Pero… ¿quién afeita al barbero de Barbilandia?

Marta Macho Stadler (UPV-EHU)

***Durero en el bosque*, I. Orosz**

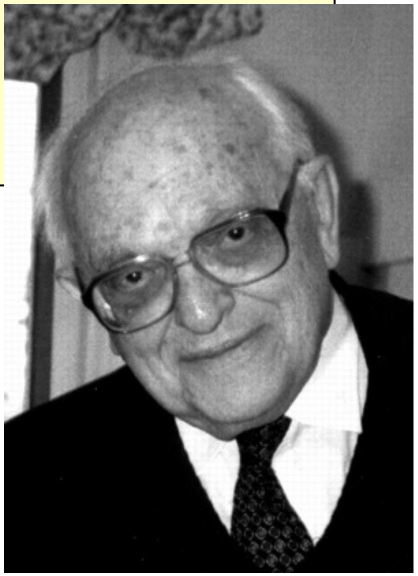
Universidad Miguel Hernández de Elche

17 de mayo de 2007

Las paradojas han tenido un papel crucial en la historia intelectual, a menudo presentando los desarrollos revolucionarios de las Ciencias, de las matemáticas y de la lógica. Cada vez que, en cualquier disciplina, aparece un problema que no puede resolverse en el interior del cuadro conceptual susceptible de aplicarse, experimentamos un choque, choque que puede constreñirnos a rechazar la antigua estructura inadecuada y a adoptar una nueva.
Es a este proceso de mutación intelectual al que se le debe el nacimiento de la mayor parte de las ideas matemáticas y científicas.

***"Escapar a la paradoja"*, 1967**

Anatol Rapoport (1911-)



Convivimos con la paradoja, aunque a veces no nos demos cuenta…

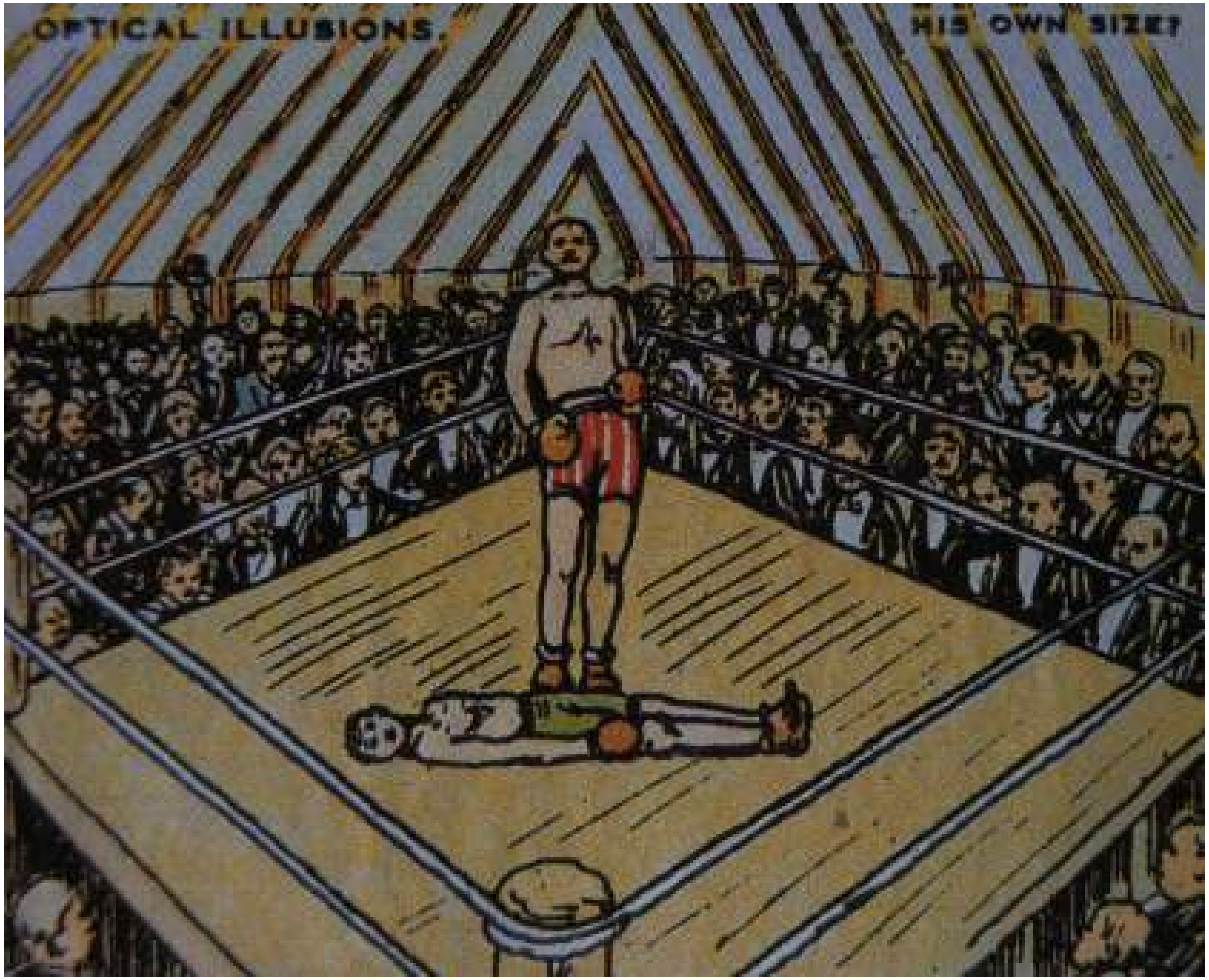
No tirar las colillas al suelo, porque queman las manos y las rodillas de los clientes que (¿borrachos?) dejan el local (¿arrastrándose?).

SIEMPRE ABIERTO
CERRADO

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de teoría de juegos
10. Paradojas topológicas

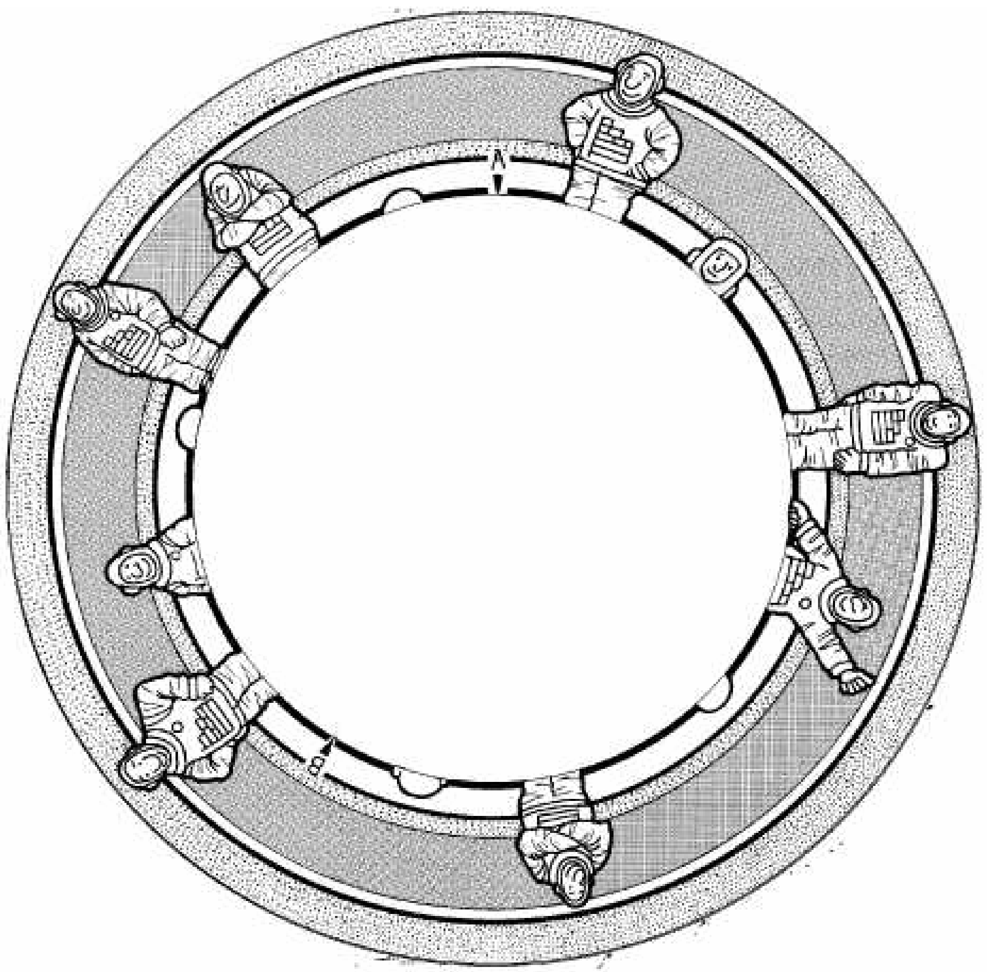
Paradoja de la perspectiva



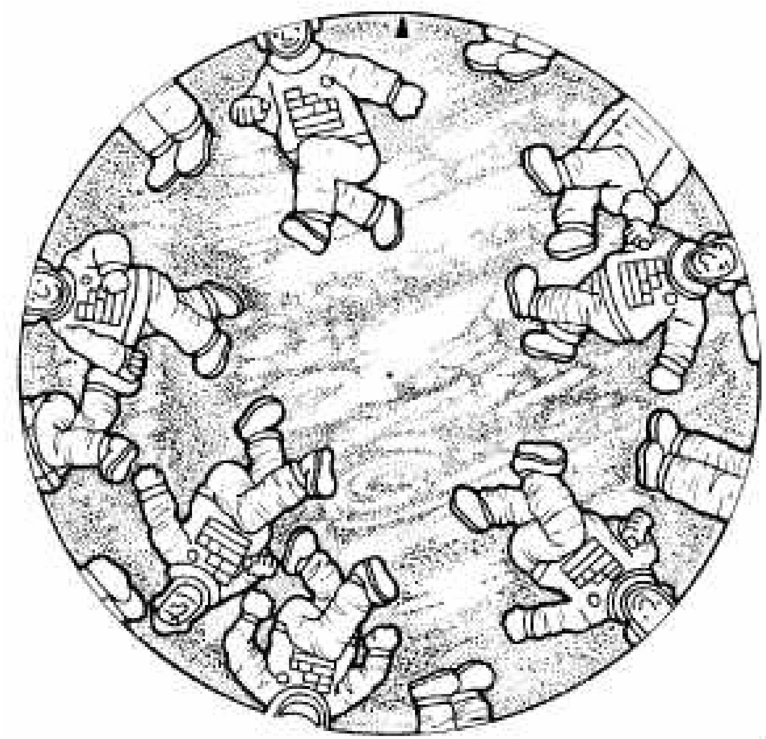
¿Cuál de los dos boxeadores es más alto?

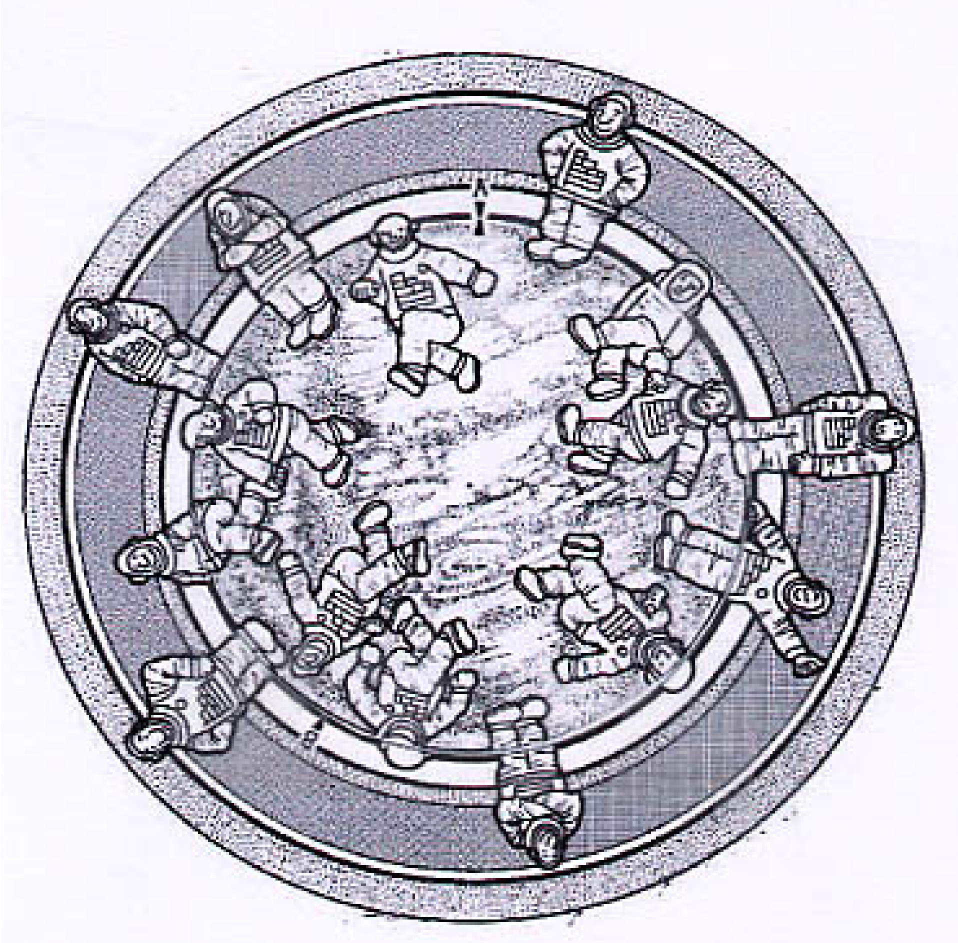
Desapariciones geométricas

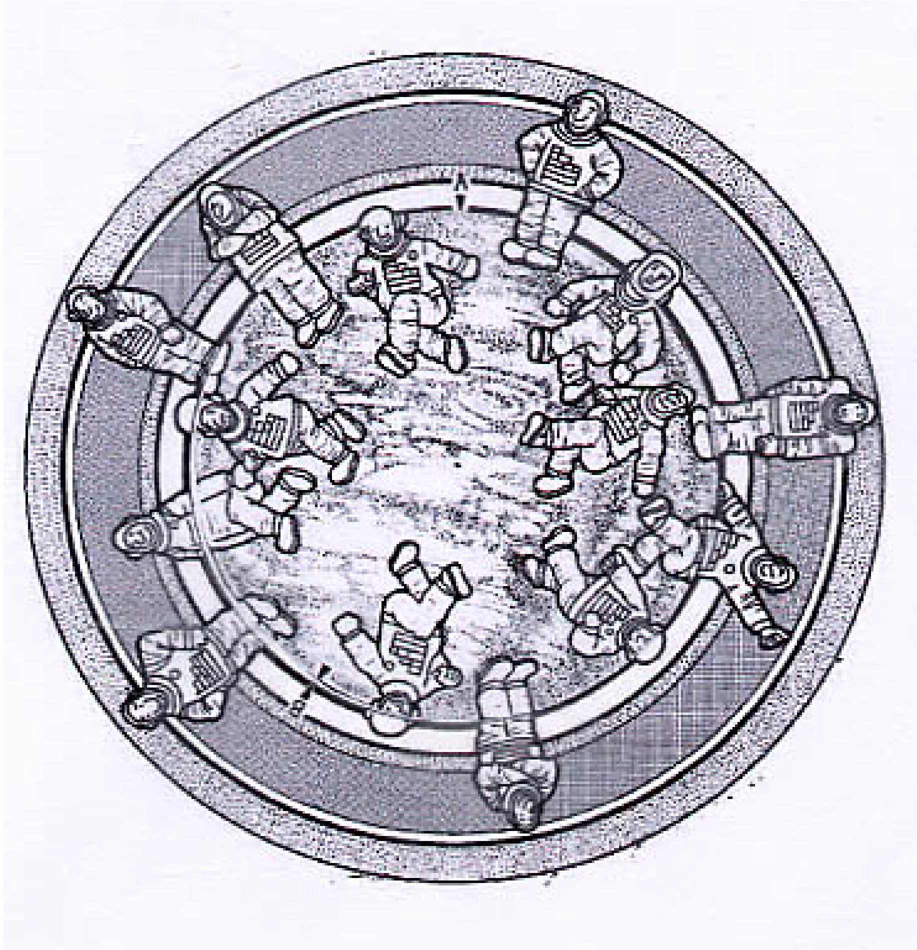
http://www.aimsedu.org/Puzzle/LostInSpace/space.html



LOST IN SPACE

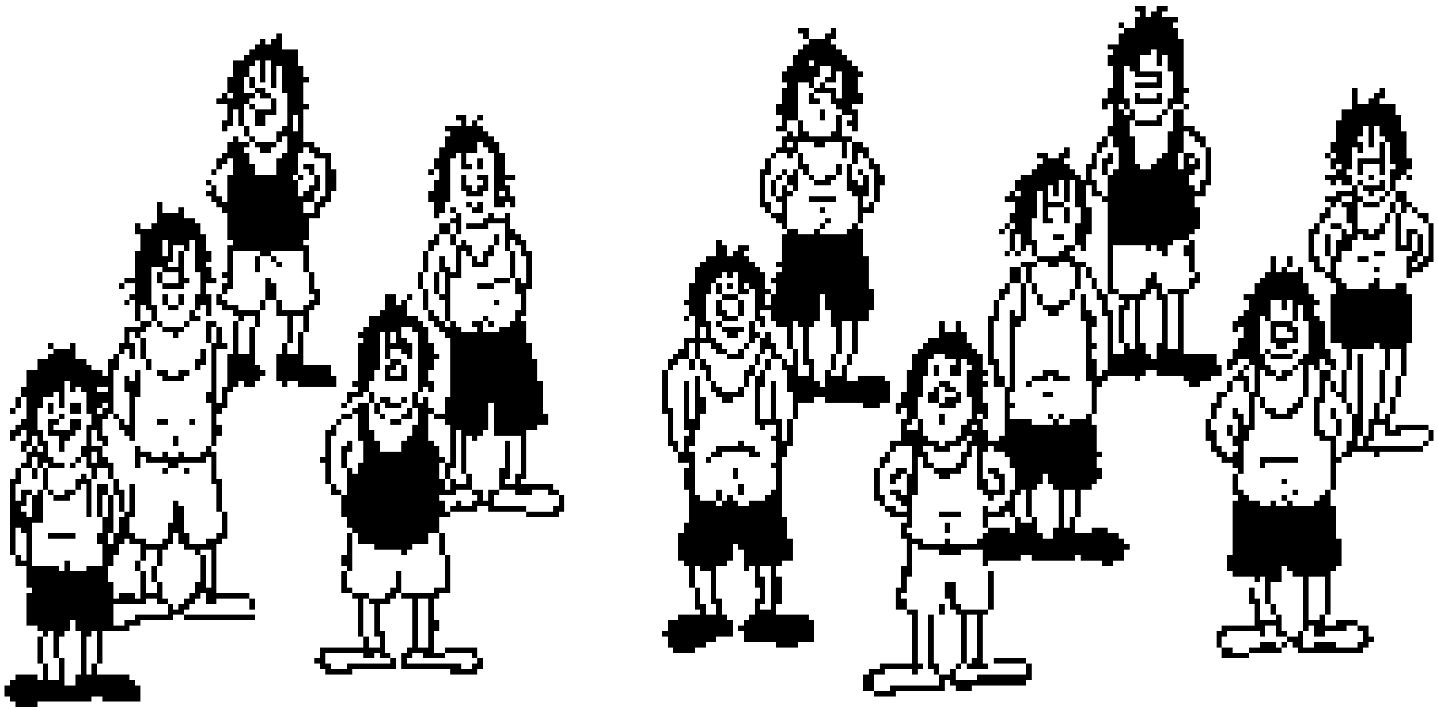






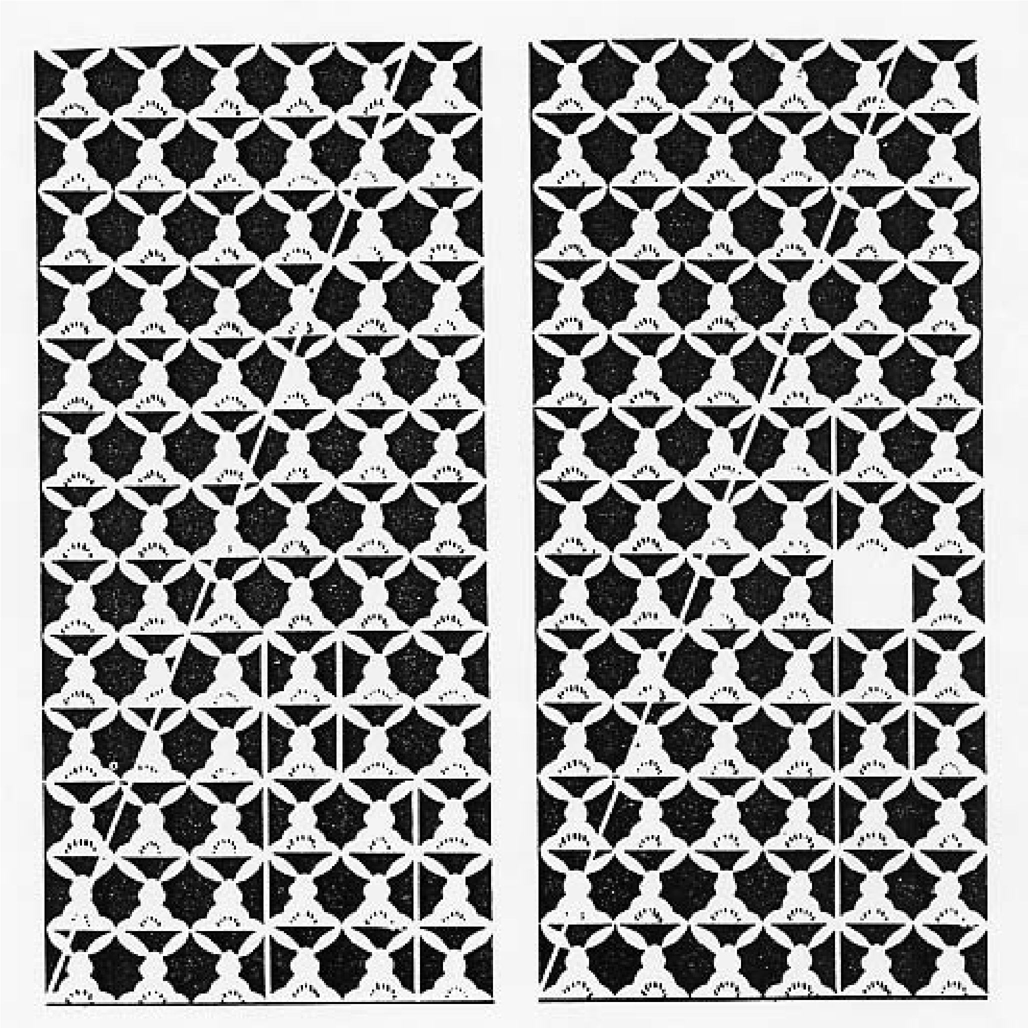
En posición A, 15 astronautas rodean el planeta … cuando se rota el disco de modo que la flecha apunte a B, quedan sólo 14 astronautas …

Desapariciones geométricas



¿Son 12 deportistas…? ¿O serán 13?

Desapariciones geométricas



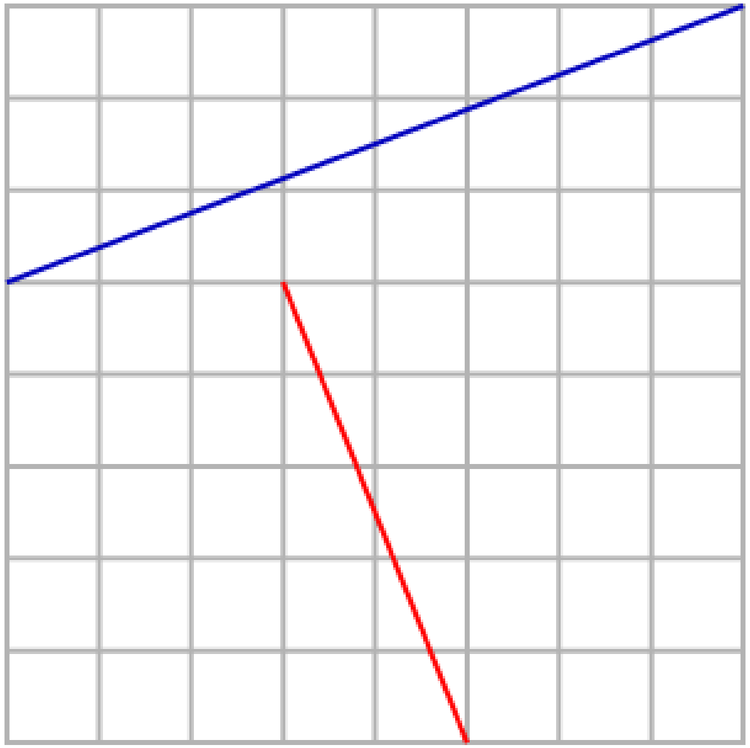
Paradoja de Curry

El primer rectángulo tiene 6x13=78 conejos.
Tras cortar y recolocar
quedan ¡77 conejos!
¿Dónde ha quedado el conejo que falta?

Desapariciones geométricas

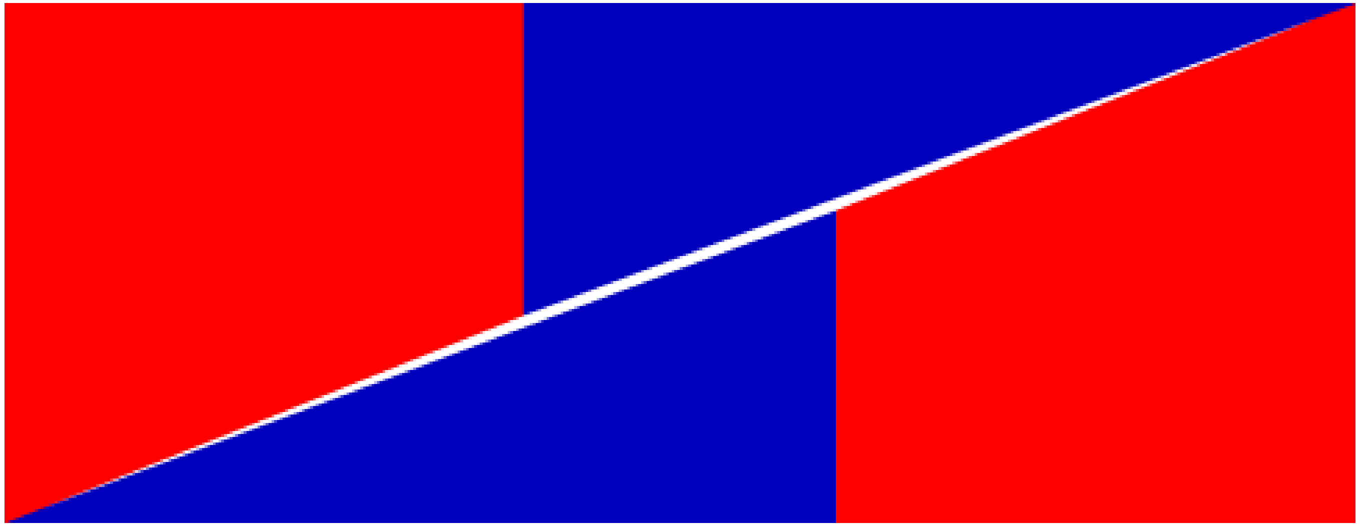
$$64 = 65 \, ?$$

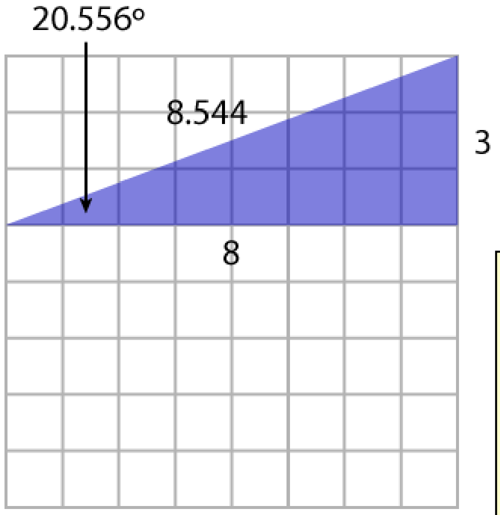
http://img121.imageshack.us/img121/8876/64650oc.gif



Los segmentos azules generan dos triángulos y los rojos dos trapezoides, se reajustan…

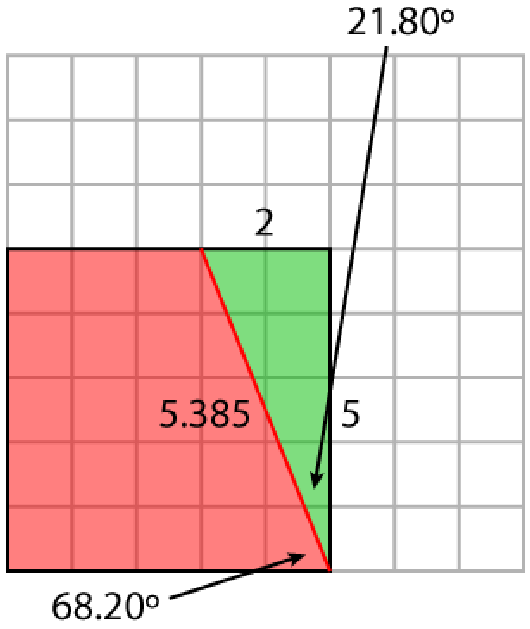
¿Ves la parte blanca? Es un paralelogramo con área 1.

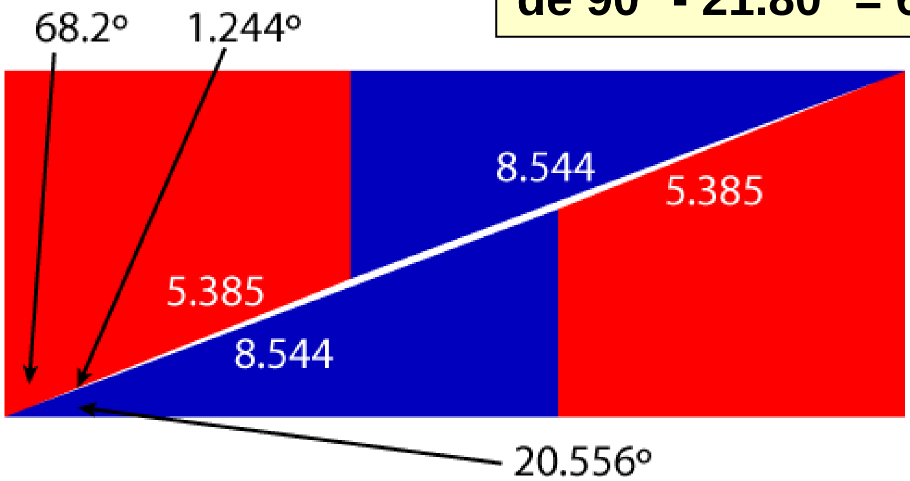




$3^2 + 8^2 = h^2$, así la hipotenusa es la raíz cuadrada de 73 y el ángulo menor 20.556°

$2^2 + 5^2 = h^2$, así h es la raíz cuadrada de 29 y el ángulo menor es de 21.80°. El triángulo verde es el que se inserta en el cuadrado 5 x 5 para pegarse al trapezoide rojo, cuyo ángulo menor debería ser entonces de 90° - 21.80° = 68.20°.



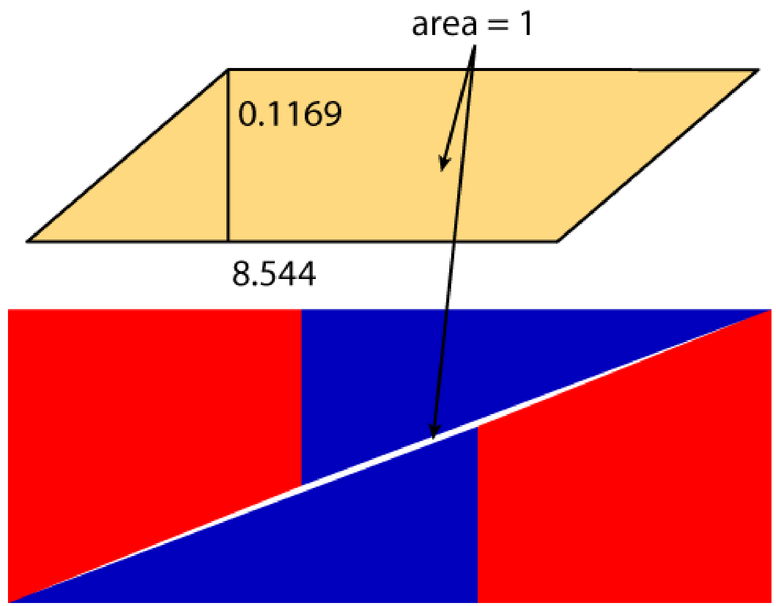


El ángulo agudo del paralelogramo blanco es

90° - 68.2° - 20.556° = 1.244°.

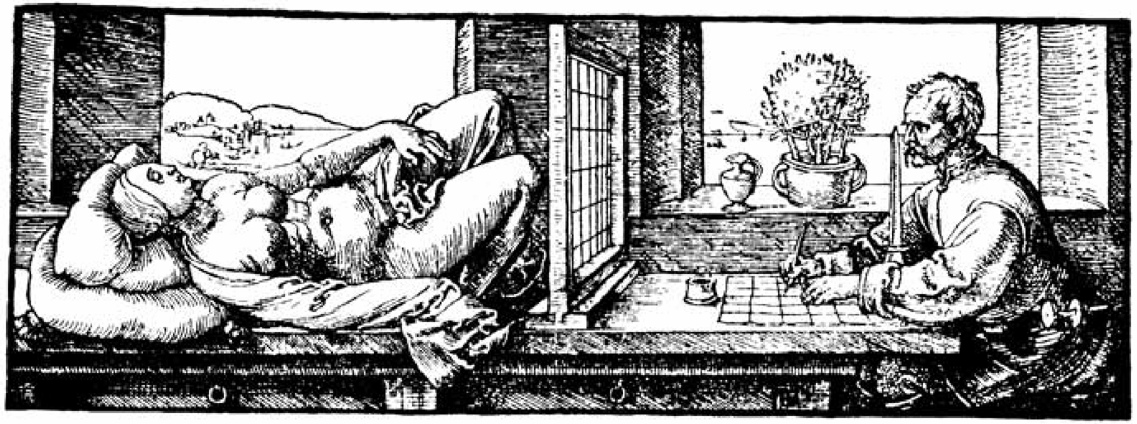
Así, el área del paralelogramo blanco es:

8.544 x sen(1.244) x 5.385 = 0.9988…



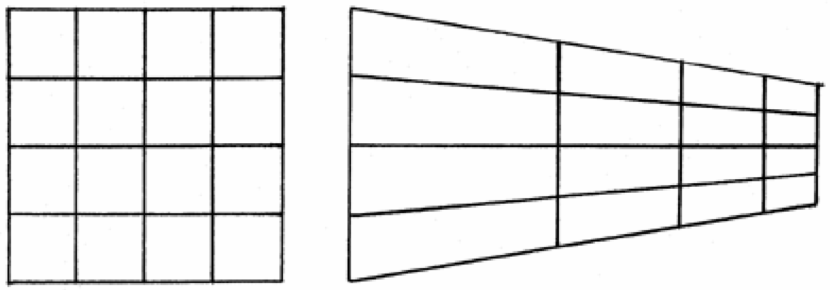
Anamorfosis

Una anamorfosis es una deformación reversible de una imagen a través de procedimientos matemáticos u ópticos.



En este grabado de Durero (velo de Alberti), el artista usa un retículo para guardar las proporciones de la modelo.

¿Y si no se coloca el enrejado de forma perpendicular?



Anamorfosis

"Los Embajadores" (1533)

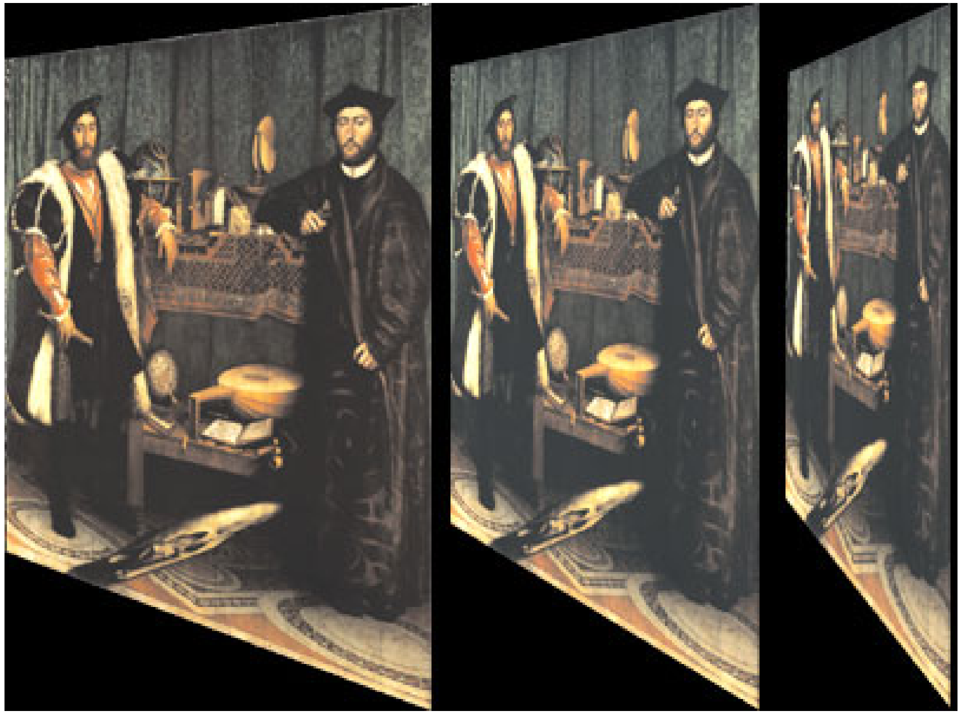
por

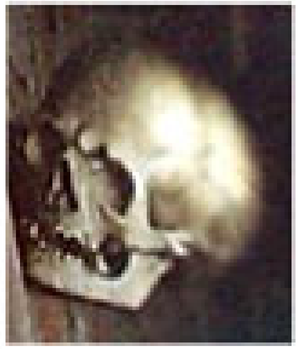
Holbein el joven

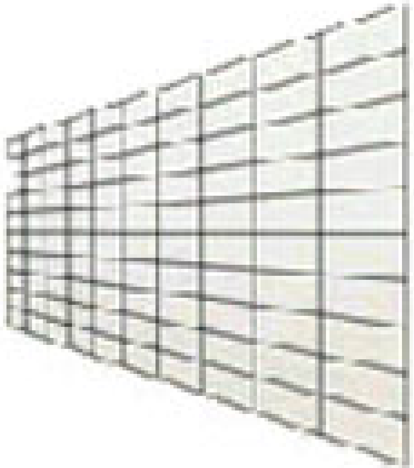
(1497-1543)

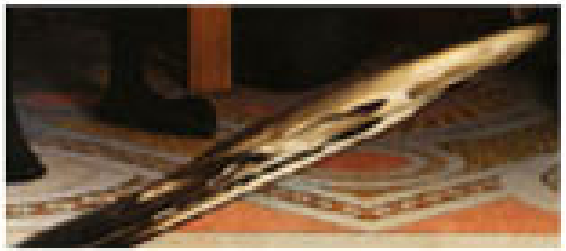
http://www.math.nus.edu.sg/~mathelmr/teaching/holbein.html

Y, al salir de la sala, al mirar el cuadro desde otro punto de vista, aparece…



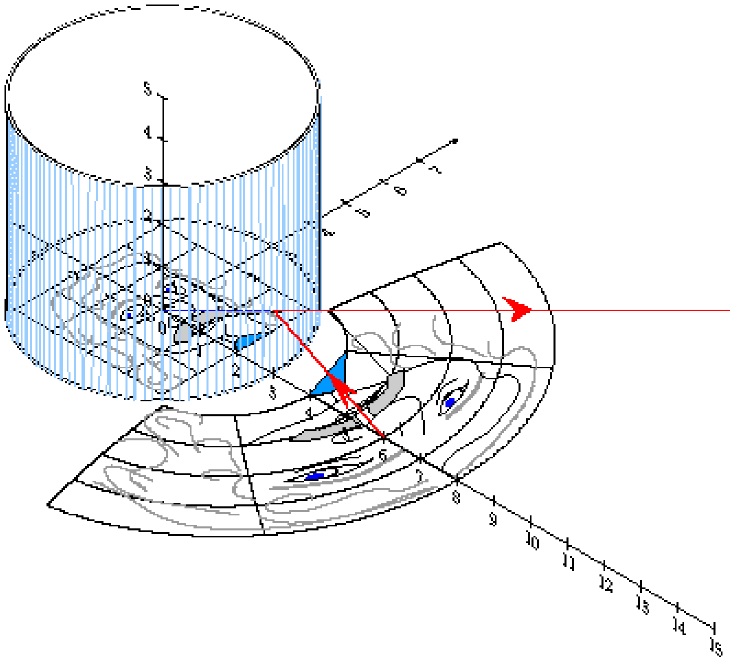






Video

Anamorfosis cilíndrica



Anamorfosis cilíndrica

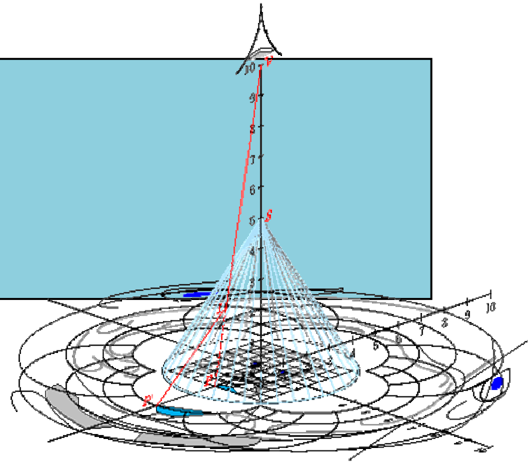
István Orosz

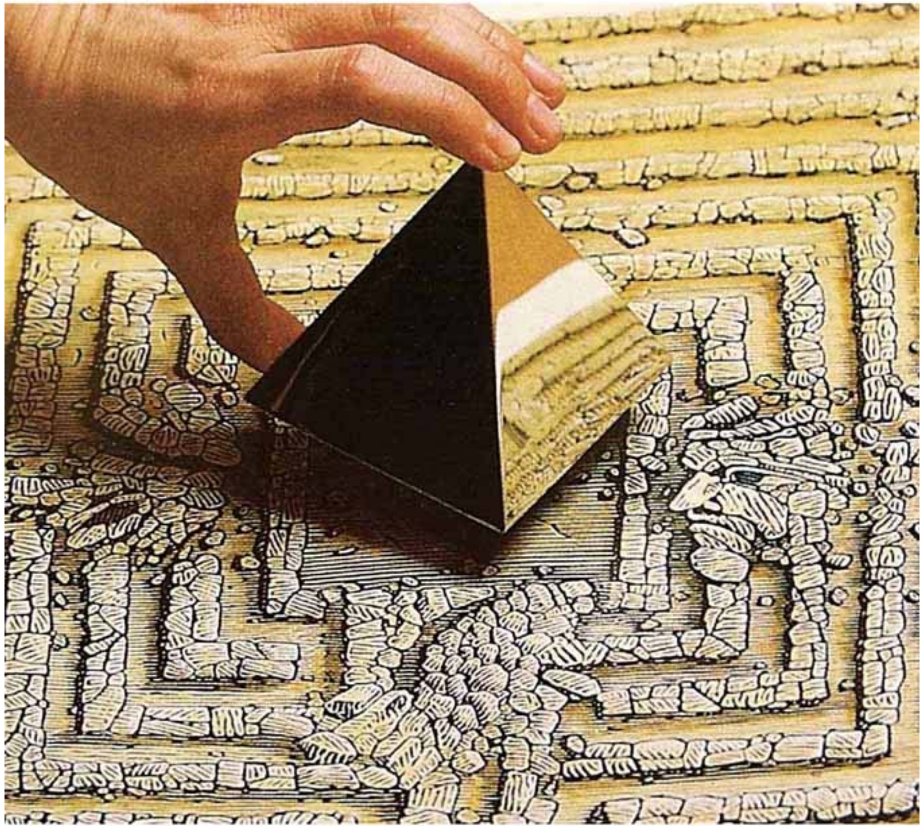
"La isla misteriosa y el retrato de Julio Verne"

[***http://www.geocities.com/SoHo/Museum/8716/***](http://www.geocities.com/SoHo/Museum/8716/)

Video

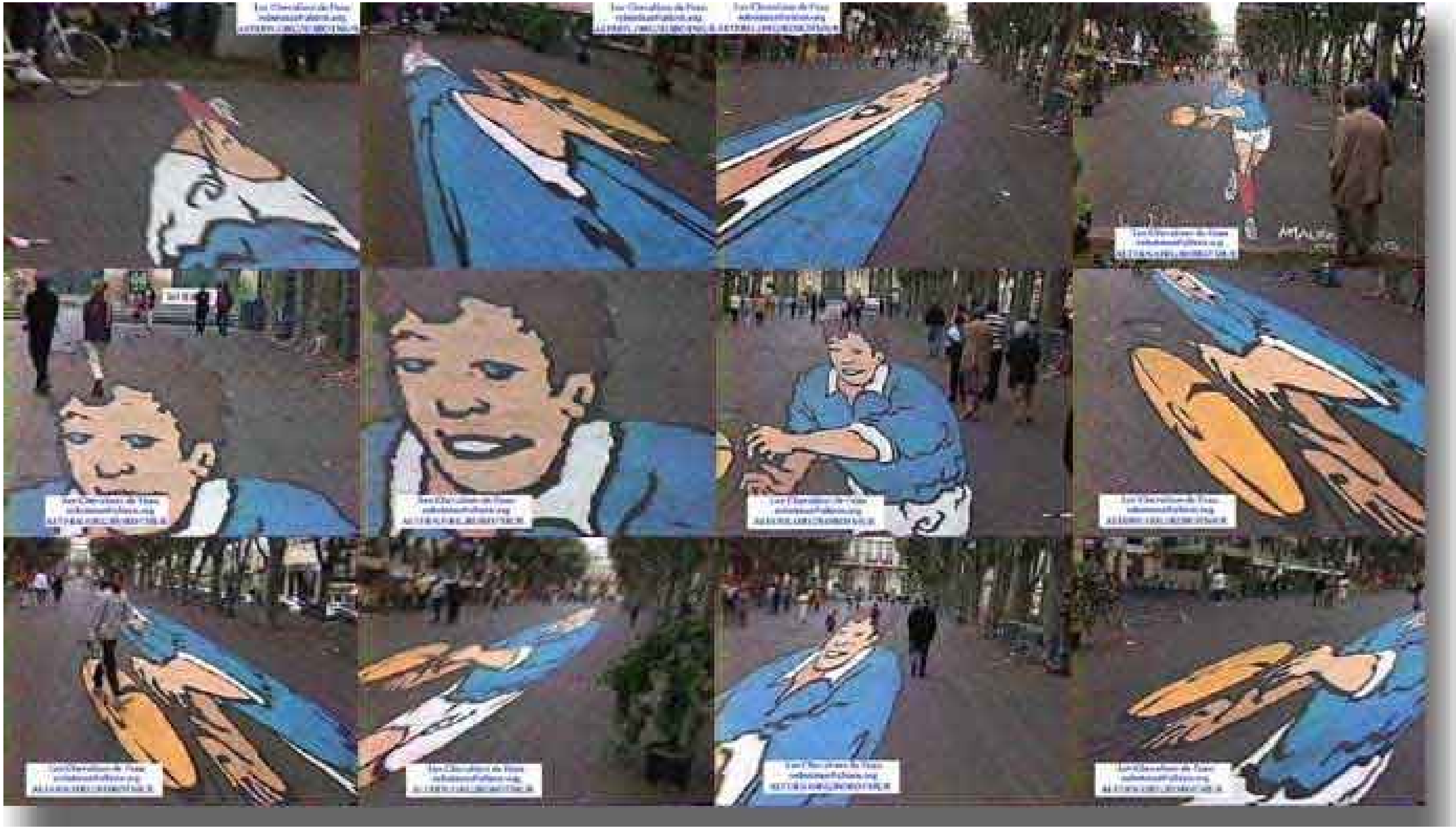
Anamorfosis piramidal





István Orosz
Teseo

Anamorfosis



Association Les Chevaliers de l'eau http://jourdain.ifrance.com/sommaire.htm
Jugador de Rugby de 134,20 metros de largo. Beziers, 30 septiembre de 1999 (apertura de la copa del mundo de Rugby): es la mayor anamorfosis del mundo.

Anamorfosis

Kurt Wenner

***Dies Irae*, Italia**

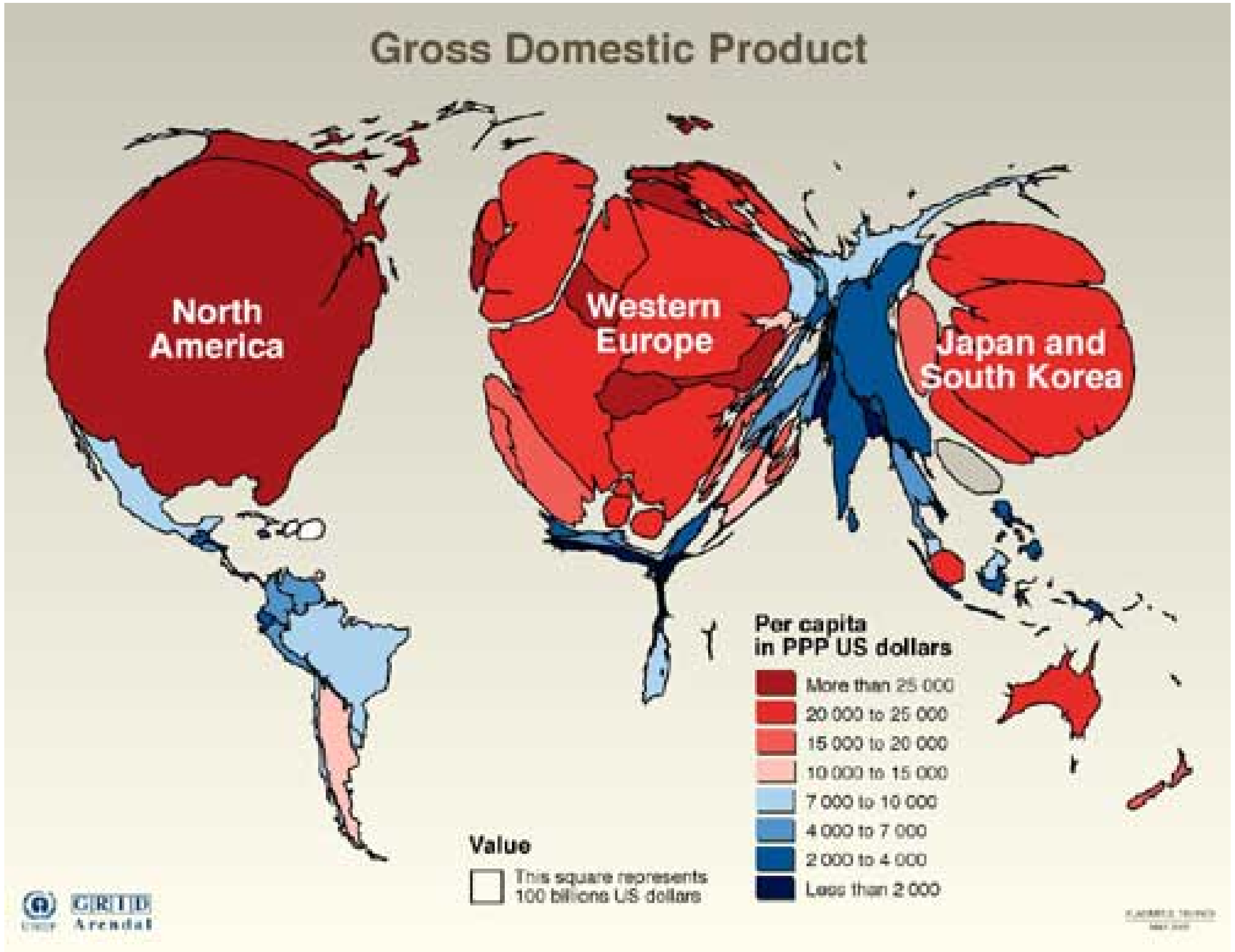
***Cocito*, California**

http://www.kurtwenner.com/

Anamorfosis y señalización

Las anamorfosis se usan a menudo en señales de tráfico, para que las señales sean correctamente interpretadas por los conductores.

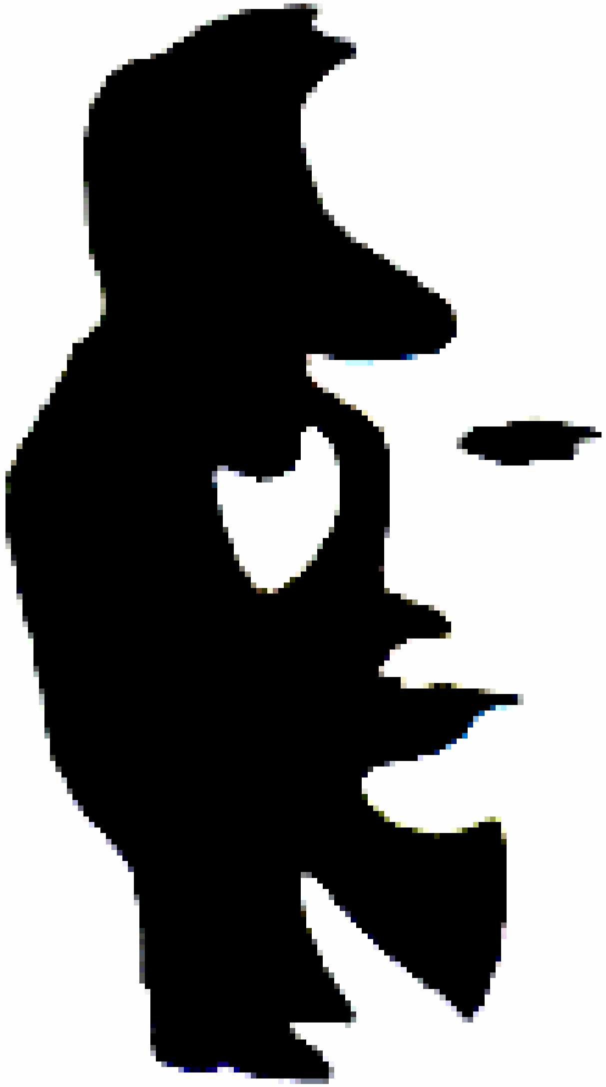
Anamorfosis y cartografía estadística



Las anamorfosis se utilizan en cartografía estadística para mostrar la importancia de un fenómeno dado.
El mapa ya no representa la realidad geográfica, sino la realidad del fenómeno.

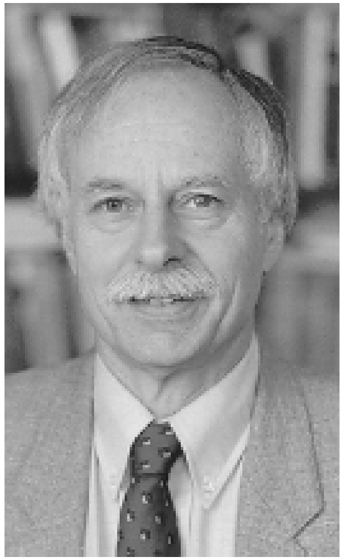
La deformación se realiza usando transformaciones matemáticas.

Figuras ambiguas

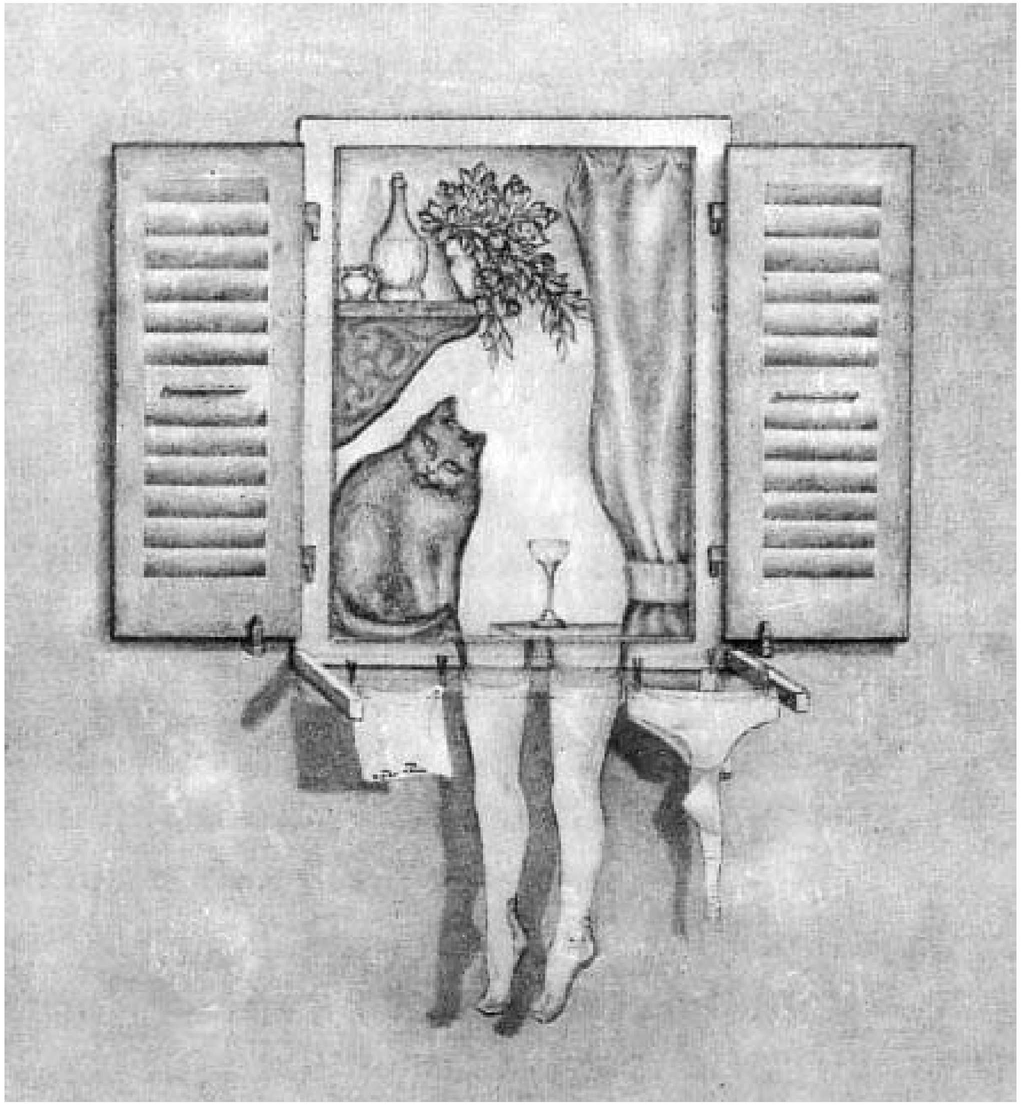


Roger N. Shepard
(1929-)

Sara Nader



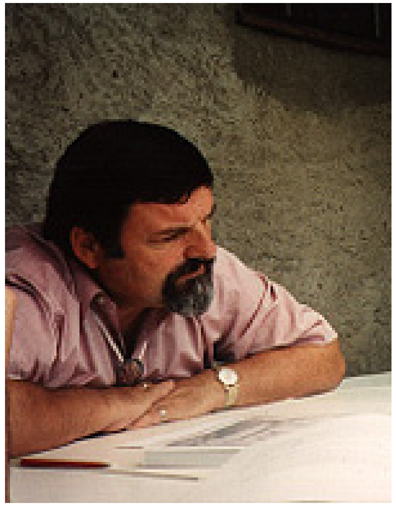
Figuras ambiguas



Sandro del Prete

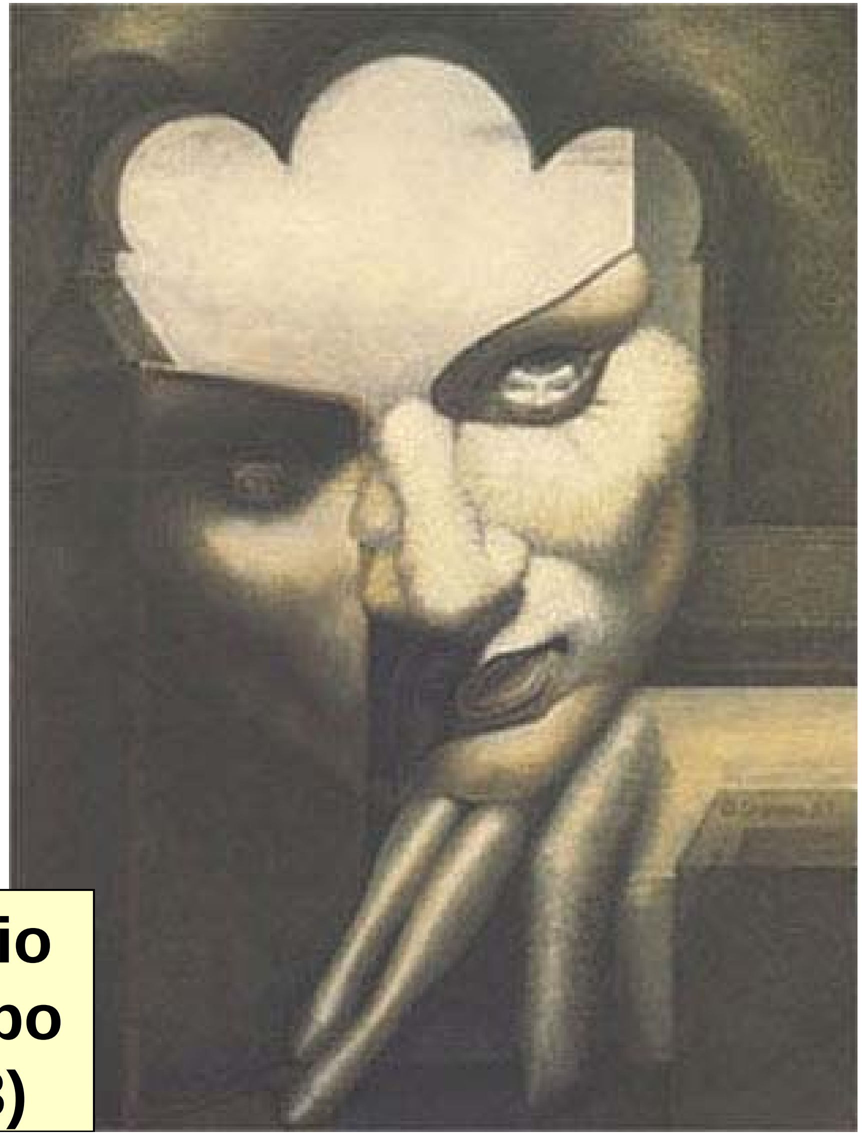
(1937-)

Todo lo que vemos puede ser visto de otra manera



http://www.del-prete.ch/index.html

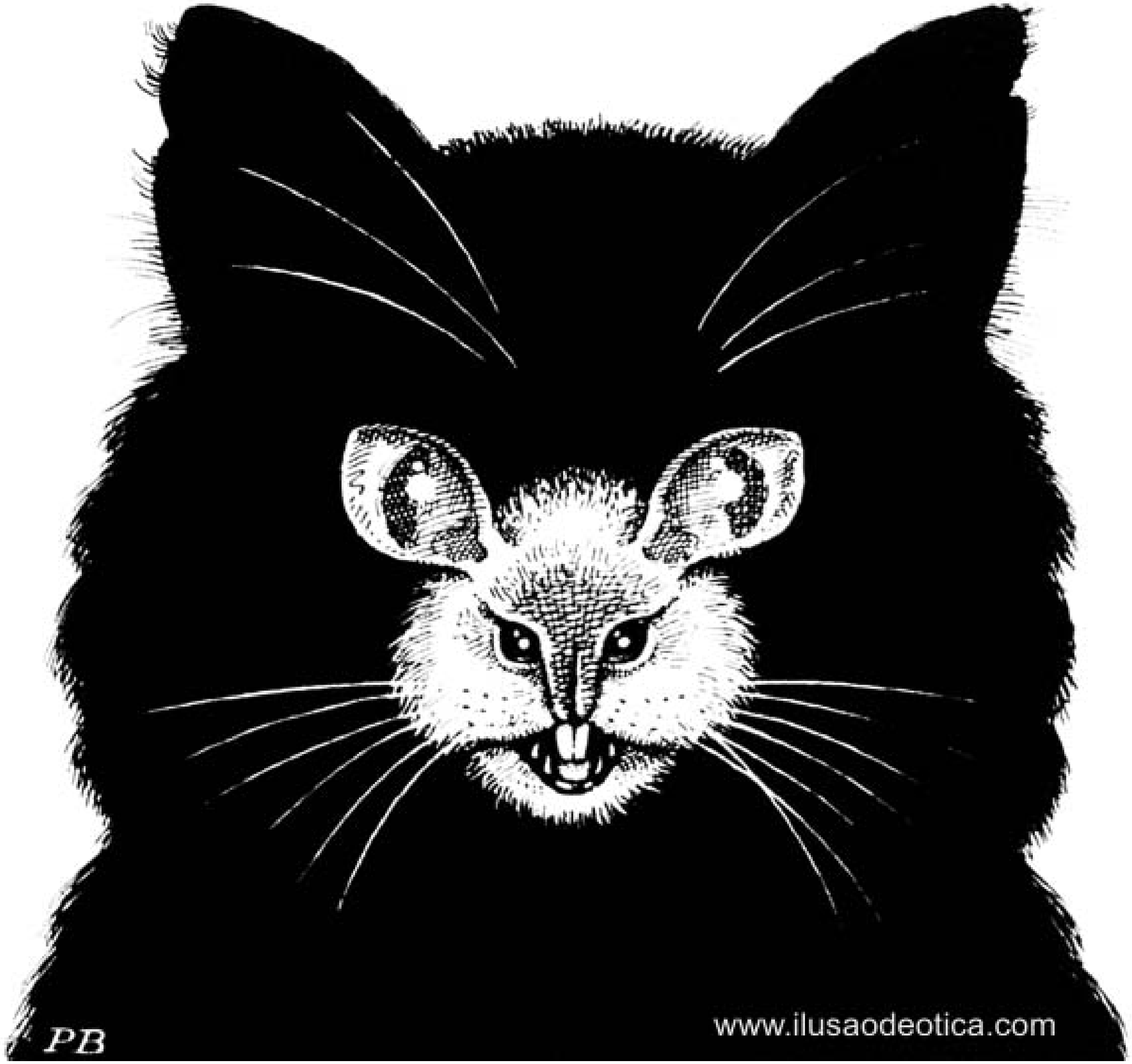
Figuras ambiguas

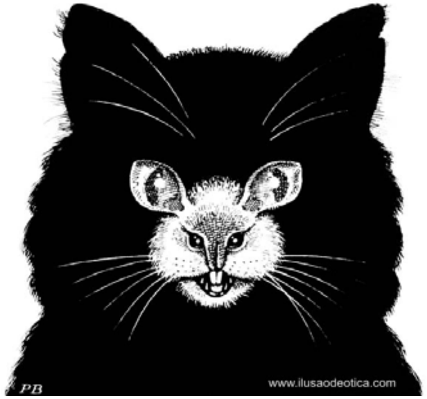


Octavio Ocampo (1943)

Figuras ambiguas

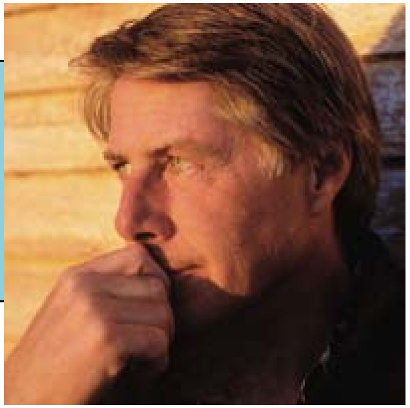
Figuras ambiguas





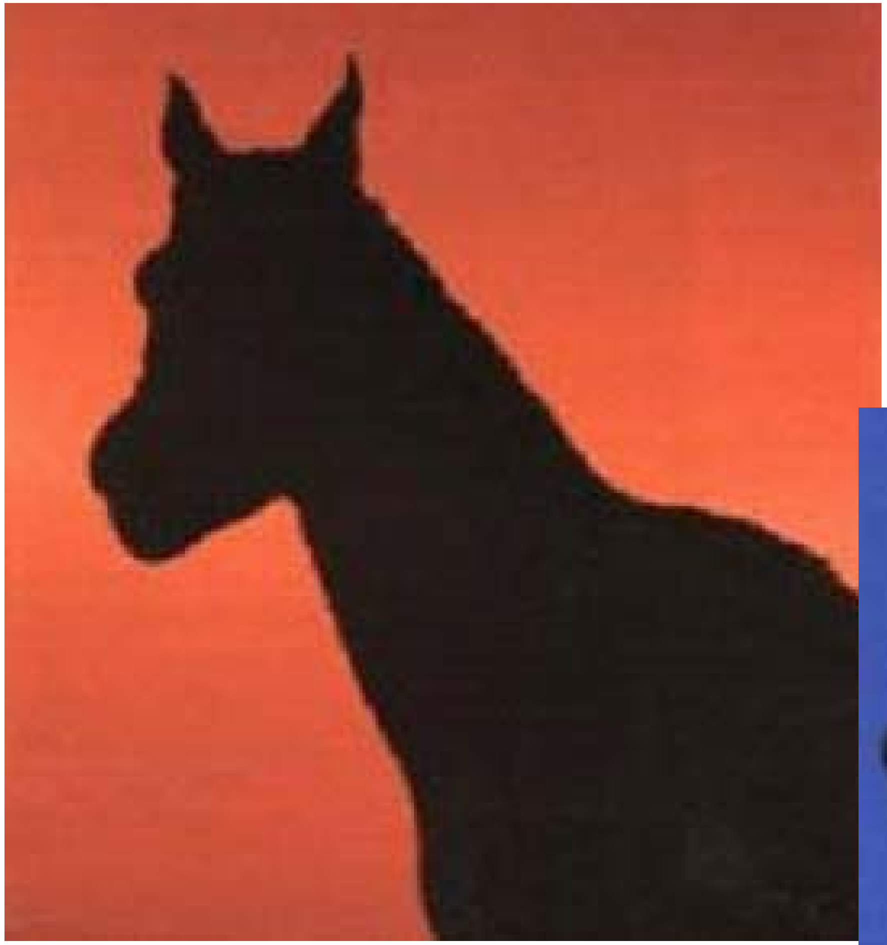
Peter Brookes
De cerca se ve el ratón
y
de lejos, el gato

Ilusión fotográfica



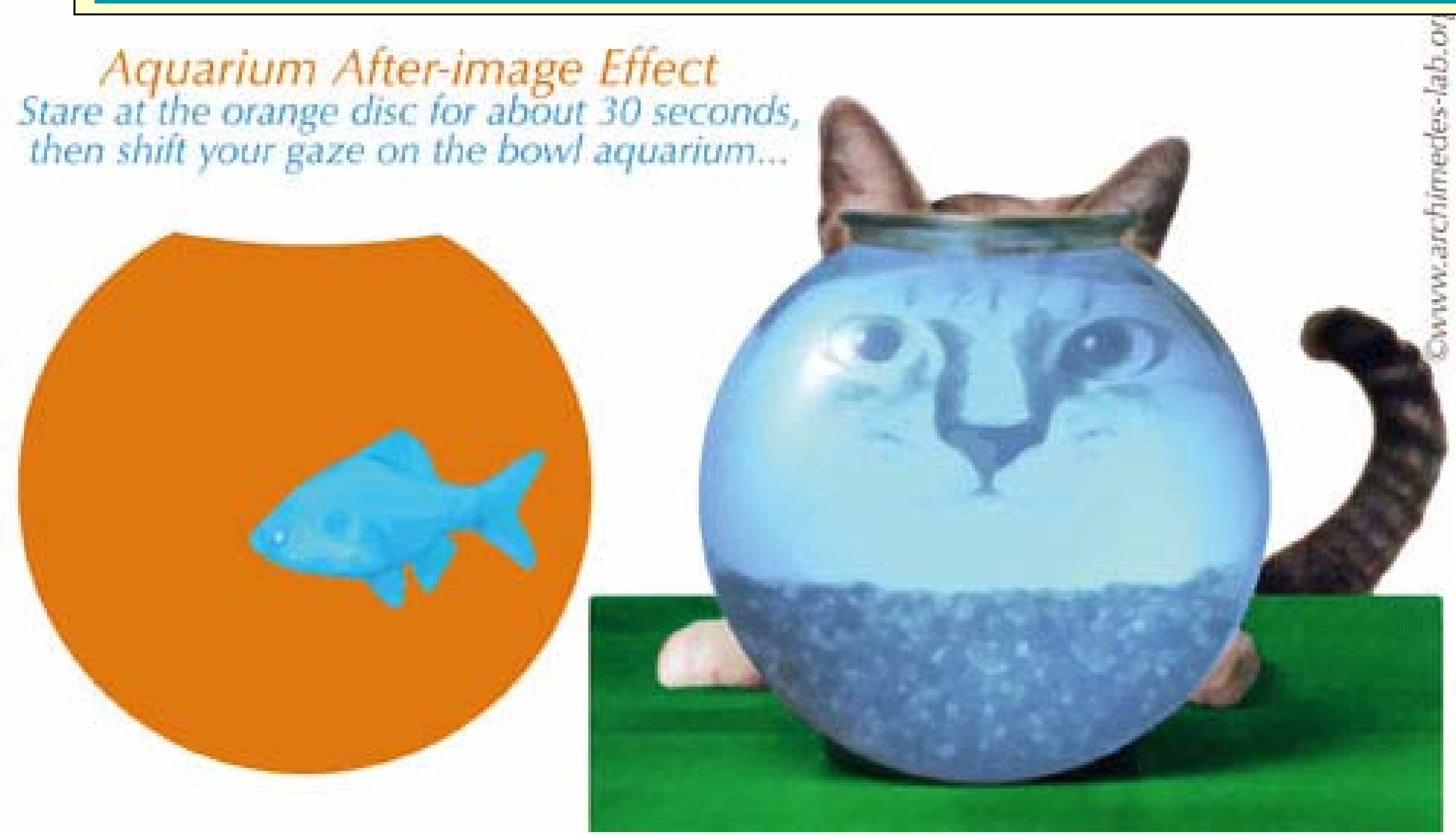
¿Hacia que lado mira el caballo?

Jerry Downs



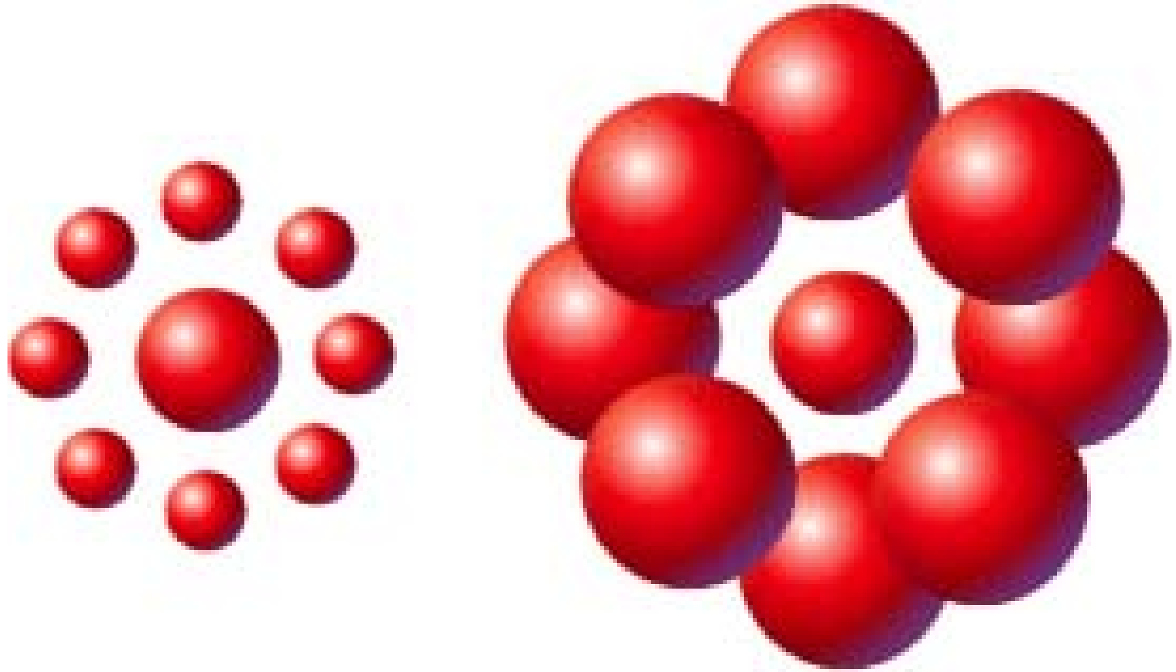
Ilusión óptica

http://www.archimedes-lab.org/Gallery/new_optical_illusions/index.html



Mira el disco anaranjado durante 30 segundos y después mira al auténtico acuario… el gato está soñando en su comida favorita…

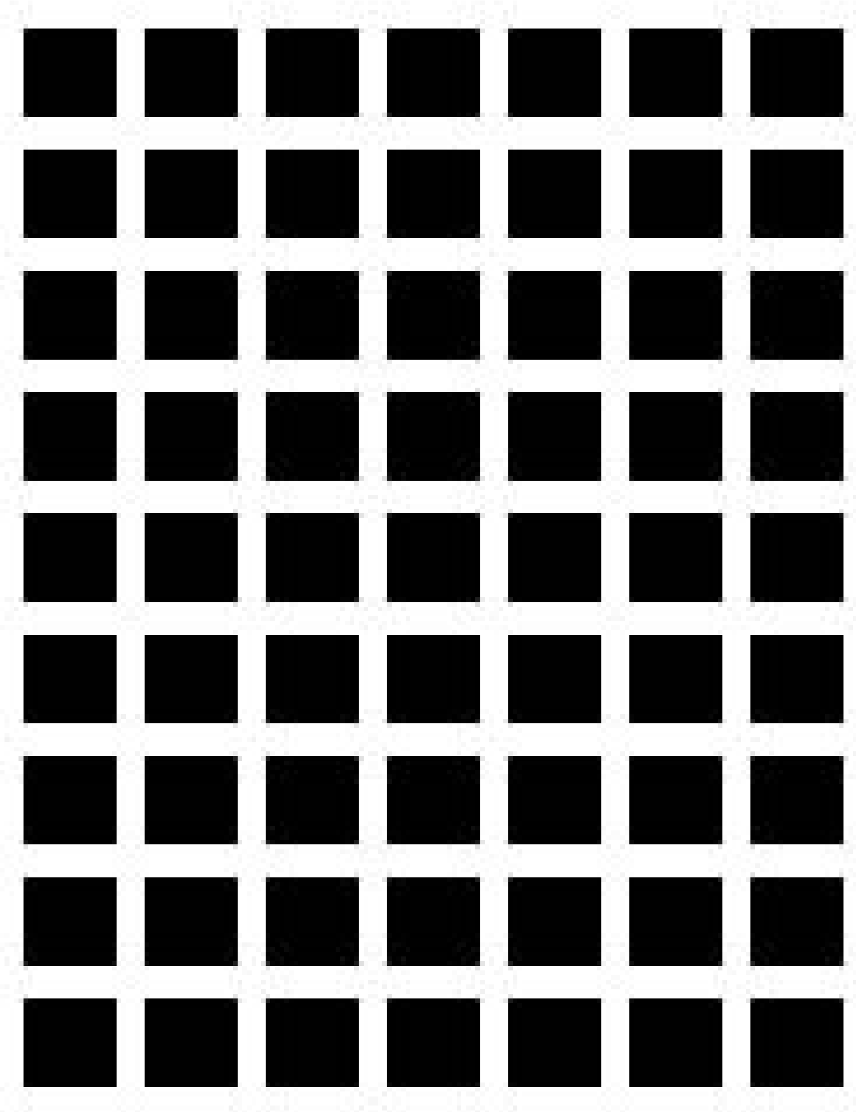
Ilusión óptica



Titchener y Delboeuf

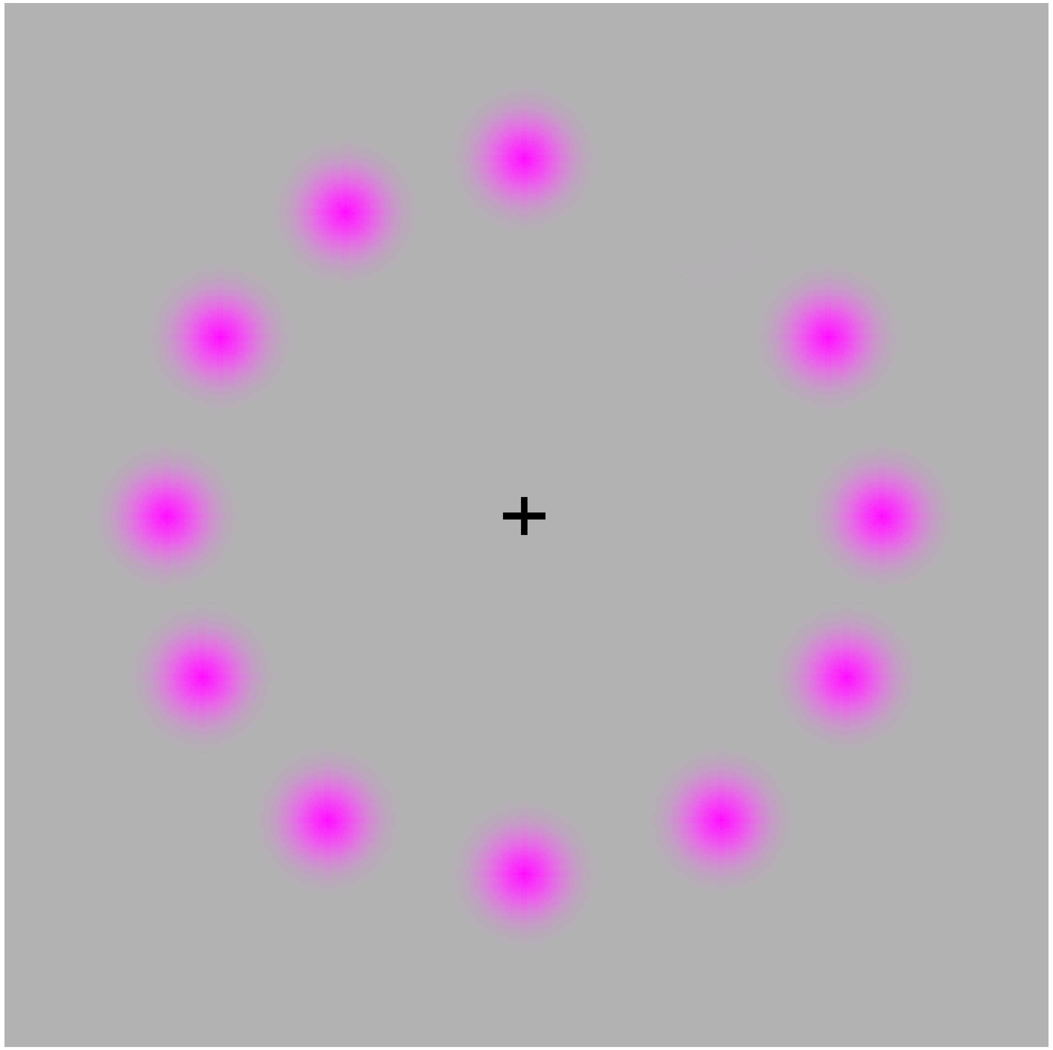
¿Cuál de los dos círculos centrales es de mayor tamaño?

Ilusión óptica



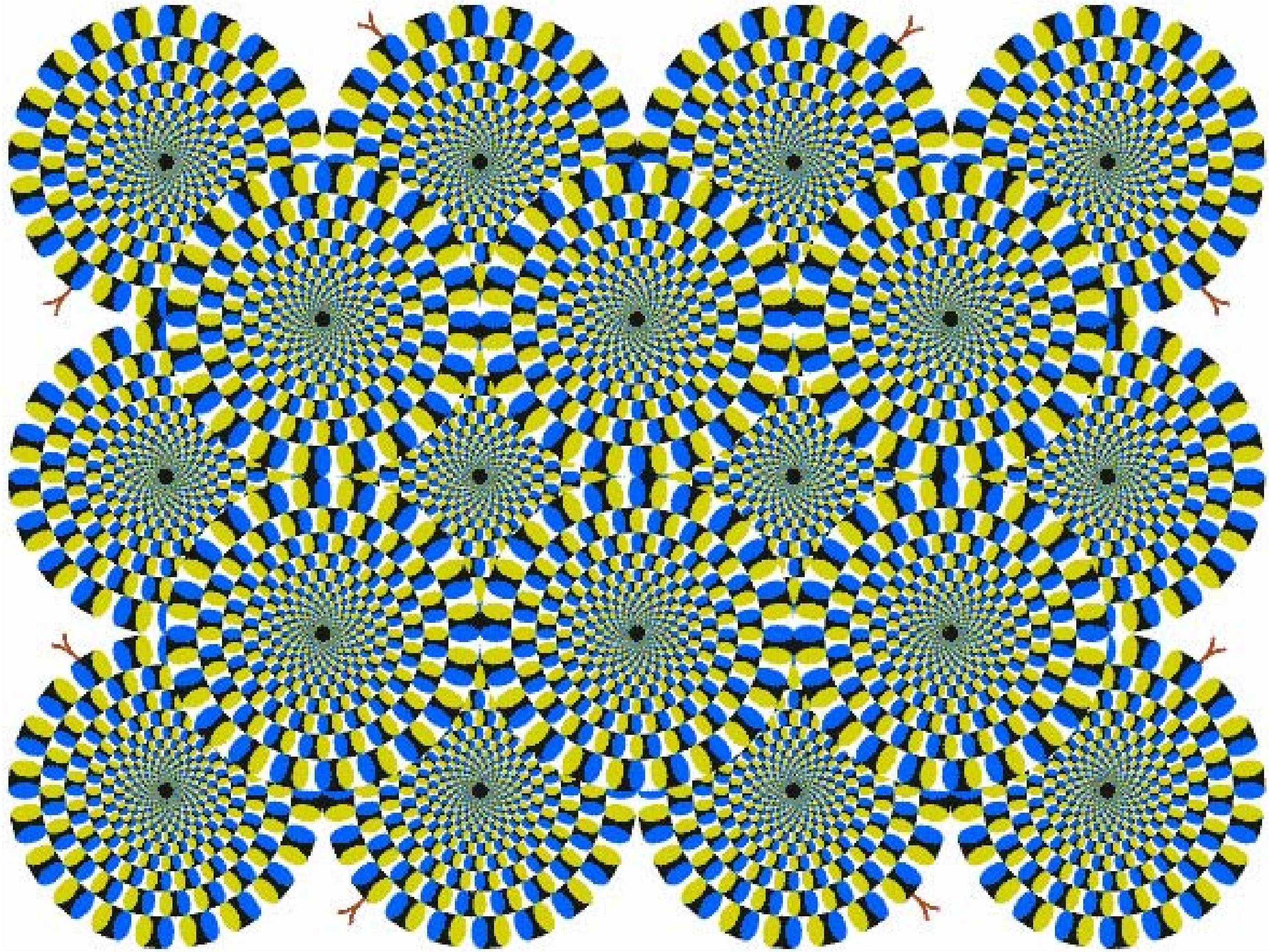
Ilusión del enrejado por contraste de colores

Ilusión óptica



Si sus ojos siguen el movimiento del punto rotativo rosado, sólo verá un color: rosado. Si su mirada se detiene en la cruz negra del centro, el punto rotativo se vuelve verde. Ahora, concéntrese en en la cruz del centro. Después de un breve periodo de tiempo, todos los puntos rosados desaparecerán y sólo verá un único punto verde girando. Es asombroso como nuestro cerebro trabaja. En realidad no hay ningún punto verde, y los puntos rosados no desaparecen. Esto debería ser prueba suficiente de que no siempre vemos lo que creemos ver...

Ilusión óptica



Akiyoshi Kitaoka

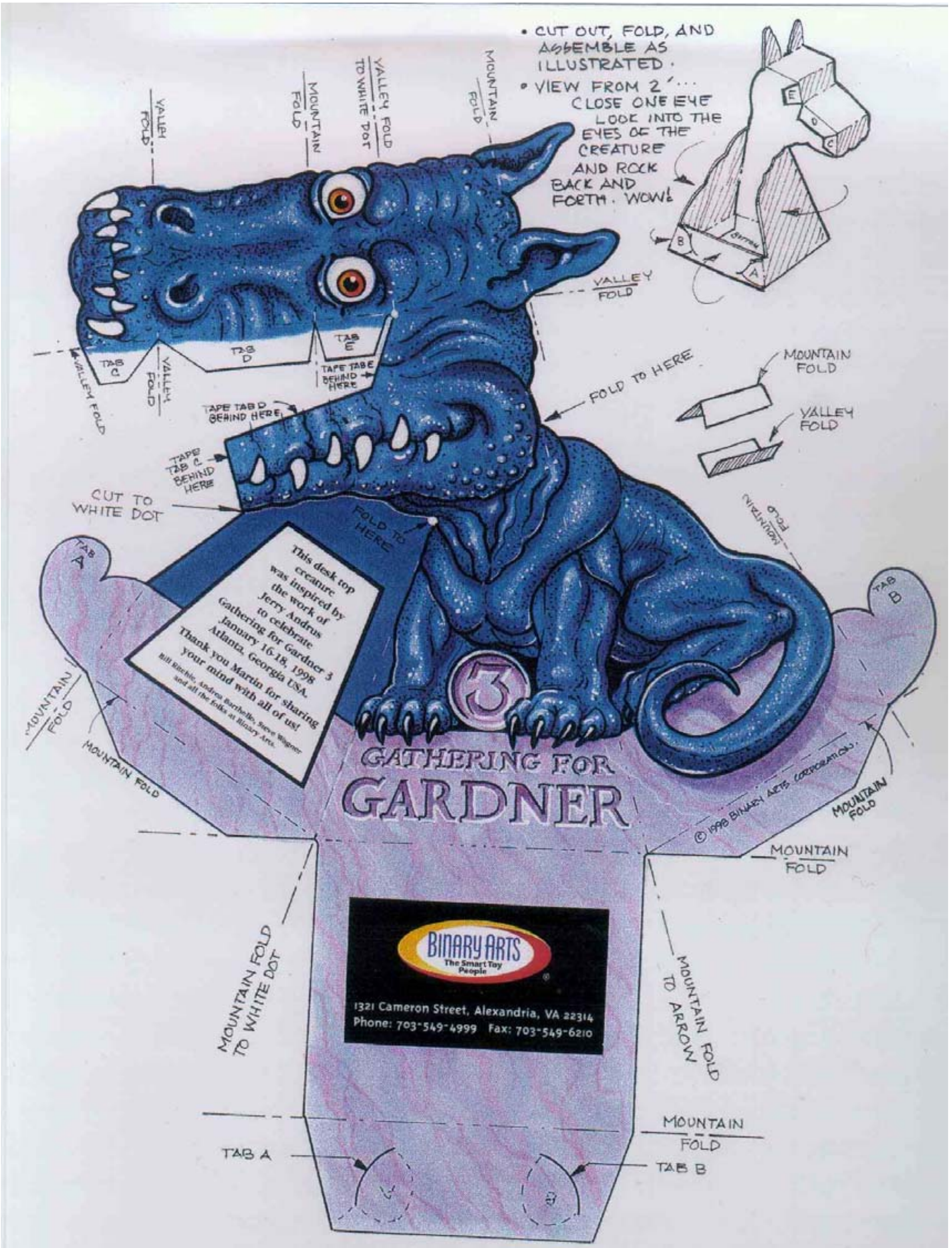
Serpientes rotando

[***http://www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka/index-e.html***](http://www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka/index-e.html)

Ilusión óptica

Trompe l'oeil
Eric Grohe (1944-)

Ilusión óptica en 3D



Si te mueves alrededor de este dragón de papel, parece que te sigue a lo largo de la habitación.

¿Qué sucede? Cuando te mueves alrededor de un objeto sólido, tu cerebro sabe como se comporta. Pero este dragón nos da "falsas pistas"… interpretamos que la nariz del dragón apunta hacia nosotros, cuando de hecho su cara es cóncava…

http://www.grand-illusions.com/opticalillusions/dragon_illusion/

Figuras imposibles

Anillo y Paralelepipedos imposibles

http://www.guidomoretti.it/S_terzavia.htm

Guido Moretti (1947-)

Video + video Haemakers

Figuras reversibles

Sergio Buratto
¿sapo o caballo?

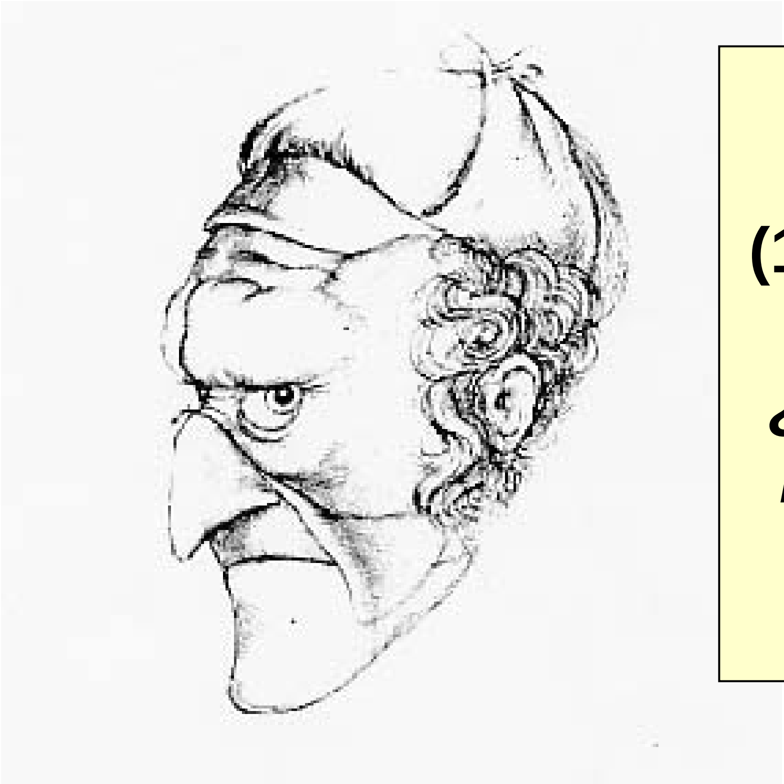
Figuras reversibles

Un hombre sobre un caballo ataca a un pobre elfo… que sabe defenderse.

Peter Newell
(1862-1924)
Caballero y elfo

http://wwar.com/masters/n/newell-peter.html

Figuras reversibles



Rex
Whistler
(1905-1944)

¿Sherlock Holmes o Robin Hood?

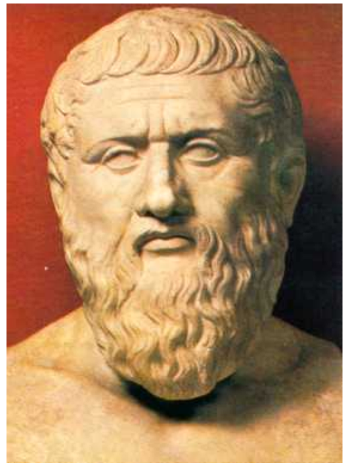
http://wwar.com/masters/w/whistler-rex.html

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de teoría de juegos
10. Paradojas topológicas

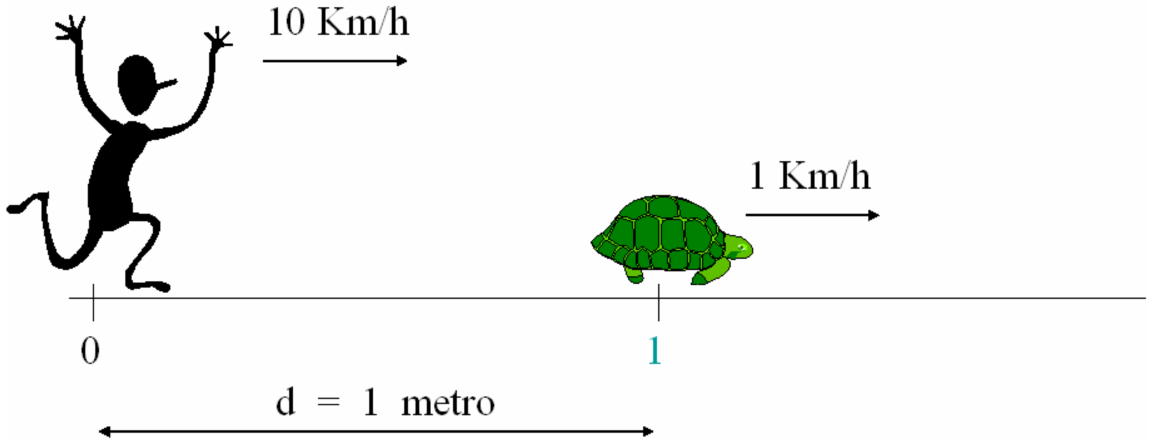
Aquiles y la tortuga

Se arregla una carrera entre Aquiles y la tortuga. Como Aquiles es mucho más veloz que la tortuga, el héroe permite una cierta ventaja al "lentísimo" animal.



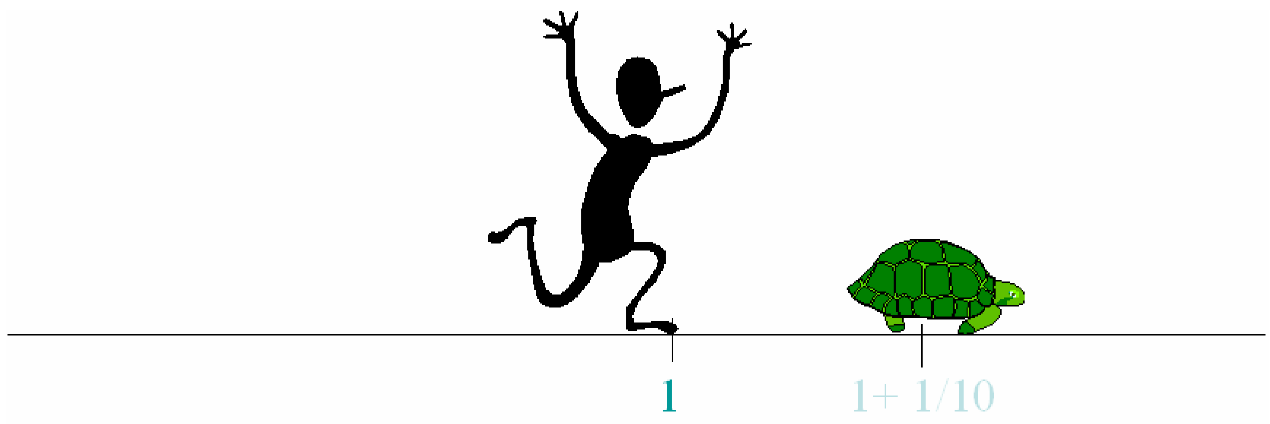
Zenón

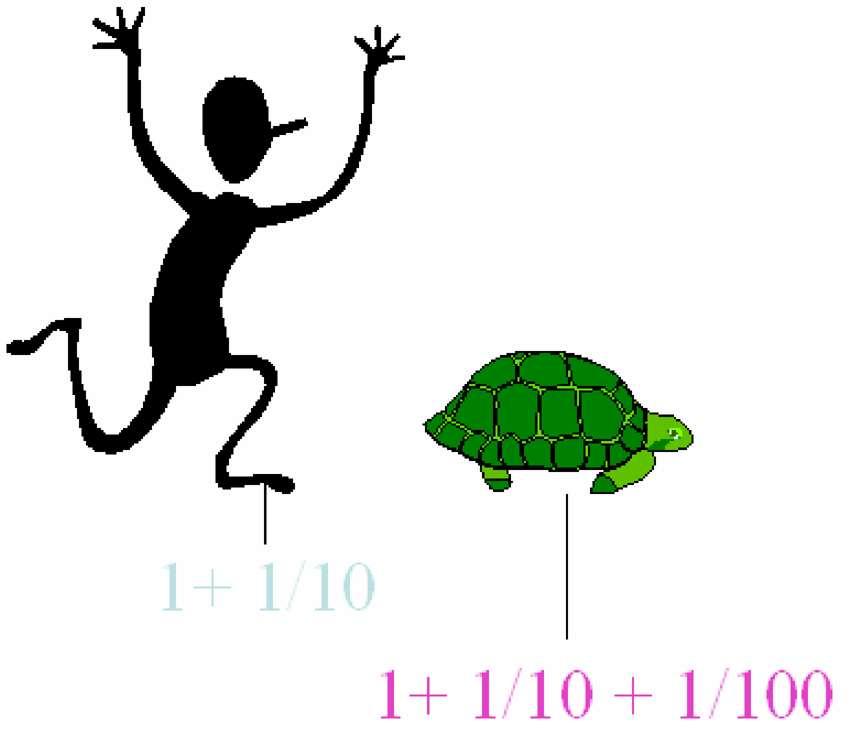
Paradoja: Aquiles no puede nunca alcanzar a la tortuga, independientemente de lo rápido que corra y de lo larga que sea la carrera: cada vez que el perseguidor alcanza un lugar donde ha estado la perseguida, la tortuga se adelanta un poco…



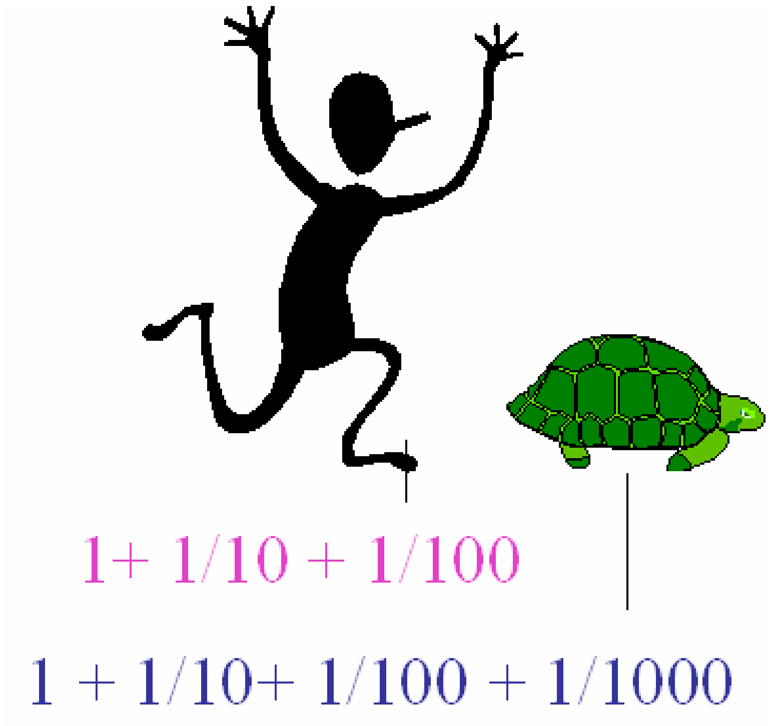
PASO 0, d =1

PASO 1, d = 1/10





PASO 2, d = 1/100



PASO 3, d = 1/1000

Algo debe ser falso en el argumento… la falacia que surge es la noción equivocada de que cualquier sucesión infinita de intervalos de tiempo debe sumar toda la eternidad…

Solución física: el espacio y el tiempo no son infinitamente divisibles.

Solución matemática: convergencia de la serie

$$1/10 + 1/100 + 1/1000 + \ldots + 1/10^n + \ldots = 1/9$$

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de teoría de juegos
10. Paradojas topológicas

Paradoja del barbero

En Barbilandia, hay un único barbero, Jon, que afeita a los que no se afeitan a sí mismos.

¿Quién afeita al barbero de Barbilandia?

Si Jon no se afeita a sí mismo, será una de las personas de Barbilandia que no se afeitan a sí mismas… con lo cual Jon debería de afeitarse, siendo por lo tanto una de las personas que se afeitan a sí mismas… no debiendo por tanto afeitarse.

Solución: Russel define su famosa *teoría de tipos*, donde se eliminan los conjuntos auto-contradictorios, así que Jon, el barbero de Barbilandia…

¡… no existe!

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de teoría de juegos
10. Paradojas topológicas

La paradoja del cocodrilo

Un cocodrilo captura a un niño, y le hace la siguiente propuesta a su madre:

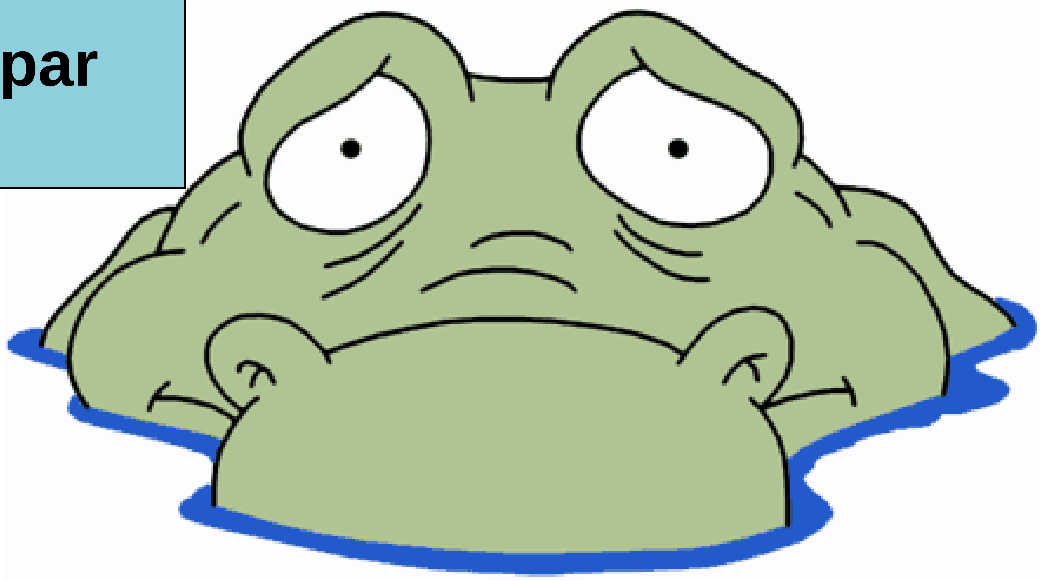
COCODRILO: ***¿Me comeré a tu hijo?. Si aciertas, te lo devuelvo ileso.***
Si no, me lo como.

MUJER: ***Sí, te comerás a mi hijo*.**

COCODRILO: ***Jejeje, si estás en lo cierto, no te lo devuelvo y me lo como*****.**

MUJER: ***Pero si te lo comes, entonces he acertado y me tienes que devolver a mi hijo…***

El cocodrilo quedó tan confundido, que dejó escapar al niño…



Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de teoría de juegos
10. Paradojas topológicas

Paradojas de Sorites

“Sorites” **es la palabra griega para “montón” o “pila”. Las paradojas “sorites” es el nombre dado a una clase argumentos paradójicos, que se derivan de los límites indeterminados de aplicación de los predicados envueltos. Se trata de una serie de puzzles atribuidos al lógico Eubulides de Mileto, que incluyen:**

***el hombre calvo*: ¿describirías a un hombre con un pelo en la cabeza como calvo?**

- **Un *grano de arena no es un montón*, si 1 grano de arena no es un montón, tampoco 2 granos de arena lo son… Si 9.999 granos de arena no son un montón, tampoco los son 10.000 granos.**

¿Cuántos granos tiene un montón?

Algunas respuestas a esta paradoja son:

- **el acercamiento a un *lenguaje ideal,* cuyo atributo clave es su precisión: la vaguedad del lenguaje natural es un defecto a eliminar (Frege y Russell);**
- **lógicas multivaluadas (no clásicas), como la *lógica difusa* de Goguen y Zadeh (1969) que sustituye a la usual (dos-valuada), que reconocen para un objeto "los grados" de verdad;**
- **aceptar la paradoja: ninguna cantidad de granos de arena hace un montón… o en otra versión…**

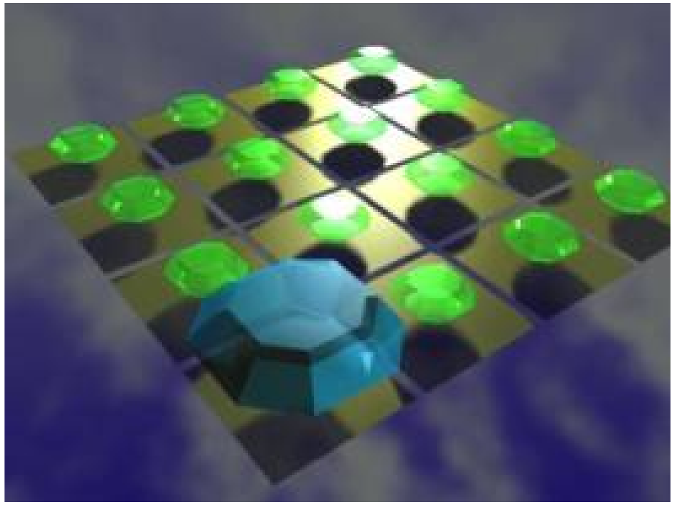
¡ la calvicie no existe !

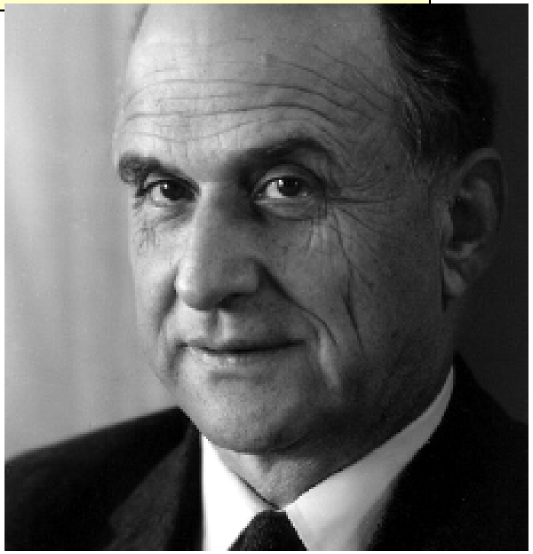
Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de teoría de juegos
10. Paradojas topológicas

La paradoja de Goodman

Se define un objeto como *verul*, si observado antes del tiempo *t* es verde, y azul después de *t*.
Si *t = 1* de enero de 2010, Nelson Goodman (1906-1998) afirma que decir que las esmeraldas son verdes o verules es igual de consistente... en ambas afirmaciones hay tiempo por medio y ambas se confirman empíricamente…





Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de teoría de juegos
10. Paradojas topológicas

La paradoja del preso

En la Edad Media, un rey conocido por decir siempre la verdad, pronuncia su propuesta a un preso:

Te ofrezco la libertad si logras matar al tigre que se halla escondido tras una de las cinco puertas del estadio.
Debes abrir las puertas en orden, empezando por la primera. No sabrás en donde está el tigre hasta que abras la puerta indicada.

Se trata de un tigre inesperado…

El preso reflexiona:
Si abro cuatro puertas vacías, sabré que el tigre está tras la quinta, … pero el rey dijo que no sabría por adelantado; así que no puede estar detrás de la quinta puerta.
Ahora, si abro tres puertas vacías, el tigre tendrá que estar en la cuarta; pero entonces no será inesperado, por lo tanto, tampoco puede estar tras la cuarta puerta…

Con el mismo razonamiento el preso se convence de que el tigre no puede estar ni tras la tercera puerta, ni tras la segunda, ni tras la primera.

El preso deduce: *No hay ningún tigre detrás de las puertas… si lo hubiera, no sería inesperado como lo prometió el rey y él siempre mantiene su palabra.*

Así, el preso comienza a abrir con toda tranquilidad las puertas…

Para su sorpresa, un tigre salta de la segunda puerta: era completamente inesperado, el rey había cumplido su palabra.

¿Por qué ha fallado el argumento del preso?

Una solución puede pasar por la noción fundamental de que no es lo mismo la puerta 5, más la puerta 4, etc., que el estadio.
Un conjunto es diferente y contiene cualidades distintas de la mera adición de sus partes.
El análisis individual, día por día, por parte del prisionero es tan irreprochable como el análisis paso por paso de la carrera de Aquiles.
El defecto de su argumento aparece cuando atribuye al conjunto (este el estadio) las mismas y exclusivas cualidades que poseían sus partes (cada puerta), no advirtiendo que el conjunto estadio ha incorporado algunas características: entre otras la de contener

… *puertas sorpresa*.

Hacia el siglo III, el filósofo chino Hui Tzu afirmaba:

Un caballo bayo y una vaca parda son tres: el caballo, la vaca, y el conjunto de caballo y vaca.

El razonamiento no es trivial, y es la esencia de la paradoja del condenado.

¡  **+**  **= 3!**

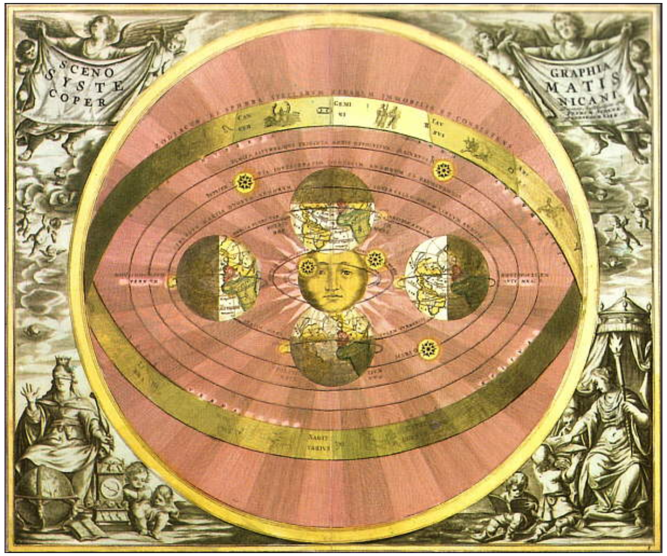
Guión de la charla

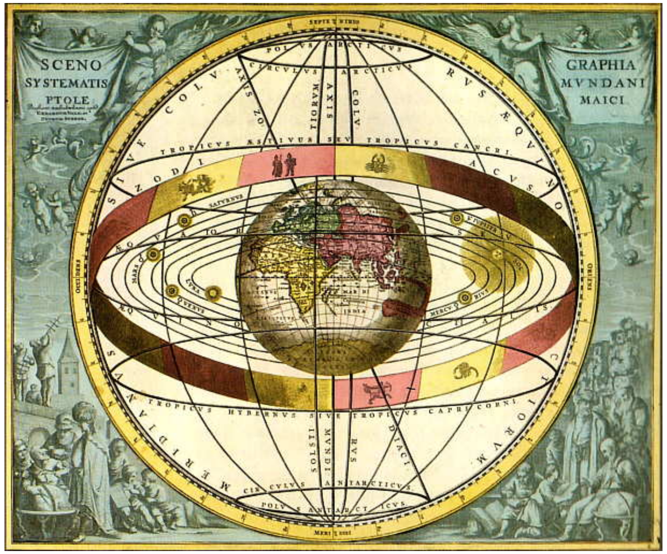
1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de teoría de juegos
10. Paradojas topológicas

La paradoja de Fermi

Si un pequeño porcentaje de los billones de estrellas en la galaxia fueran el hogar de civilizaciones con *tecnología*, capaces de colonizar a distancias interestelares, la galaxia completa estaría *invadida* en unos pocos millones de años.
La ausencia de tales civilizaciones extraterrestres visitando la tierra es *la paradoja de Fermi.*

¿Dónde están?





Existen dos corrientes principales en la visión de la vida:

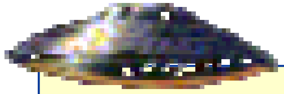
- **los *copernicanos*: la tierra es un planeta cualquiera alrededor de una estrella cualquiera de la galaxia, la vida es un fenómeno corriente y lleva algún día a la aparición de civilizaciones tecnológicas;**
- **los *geocéntricos*: el lugar del Hombre es la conquista de una galaxia "vacía" de civilizaciones.**

¡Los geocéntricos se han equivocado tanto a lo largo de la historia!

Existe una fórmula debida al astrónomo ***Frank Drake*** **(1930-) que permite estimar el número de civilizaciones inteligentes tecnológicamente avanzadas susceptibles de estar presentes en nuestra galaxia, basada en conocimientos que van de la astrofísica a la biología: es el producto**

$$N = E \times P \times F \times V \times I \times C \times L$$

- ***E*, número de estrellas en nuestra galaxia (400.000.000.000),**
- ***P*, número medio de planetas alrededor de las estrellas (5 a 20),**
- ***F*, porcentaje de planetas favorables a la vida (20 a 50%),**
- ***V*, probabilidad de aparición de la vida (20 a 50%),**
- ***I*, probabilidad de emergencia de seres inteligentes (20 a 50%),**
- ***C*, probabilidad de aparición de una civilización tecnológica con capacidad de comunicación (20 a 50%),**
- ***L*, duración de la vida de una civilización avanzada (100 a 10.000.000 años).**



El factor preponderante en la ecuación de Drake es el tiempo, es decir la fórmula tiene una gran dependencia del factor *L*.

- **Si las civilizaciones tecnológicas viven un breve instante de tiempo antes de autodestruirse ¡el número de civilizaciones en el universo es cercano a ... 1!**
- **Al contrario, si la duración de la vida de estas civilizaciones se cuenta en millones de años, entonces ¡el universo debería estar invadido por mensajes de radio!**

Para L=10.000 años (¿modelo terrestre?) existirían por esta fórmula unas 10.000 civilizaciones, y si estuvieran repartidas de manera aleatoria por las estrellas de la galaxia, la más cercana a nosotros estaría a 1.000 años-luz. Nuestras emisiones de radio datan de 50 años, así que estaríamos a muchos años de ser encontrados (y estudiados).

¿Estamos solos? No… estamos muy lejos.

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de teoría de juegos
10. Paradojas topológicas

El dilema del prisionero

La policía arresta a dos sospechosos. No hay pruebas suficientes para condenarlos, y tras haberlos separado, los visita a cada uno y les ofrece el mismo trato:

1. Si uno confiesa y su cómplice no, el cómplice será condenado a la pena total, 10 años, y el primero será liberado.
2. Si uno calla y el cómplice confiesa, el primero recibirá esa pena y será el cómplice quien salga libre.
3. Si ambos permanecen callados, todo lo que podrán hacer será encerrarlos durante 6 meses por un cargo menor.
4. Si ambos confiesan, ambos serán condenados a 6 años.

Supongamos que ambos prisioneros son egoístas y su única meta es reducir su propia estancia en la cárcel. Tienen dos opciones: cooperar con su cómplice y permanecer callado, o traicionar a su cómplice y confesar. El resultado de cada elección depende de la elección del cómplice. Desafortunadamente, uno no conoce qué ha elegido hacer el otro. Incluso si pudiesen hablar entre sí, no podrían estar seguros de confiar mutuamente.

1. Si uno espera que el cómplice escoja cooperar con él y permanecer en silencio, la opción óptima para el primero sería confesar, lo que significaría que sería liberado inmediatamente, mientras el cómplice tendrá que cumplir una condena de 10 años.
2. Si espera que su cómplice decida confesar, la mejor opción es confesar también, ya que al menos no recibirá la condena completa de 10 años, y sólo tendrá que esperar 6, al igual que el cómplice.
3. Si, sin embargo, ambos decidiesen cooperar y permanecer en silencio, ambos serían liberados en sólo 6 meses.

Confesar es una estrategia dominante para ambos jugadores. Sea cual sea la elección del otro jugador, pueden reducir siempre su sentencia confesando. Por desgracia para los prisioneros, esto conduce a un resultado regular, en el que ambos confiesan y ambos reciben largas condenas.

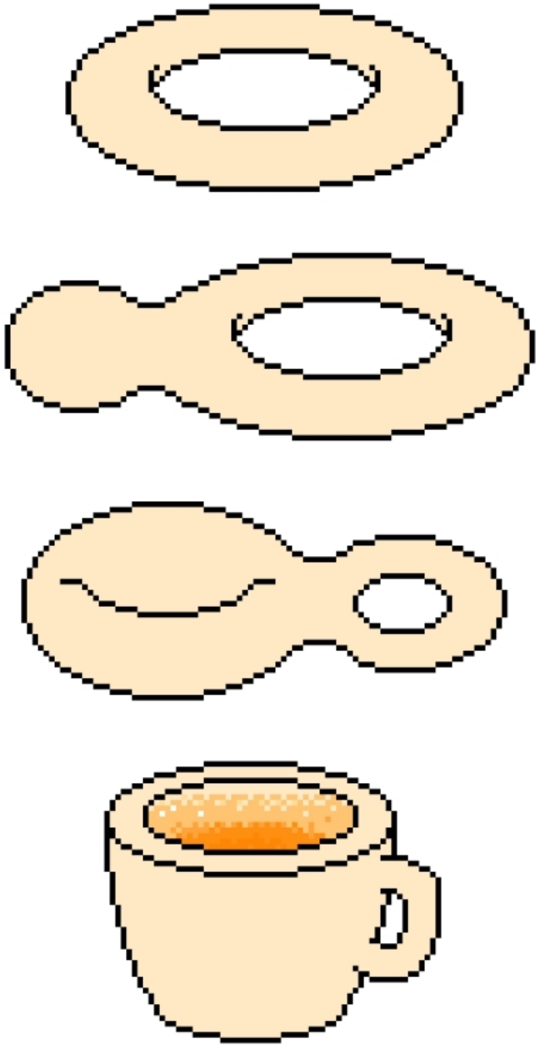
Si se razona desde la perspectiva del interés óptimo del grupo (de los dos prisioneros), el resultado correcto sería que ambos cooperasen, ya que esto reduciría el tiempo total de condena del grupo a un total de un año. Cualquier otra decisión sería peor para ambos si se consideran conjuntamente. A pesar de ello, si siguen sus propios intereses egoístas, cada uno de los dos prisioneros recibirá una sentencia dura.

Curiosamente, ambos jugadores obtendrían un resultado mejor si colaborasen…
Desafortunadamente (para los prisioneros), cada jugador está incentivado individualmente para defraudar al otro, incluso tras prometerle colaborar.
Éste es el punto clave del dilema.

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas de teoría de juegos
10. Paradojas topológicas

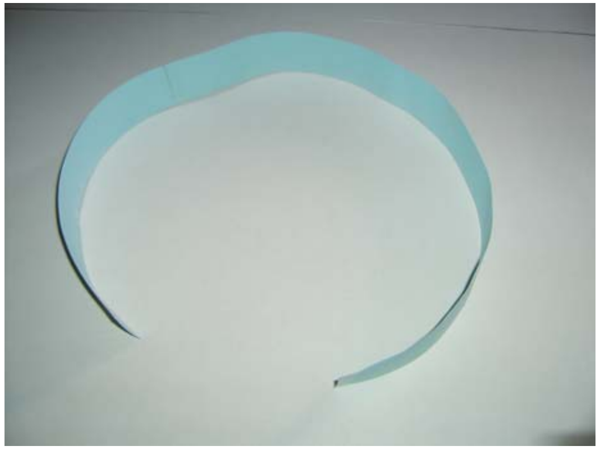
¿Qué es la topología?

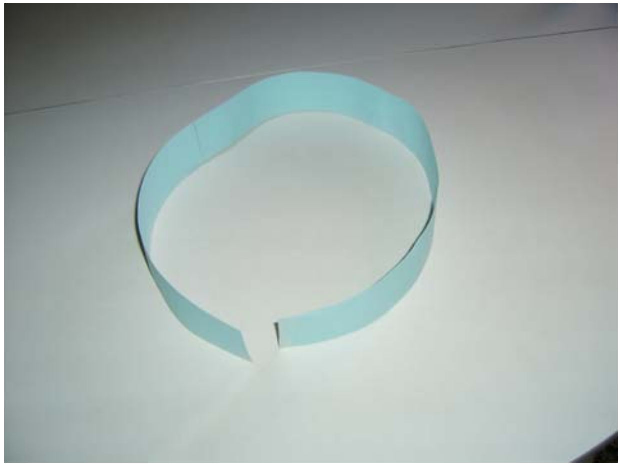


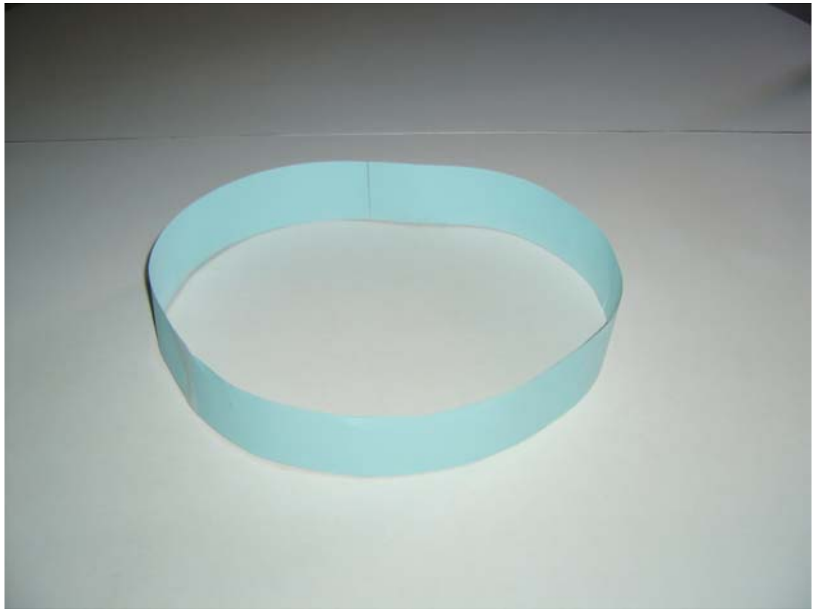
Es la parte de las matemáticas que estudia las propiedades de los objetos que son invariantes por *transformaciones continuas.*

Los tamaños, las formas y las posiciones no son importantes...

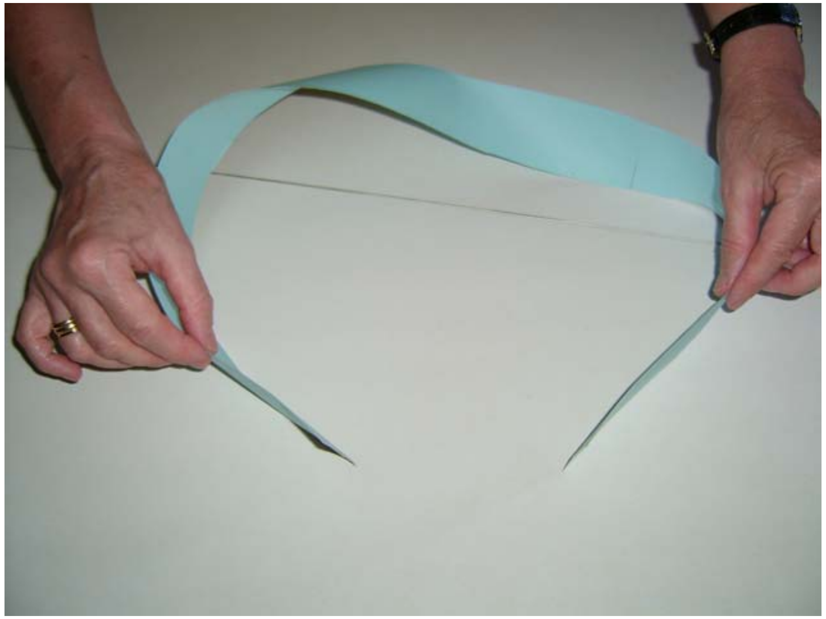
La banda de Möbius

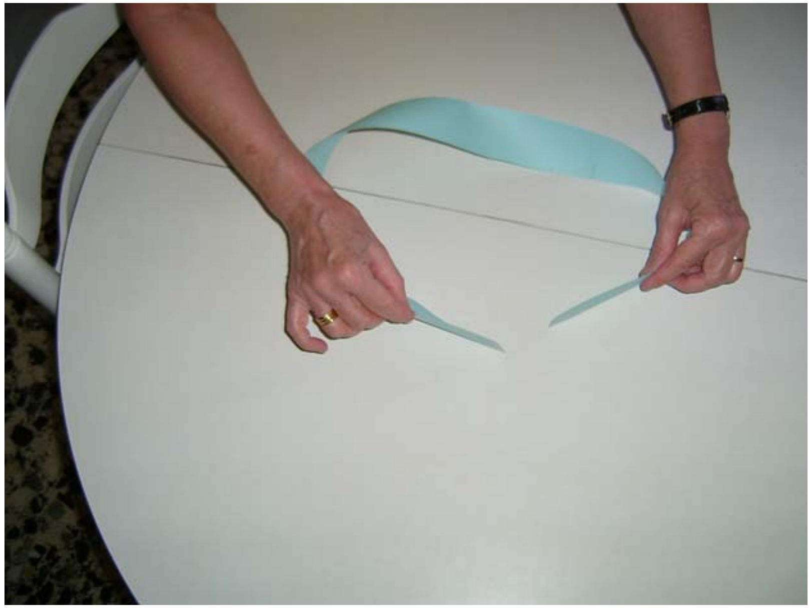


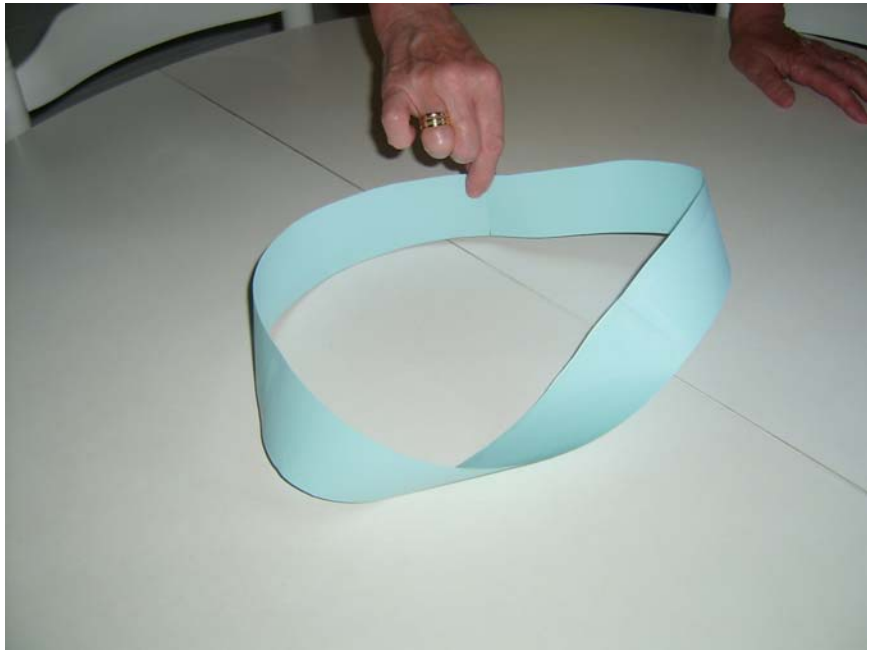




Cilindro



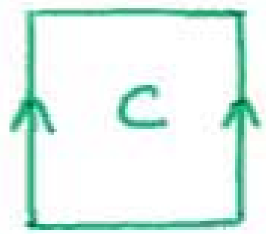
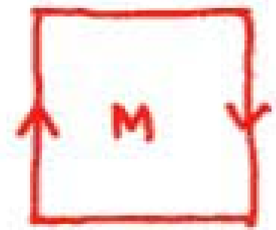
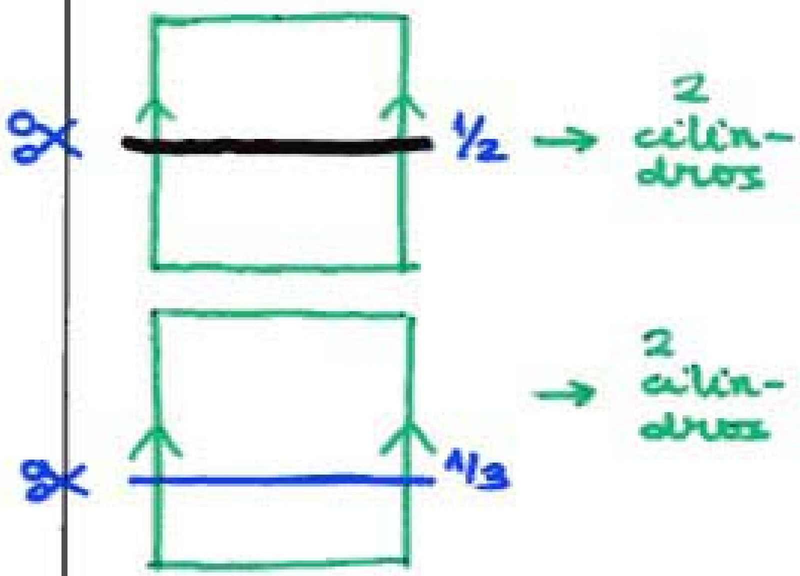
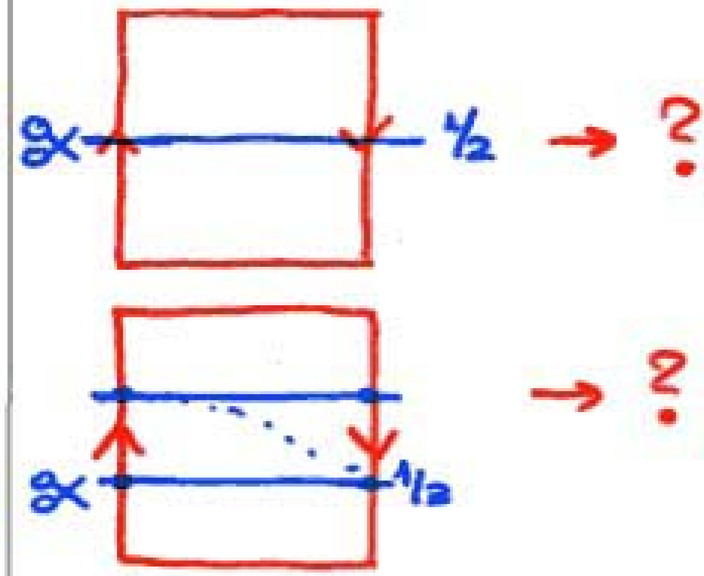


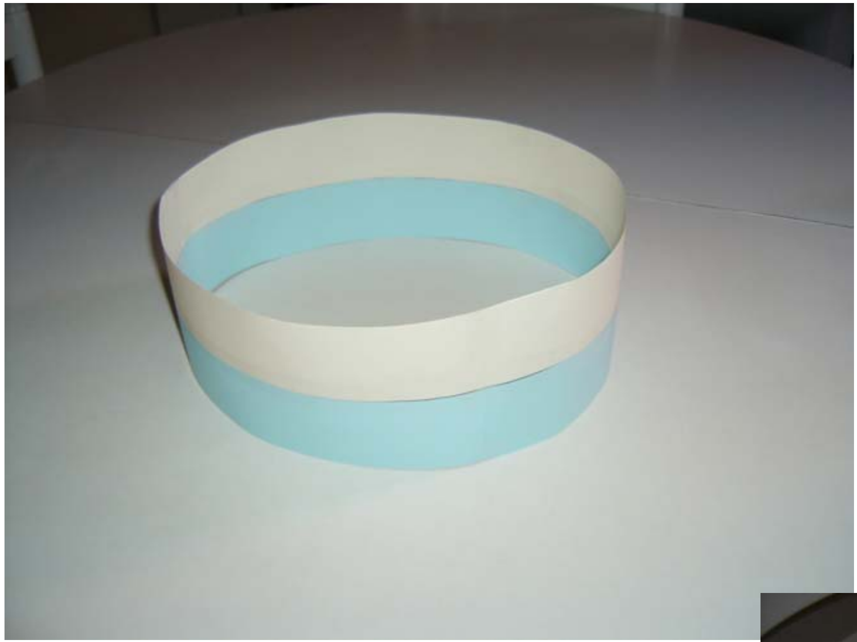


Banda de Möbius

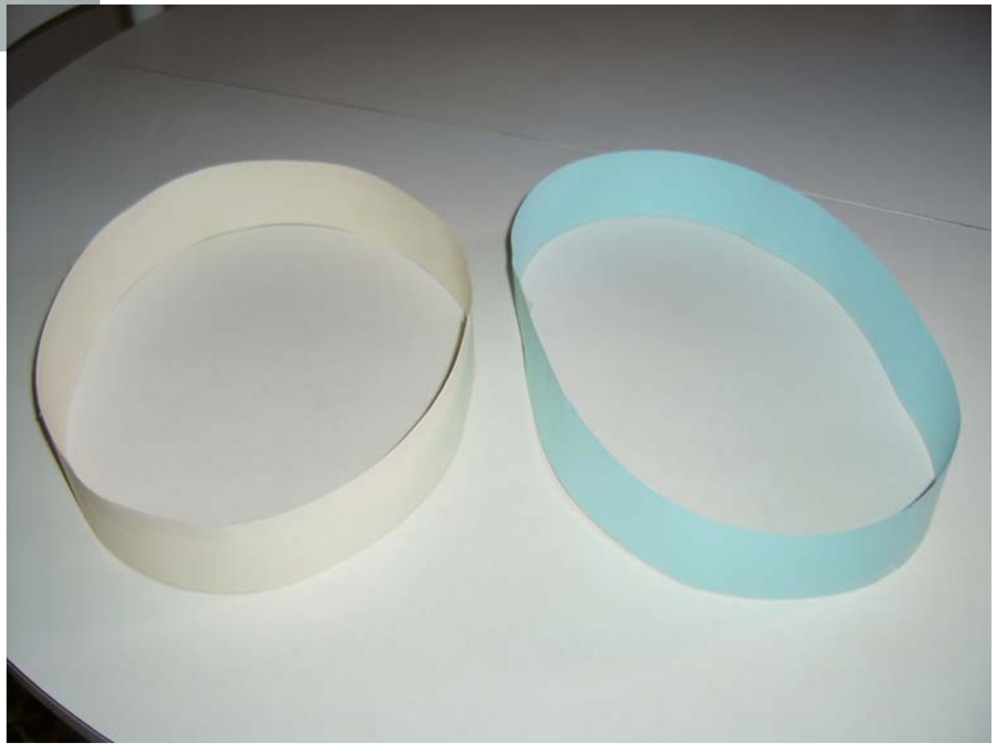
Augustus Möbius

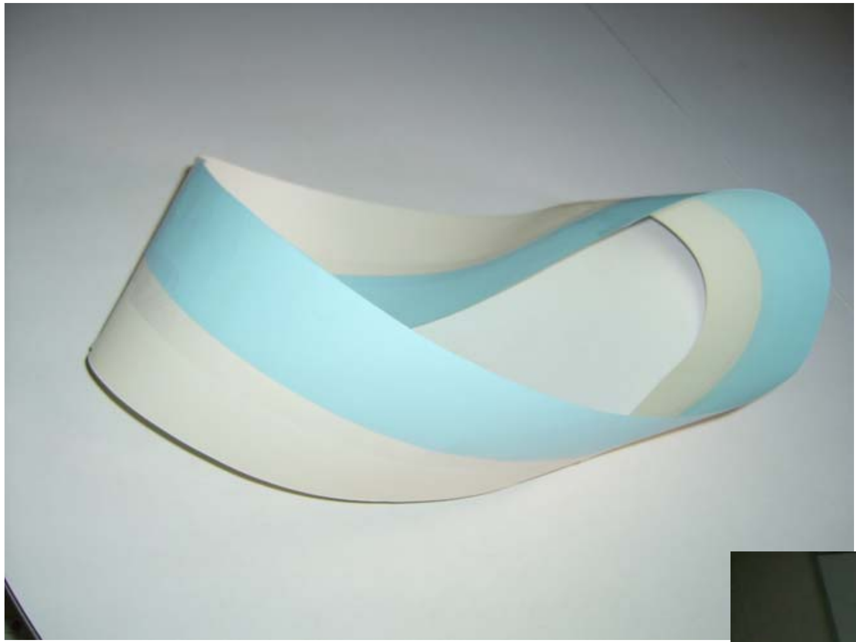
(1790-1868)

Cilindro	Banda de Möbius
	
• 2 caras: interior y exterior • 2 bordes (2 circunferencias)	• 1 única cara • 1 borde (circunferencia larga)
	

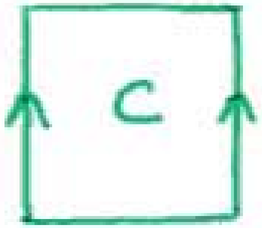
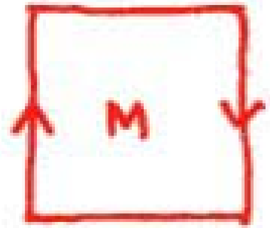


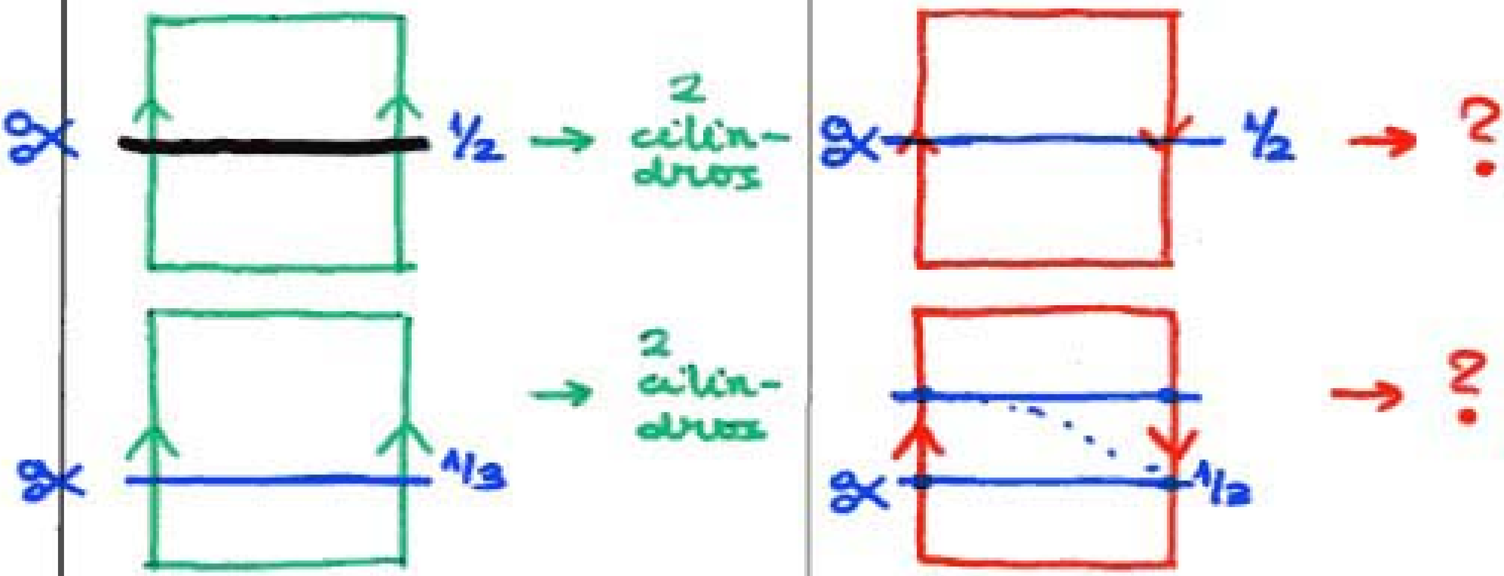
Al cortar por la mitad, se obtienen dos cilindros, la mitad de altos que el cilindro original.



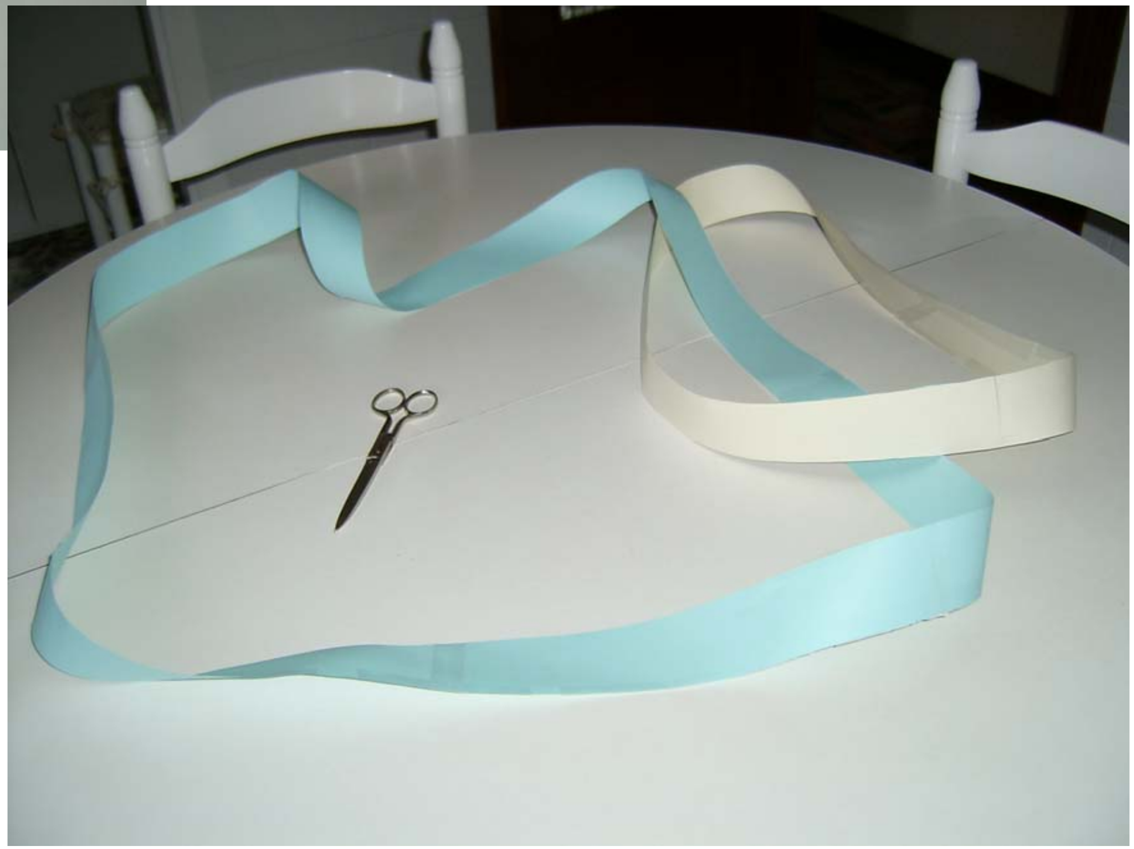


Al cortar por la mitad, se obtiene un cilindro el doble de largo y la mitad de alto que la banda original (4 semivueltas).

Cilindro	Banda de Möbius
	
• 2 caras: interior y exterior • 2 bordes (2 circunferencias)	• 1 única cara • 1 borde (circunferencia larga)



Al cortar por la tercera parte, se obtiene: una banda de Möbius (igual de larga y 1/3 de ancha) y un cilindro (el doble de largo y 1/3 de ancho, 4 semivueltas) y enlazados…



RECETA

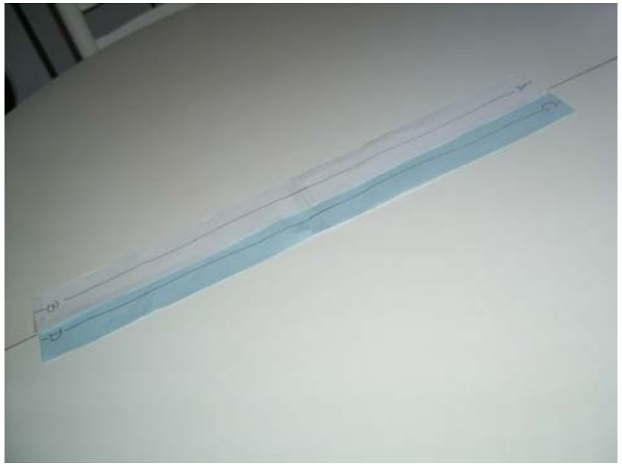
Al cortar una banda de Möbius por la *n*-ésima parte, se obtienen una banda de Möbius (igual de larga y *(n-2)/n* de ancha) y un cilindro (el doble de largo y *1/n* de ancho) y enlazados…

CASO GENERAL

Dada una tira de papel a la que se le han dado *n* semivueltas antes de pegarla, si se corta por la mitad sucede:

- **si *n* es par: aparecen 2 tiras con *n* semivueltas (dos cilindros),**
- **si *n* es impar: aparece una banda de Möbius y un lazo con *2n+2* semivueltas (un cilindro).**

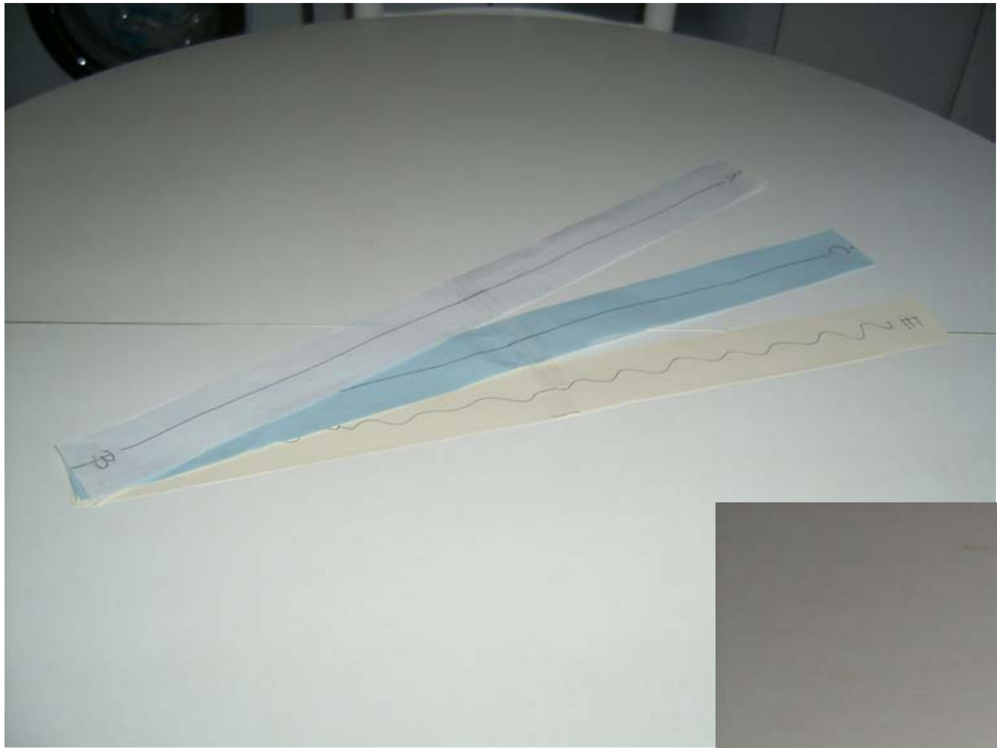
Y más experimentos…



Se cortan dos tiras de papel que se marcan con las letras A y B (blanca) y C y D (azul) en su extremos.

Se colocan una sobre la otra y en vez de pegar A con B y C con D, se da una semivuelta antes y se pegan A con D y B con C. Si pasas un clip entre las dos figuras, hay dos bandas… no hay obstáculos.

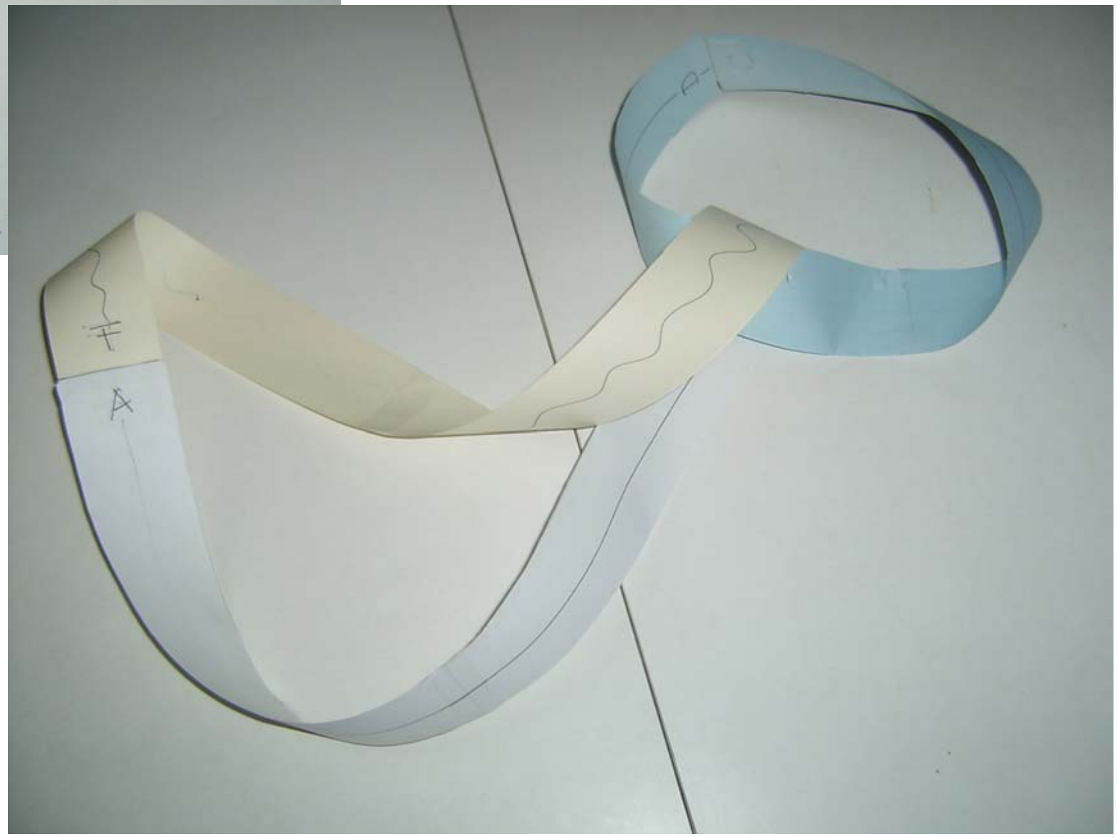
Sorprendentemente, no hay dos bandas de Möbius, sino… un cilindro, con dos semivueltas.



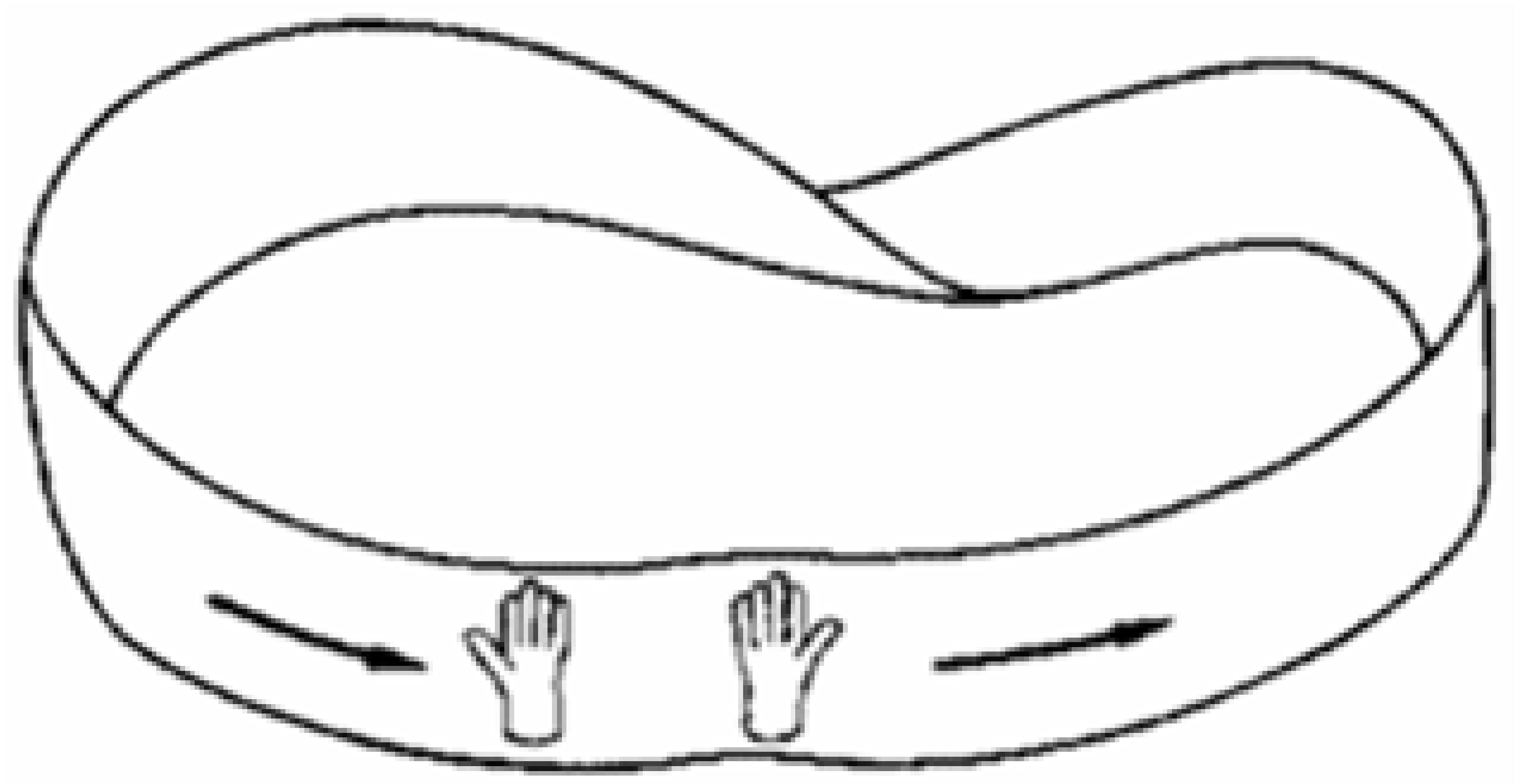
Se cortan tres tiras de papel que se marcan con las letras A y B (blanca), C y D (azul) y E y F (beis) en su extremos.

Se da una semivuelta, y se pegan A con F, B con E y C con D…

Al deshacer la figura, aparece un cilindro formado por las bandas de los extremos y la banda de Möbius central se conserva…



Estas propiedades extrañas se deben a que la banda de Möbius es no orientable.



La banda de Möbius no sólo es importante en matemáticas…

The infinity climber

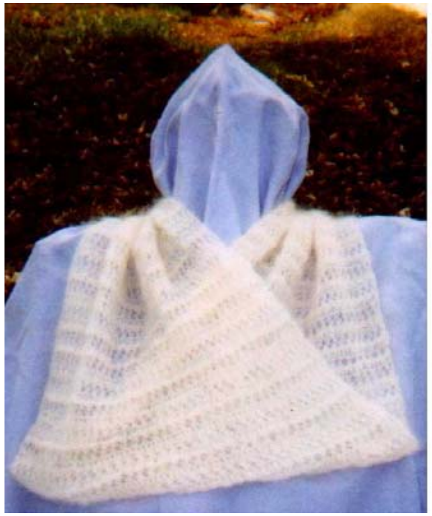
Banda de Möbius de LEGO de
Andrew Lipson

http://web.archive.org/web/20040211064801/www.lipsons.pwp.blueyonder.co.uk/lego.htm

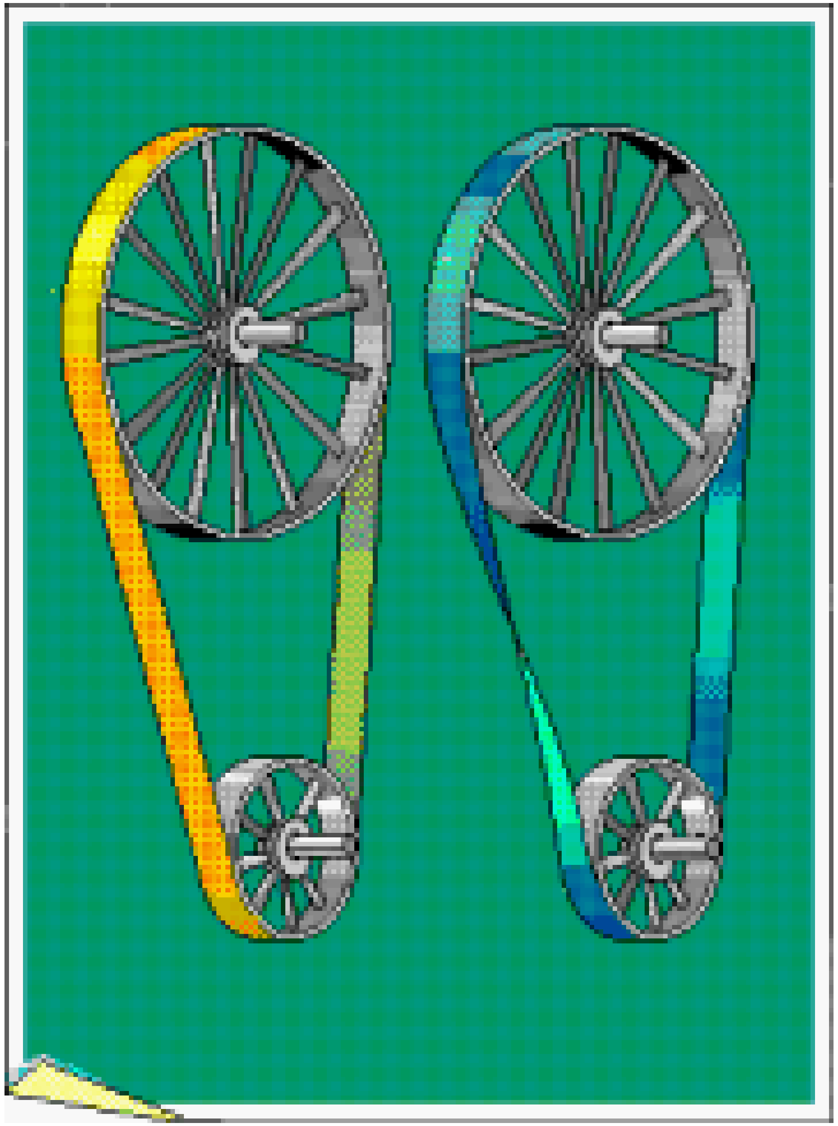
Elisabeth Zimmermann

***Bufanda de Möbius*:**

La mejor para el frío, 1983



Caltrate: suplemento de calcio

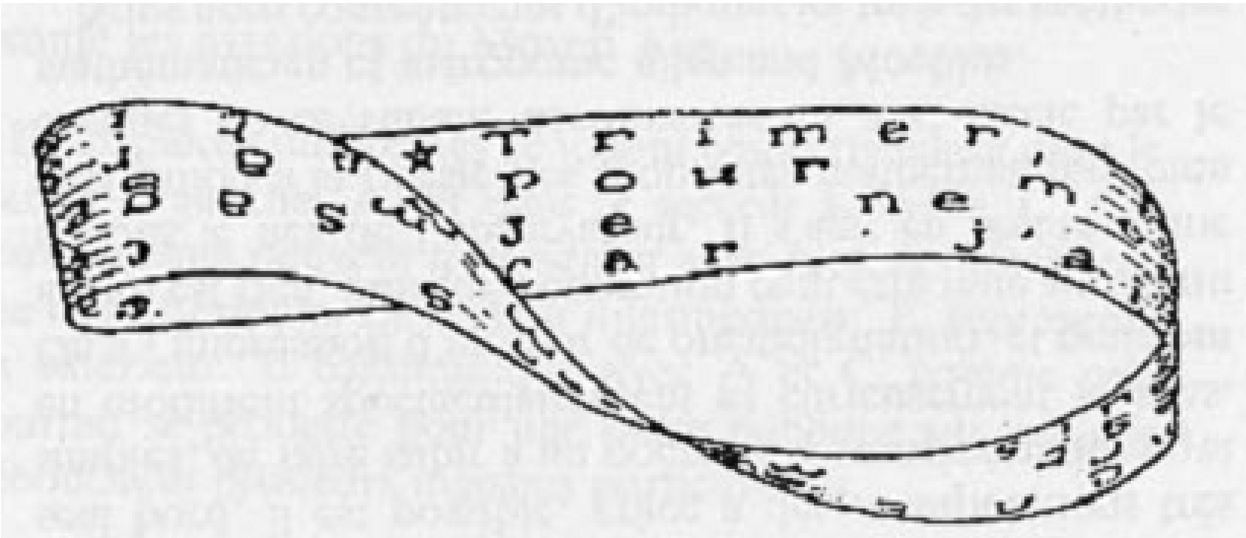


En algunas industrias se están cambiando las correas cilíndricas por "correas de Möbius" que se desgastan a menor velocidad…

El uso de estas correas dobla la vida de elementos tipo lazo como correas de transmisión planas, cintas magnéticas, hojas flexibles, etc.

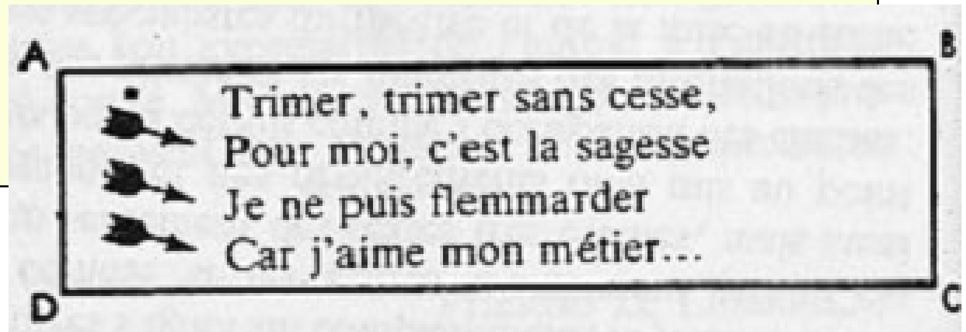
La banda de Möbius y OULIPO… para crear literatura

Luc Étienne (1908-1984) toma la banda de Möbius, la somete a simples manipulaciones, y transforma un poema en otro cuyo sentido cambia espectacularmente…



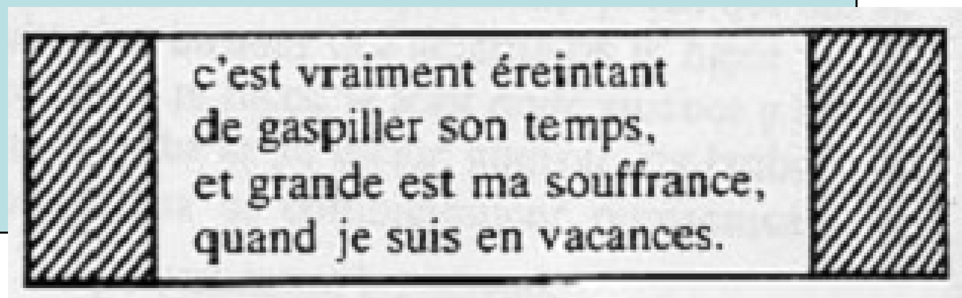
En la primera cara de una banda de papel rectangular (al menos 10 veces más larga que ancha) se escribe la mitad de la poesía:

Trabajar, trabajar sin cesar,
para mi es obligación
no puedo flaquear
pues amo mi profesión…



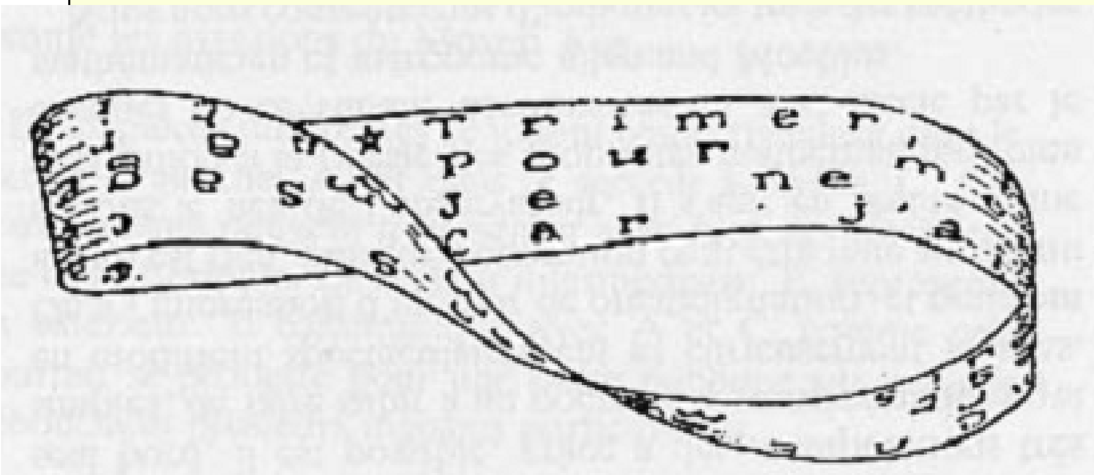
Se gira esta tira de papel sobre su lado más largo (es esencial), y se escribe la segunda mitad del poema:

Es realmente un tostón
perder el tiempo,
y grande es mi sufrimiento,
cuando estoy de vacación.



Se pega la tira para obtener una banda de Möbius y sobre ella se lee (sólo tiene una cara) algo con sentido “opuesto” a la suma de los dos poemas anteriores:

Trabajar, trabajar sin cesar, es realmente un tostón
para mi es obligación perder el tiempo
no puedo flaquear y grande es mi sufrimiento,
pues amo mi profesión… cuando estoy de vacación.



Trimer, trimer sans cesse, c'est vraiment éreintant
Pour moi, c'est la sagesse de gaspiller son temps
Je ne puis flemmarder, et grande est ma souffrance,
Car j'aime mon métier... quand je suis en vacances.

¿Qué pasa con el agujero cuando el queso se ha terminado?

Bertold Brecht

¡GRACIAS!