajas crees que tiene el cifrado matricial sobre otros métodos de cifrado?

La mujer,
innovadora en la ciencia

Julia Bowman Robinson



Julia fue la primera mujer miembro de la Academia de las Ciencias en E.E.U.U. Nació en Missouri el 8 de diciembre de 1915. Fue una niña enfermiza y con dificultades en el habla, que superaba con la ayuda de su hermana Constance (más tarde Constance Reid, conocida escritora sobre historia de las matemáticas).

Pasó un año en cama a causa de unas fiebres reumáticas y tuvo que acabar la educación primaria en casa; en esta etapa se despertó su interés por las matemáticas, llegando a pasar toda una tarde calculando dígitos de $\sqrt{2}$ para comprobar que no había ley de recurrencia en ellos.

La secundaria sí la estudió en un instituto de San Diego, siendo la única chica en las clases de matemáticas y física. En esa época recibe la medalla *Bausch and Lomb* como mejor alumna de ciencias.

Después de graduarse empieza sus estudios para ser maestra de matemáticas. En septiembre de 1937 su padre Ralph Bowman se suicida al perder sus ahorros a causa del crack del 29. Ella y su hermana continúan sus estudios con la ayuda de su tía.

Es en esa época cuando lee el libro de Bell *Hombres en las Matemáticas* y decide trasladarse a la Universidad de California para estudiar matemáticas al máximo nivel. Estudia Teoría de Números con Robinson, casándose con él en 1941. Esto le va a suponer no poder continuar con su trabajo de profesora al estar prohibido que un matrimonio impartiera clases en el mismo departamento. Siempre era la mujer la que renunciaba, y lo mismo le pasó a Julia, que pasó a enseñar estadística.

En 1946 empieza su doctorado en Princeton bajo la supervisión de Tarski. De ella es la *hipótesis de Robinson*; básica para resolver el décimo problema de Hilbert. En su obra *Un método iterativo de resolución de juegos*, demuestra un teorema de convergencia que está considerado como el más importante en la Teoría Elemental de Juegos.

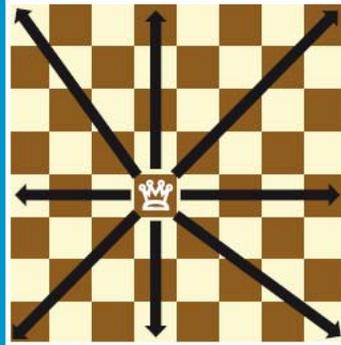
En 1976 se convierte en la primera mujer miembro de la Academia Nacional de las Ciencias de Estados Unidos; también fue la primera mujer que presidió la Sociedad Matemática Americana aunque, como ella misma dijo, *lo que soy es matemática. Antes que ser recordada como la primera mujer que eso o aquello, preferiría ser recordada como cualquier matemática, simplemente por los teoremas que he demostrado y los problemas que he resuelto*.

En agosto de 1984 le diagnosticaron una leucemia, falleciendo el 30 de julio de 1985.

El juego de las ocho reinas

Como has leído en su historia, podemos considerar a Julia como "la reina de la Teoría de Juegos", así que, como homenaje a ella, te propongo el siguiente juego de estrategia.

Coloca ocho reinas en un tablero de ajedrez de forma que no haya dos reinas en la misma fila.



La reina en un tablero de ajedrez se mueve en un número arbitrario de cuadrados en una dirección horizontal, vertical o diagonal.

Te propongo que empieces resolviendo este problema colocando cuatro reinas en un tablero 4 x 4 de forma que no haya dos reinas en la misma fila.

Escribe en tu cuaderno de trabajo qué estrategia te ha llevado a la solución.

¿Es la solución única?

Te sugiero que busques en Internet alguna dirección que te permita introducir tu solución y comprobarla.

nota: La Teoría de juegos está profundamente ligada a la estadística, aquí hemos aprovechado su denominación para homenajear a Julia.

La mujer,
innovadora en la ciencia

Charlotte Angas Scott



Rodeada de un ambiente familiar inconformista y reformista, creció en un entorno que creía en la igualdad de las mujeres en la educación. Su padre, Orest Scott (rector del Lancaster College) le inyectó el virus de las matemáticas, ofreciéndole estudios con los mejores profesores particulares que encontró. Gracias a esta enseñanza, rara en las mujeres de su época, pudo entrar en 1876 en el Hitching College, que más tarde se conocerá por Girton College, en la universidad de Cambridge.

En 1880 se gradúa, pero al ser mujer le prohíben recibir su diploma en la ceremonia de graduación. No pudo, por tanto, ver como todos sus compañeros boicoteaban la ceremonia al grito de *¡Scott es de Girton!*

Educada en la igualdad, no se arredró por esa discriminación (que no terminaría hasta 1948) y recibió su diploma por la universidad de Londres.

Fue la primera matemática que enseñó en la universidad femenina de Bryn Mawr en Estados Unidos. Esta facultad de Pensilvania fue la primera que ofrecía enseñanza universitaria gratuita a las mujeres; de esta manera ayudó a muchas chicas a acceder al mundo Matemático. No se sabría en qué destacaría más: en pedagogía o en matemáticas, pues las diez primeras mujeres que entraron en la Sociedad Matemática Americana eran todas alumnas suyas ¡10 de 260!

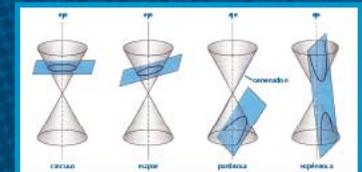
Fue coeditora de la *American Journal of Mathematics* y continuó publicando hasta que la artritis se lo impidió. Entonces se dedicó a la jardinería creando un nuevo crisantemo.

Nunca cortó sus raíces inglesas. Cuando se jubiló en 1925 permaneció en Bryn Mawr hasta que sus últimas alumnas se doctoraron, regresando a su tierra. Murió en Inglaterra en 1931. Entre sus publicaciones destacan: *Introducción a algunos métodos de Geometría Analítica plana* (1884), *Una demostración del teorema fundamental de Noether* (1898), *Geometría Plana cartesiana. Análisis de cónicas*.

Las cónicas

Las cónicas (secciones planas que se forman al cortar un cono) se han estudiado desde la Grecia antigua.

Desde que empieza el método analítico se produce un nuevo camino en su estudio: pueden estudiarse a través de ecuaciones.



Las ecuaciones reducidas (las más sencillas) de las curvas que encierran las superficies cónicas son:

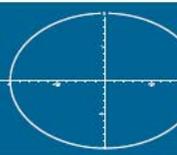
Circunferencia :

$$x^2 + y^2 = r^2$$



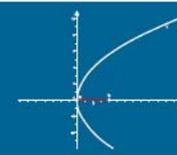
Elipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Parábola:

$$y^2 = 2px$$



Hipérbola:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

