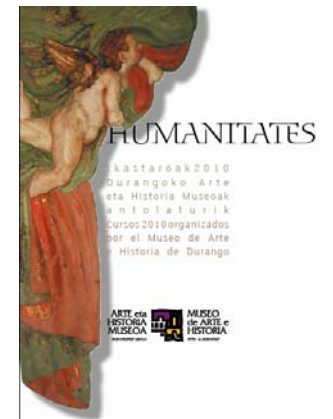
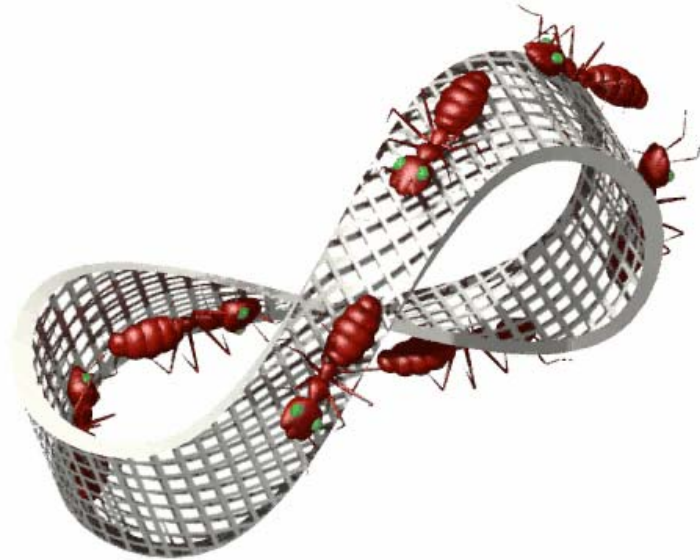
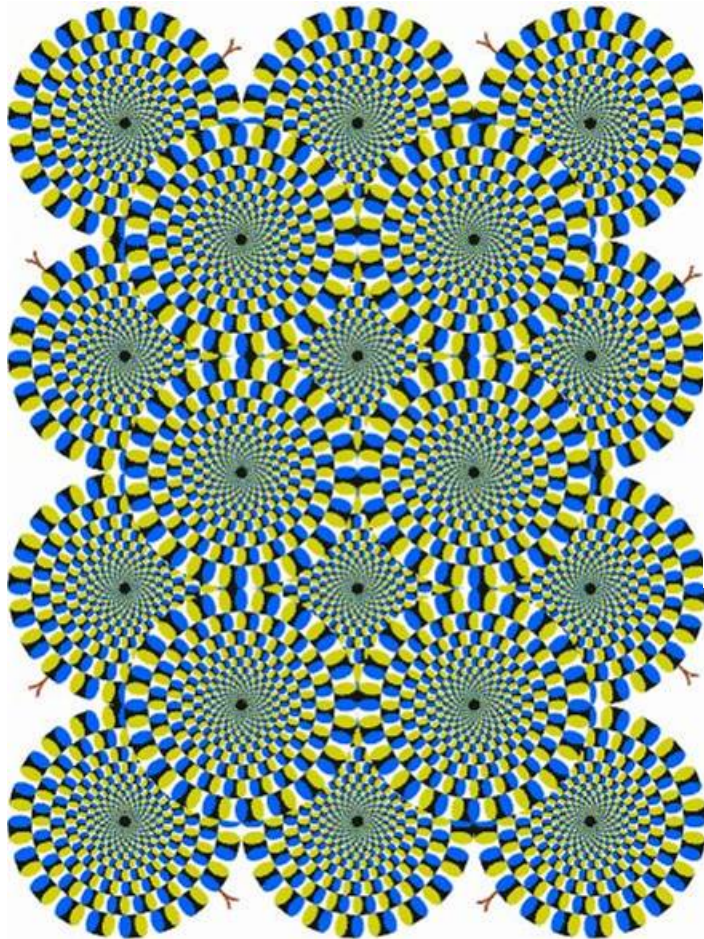


# Paradojas lógicas y visuales II

Marta Macho Stadler, UPV/EHU



Durango, 3 de mayo de 2010



# Scott Kim: *Input-Output*



# **Scott Kim: *Melody-Rhythm***



# La paradoja del cuervo

Carl Hempel (1905-1997), inventor de esta paradoja, afirma que la existencia de una **vaca de color violeta** incrementa la probabilidad de que los cuervos sean negros.

*¿Por qué?*





Para responder,  
establezcamos la ley:  
***Todos los cuervos son  
negros,*** de una manera  
diferente, pero lógicamente  
equivalente ***Todos los  
objetos no-negros no son  
cuervos.***



***Hempel dice: He encontrado un objeto no-negro - una vaca violeta. Esto confirma (débilmente) la ley “Todos los objetos no-negros no son cuervos”. Y así, también confirma la ley equivalente “Todos los cuervos son negros”.***

Es fácil encontrar miles de objetos no-negros que no son cuervos, confirmando así de manera más fuerte la ley. El problema es que observando objetos no-negros se confirma la ley

***“Todos los cuervos son negros”***

pero sólo a un nivel “infinitesimal”.

La clase de objetos que no son cuervos, es tan enormemente grande comparada con las que son cuervos que el grado con el cual un no-cuervo que es no negro confirma la hipótesis es despreciable...

Los detractores de Hempel opinan que la existencia de una **vaca de color violeta** confirma del mismo modo el enunciado

***“Todos los cuervos son blancos”...***



# ¿Ilusión?



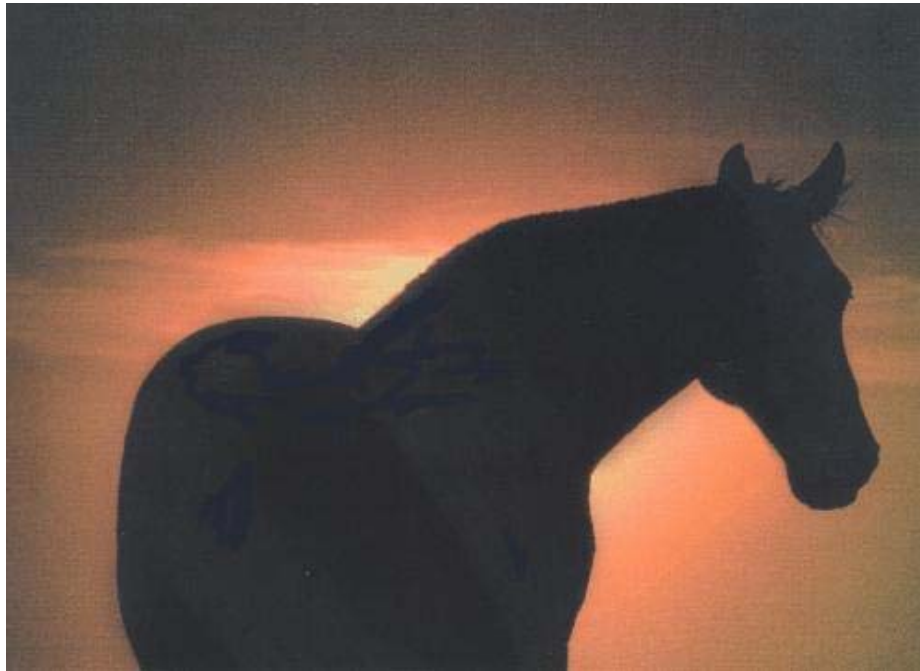
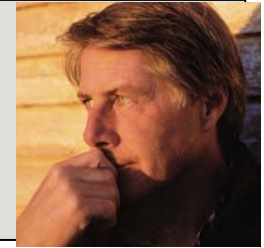
**El jardín de los sueños, diseñado por M. Hall y H. Yarrow**

***EVA***

***2006, Chelsea Flower Show, Londres.***



# Ilusión fotográfica



*¿Hacia que lado mira el caballo?*

**Jerry Downs**



Esta foto fue tomada a los camellos en el desierto. Es justamente, considerada una de las mejores del año 2005 y fue publicada por National Geographic. **Los camellos son las líneas blancas, la forma negra que vemos es la sombra... absolutamente espectacular.**



Fotoğraf: George Steinmetz

Dev Develer

© 2005 National Geographic Society. Her hakkı saklıdır.

National Geographic Türkiye, Şubat 2005

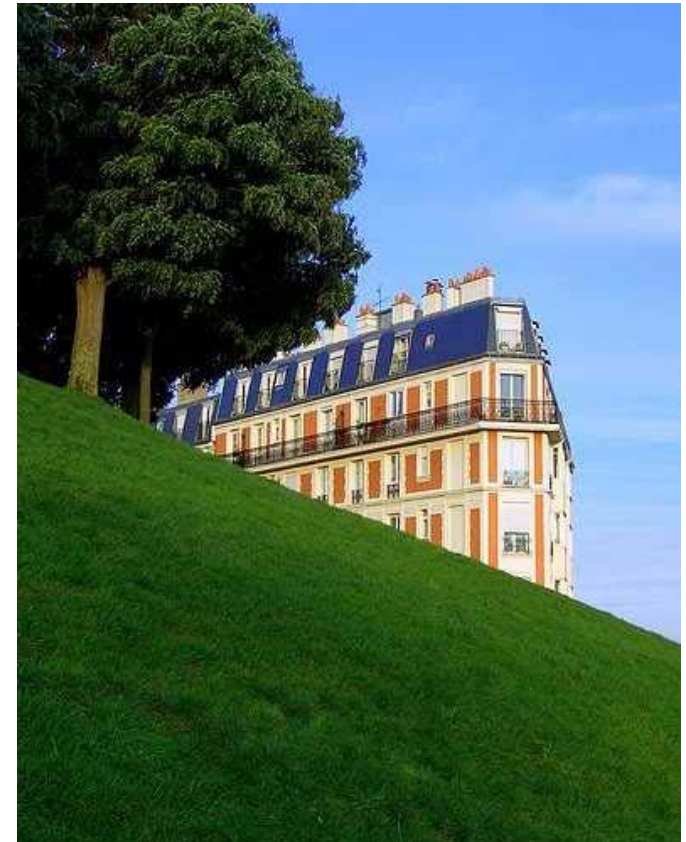




Este castillo francés parece hundirse en el césped: sólo es una foto, que no ha sido manipulada ni retocada. La segunda imagen es del mismo edificio, pero tomada desde otro punto de vista.

En la primera imagen se ha inclinado la cámara, y se ha tenido cuidado de incluir parte del árbol, pero no el tronco. Nuestra mente interpreta que la hierba marca la línea del horizonte...

... en la imagen le indica lo contrario. La segunda figura muestra que hay una inclinación en el césped, y que el edificio no está hundiéndose. La vista del tronco ratifica la realidad de la imagen.

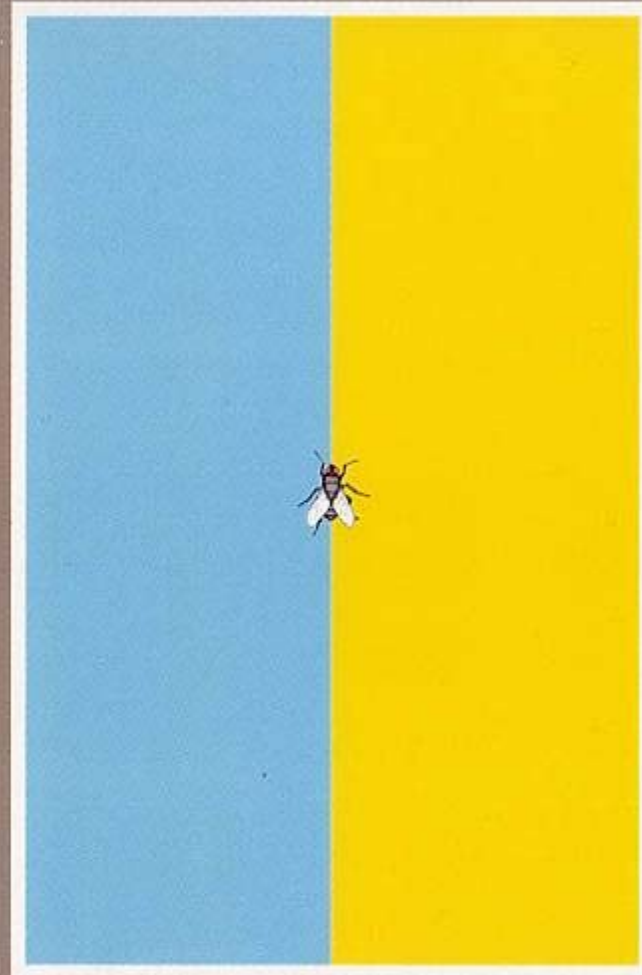
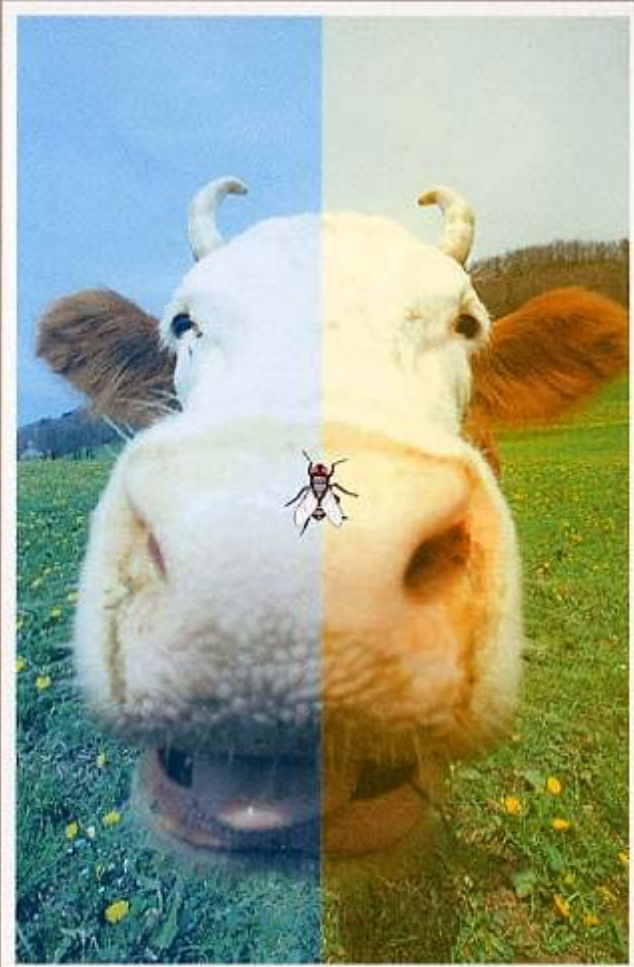


# Ilusión óptica





[http://www.archimedes-lab.org/Gallery/new\\_optical\\_illusions/index.html](http://www.archimedes-lab.org/Gallery/new_optical_illusions/index.html)

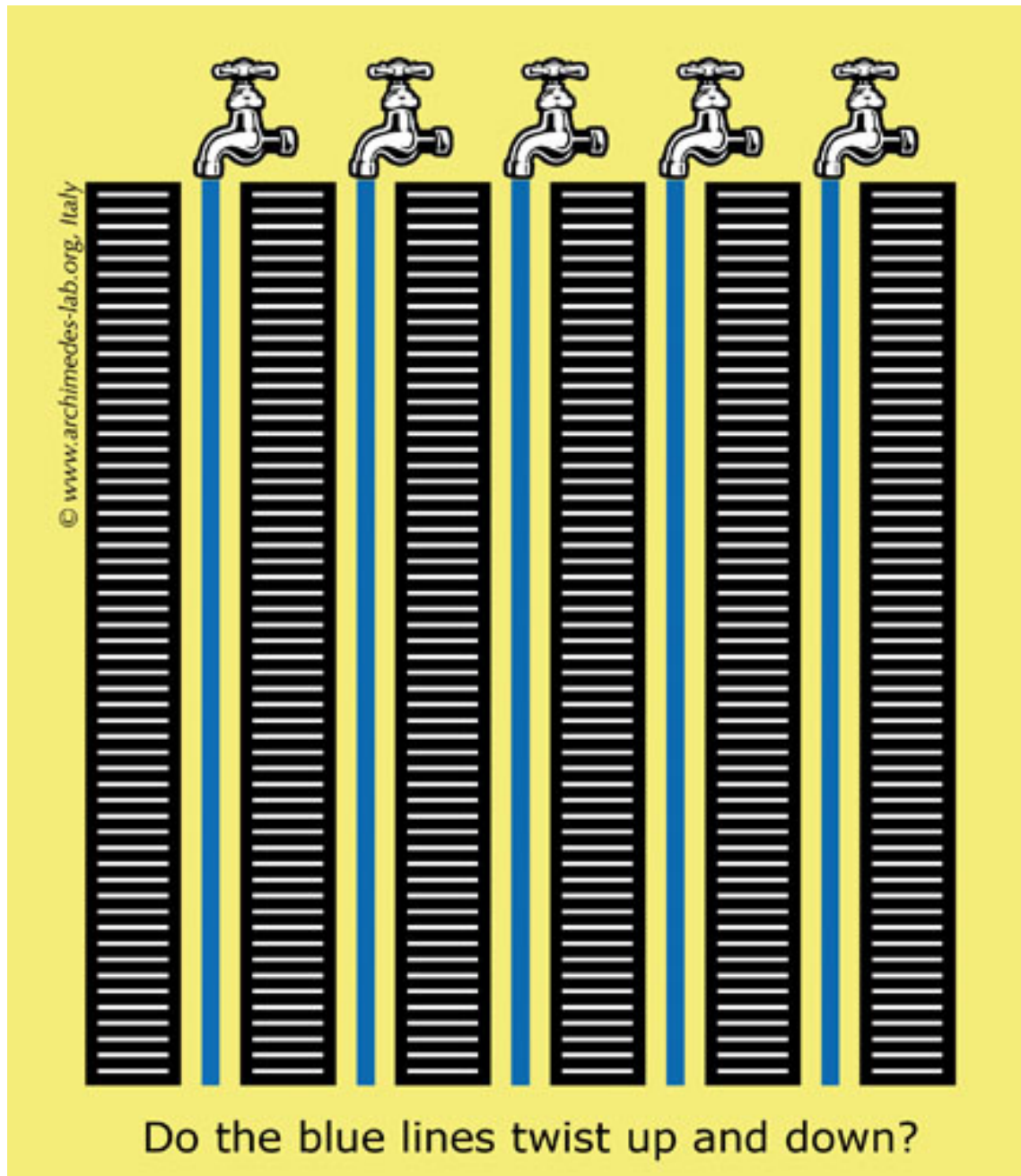


©1998, Gianni A. Sarcone, www.archimedes-lab.org

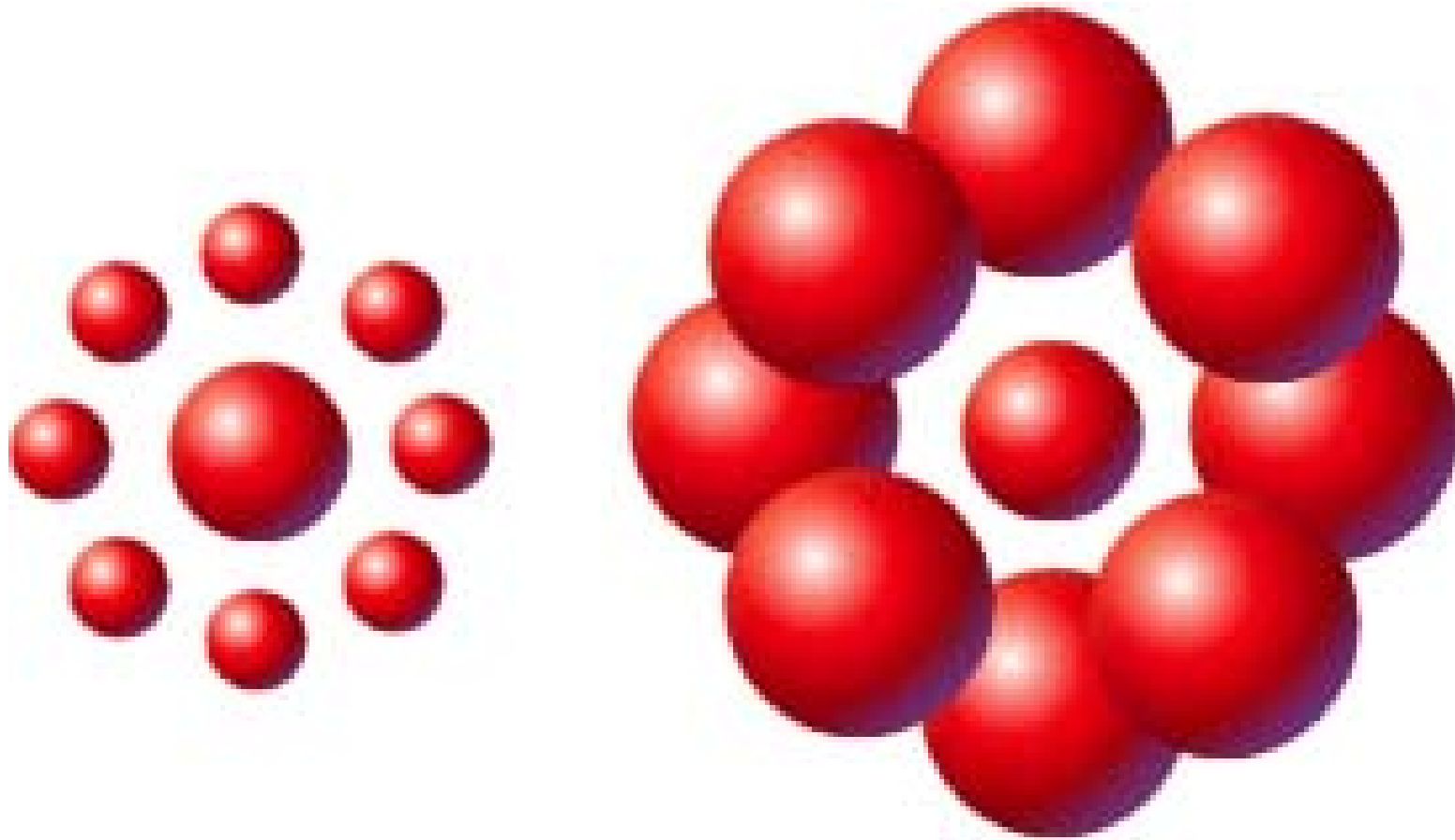
El color en esta foto de una vaca no está bien equilibrado; el lado izquierdo es menos amarillo que el derecho...

Para restaurar el color, mira la mosca del segundo diagrama durante 30 segundos y después mira a la vaca de nuevo...

[http://www.archimedes-lab.org/Gallery/new\\_optical\\_illusions/index.html](http://www.archimedes-lab.org/Gallery/new_optical_illusions/index.html)

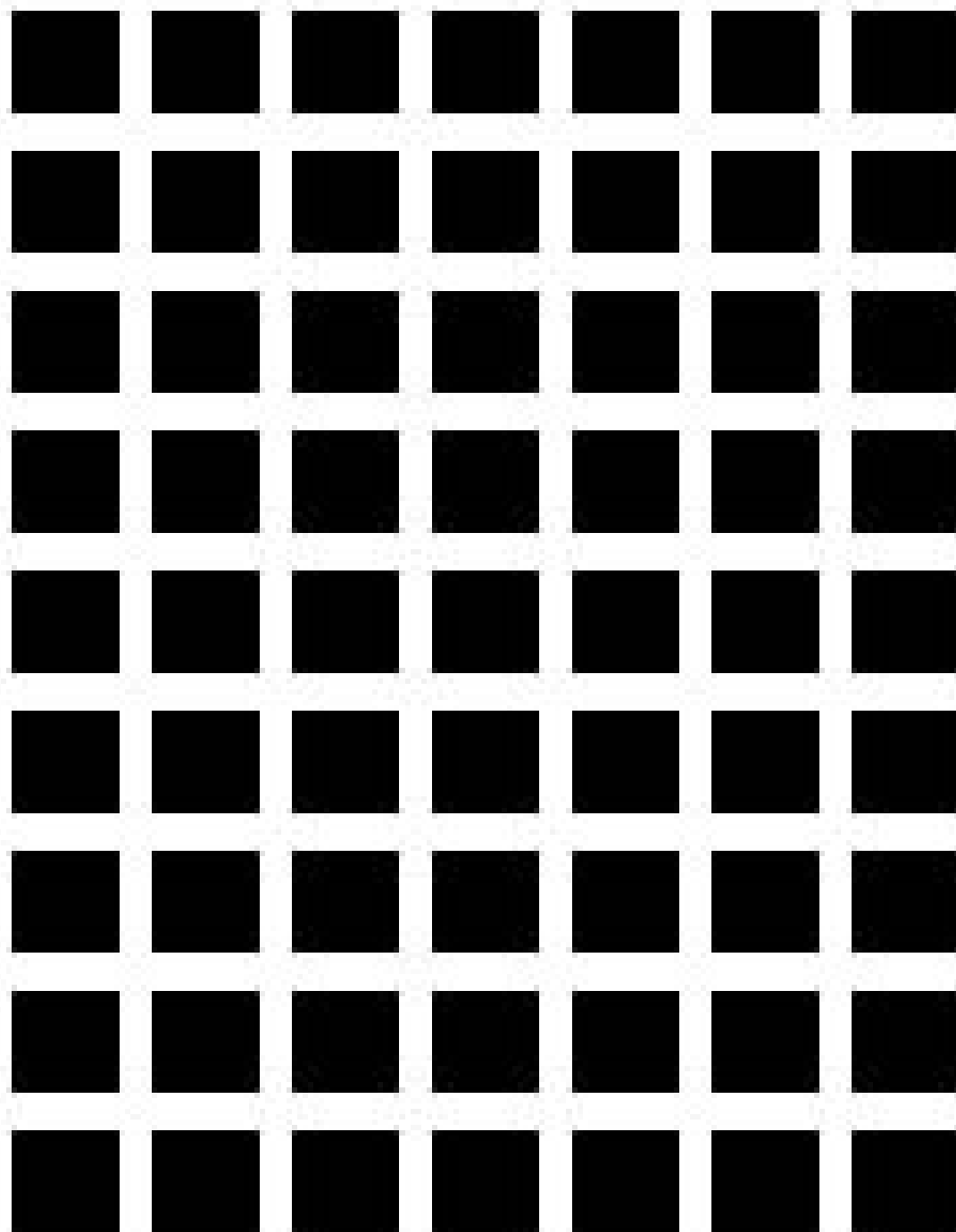


**Moción aparente:  
parece que el agua  
fluye... es una ilusión  
óptica debida a la  
“inhibición lateral”.**



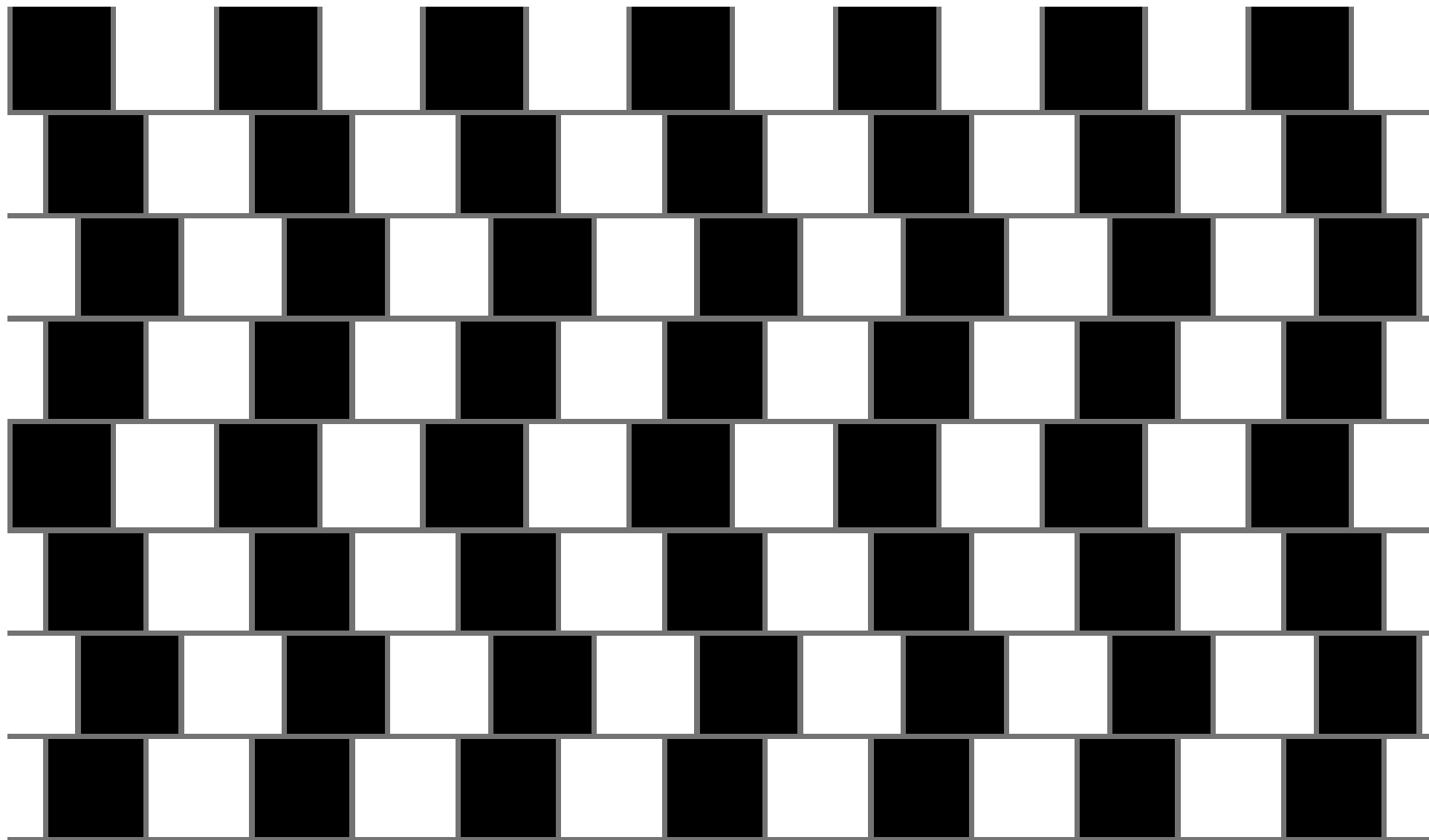
## **Titchener y Delboeuf**

**¿Cuál de los dos círculos centrales es de mayor tamaño?**

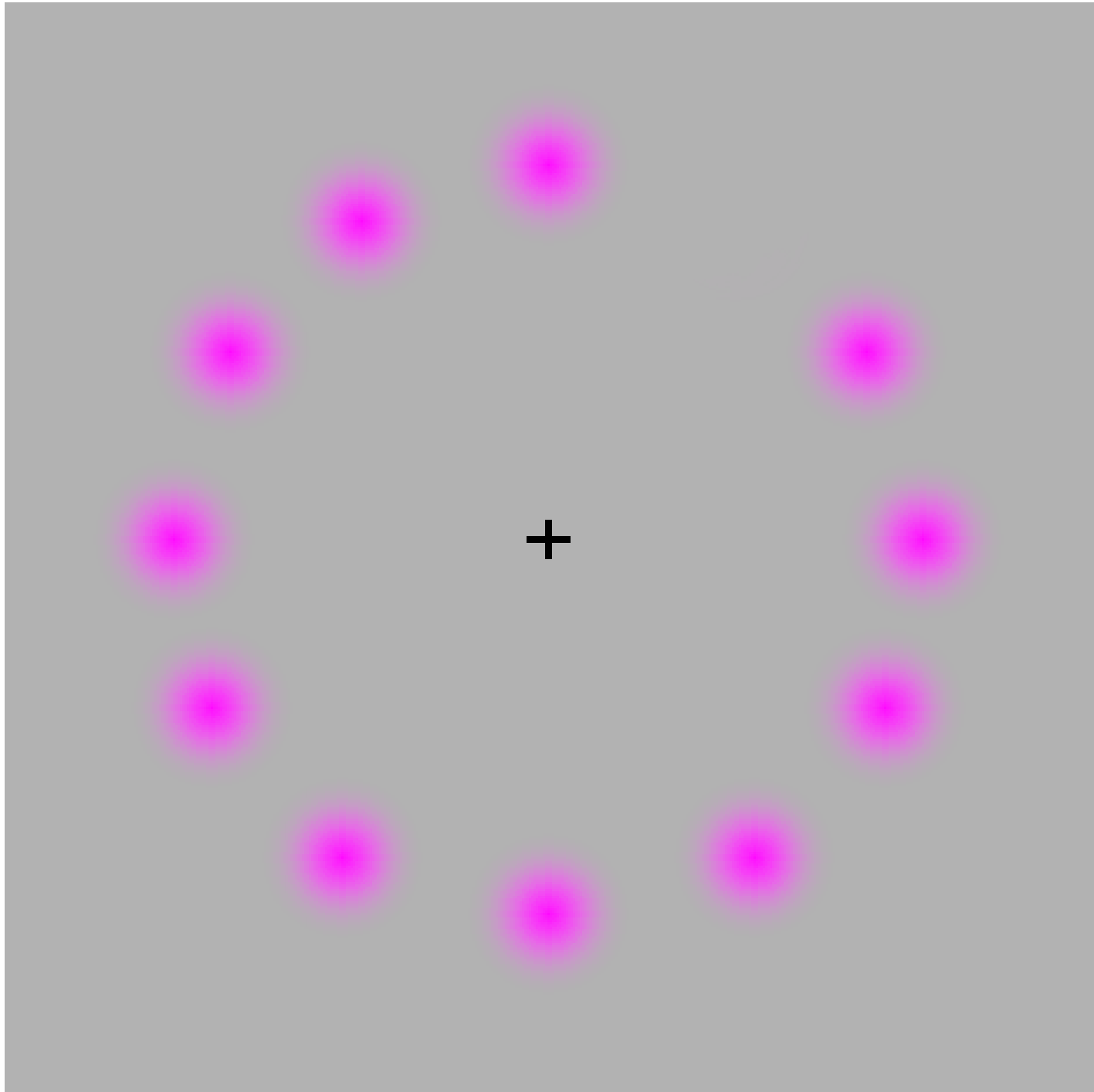


**Ilusión del enrejado  
por contraste de  
colores**

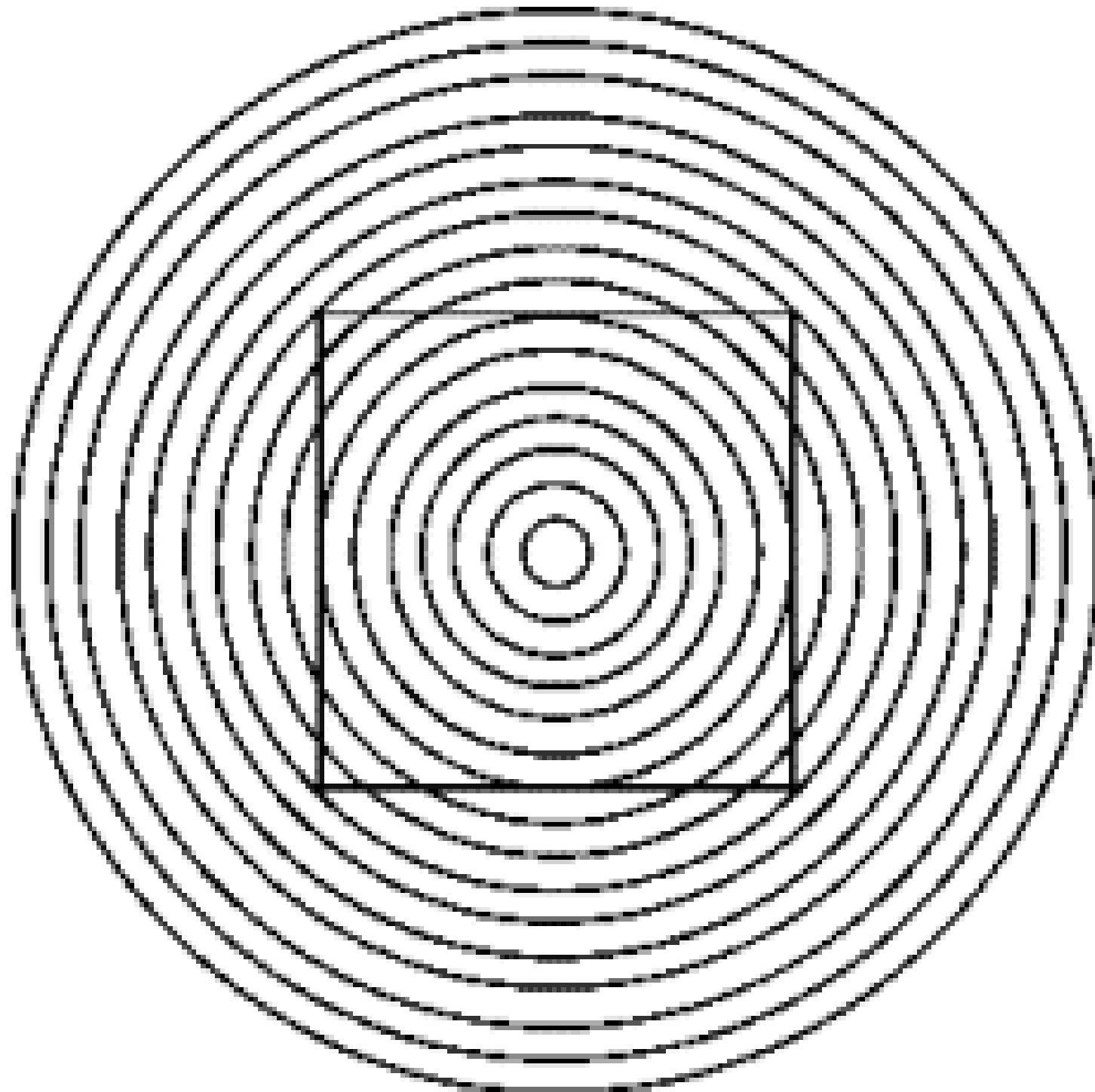




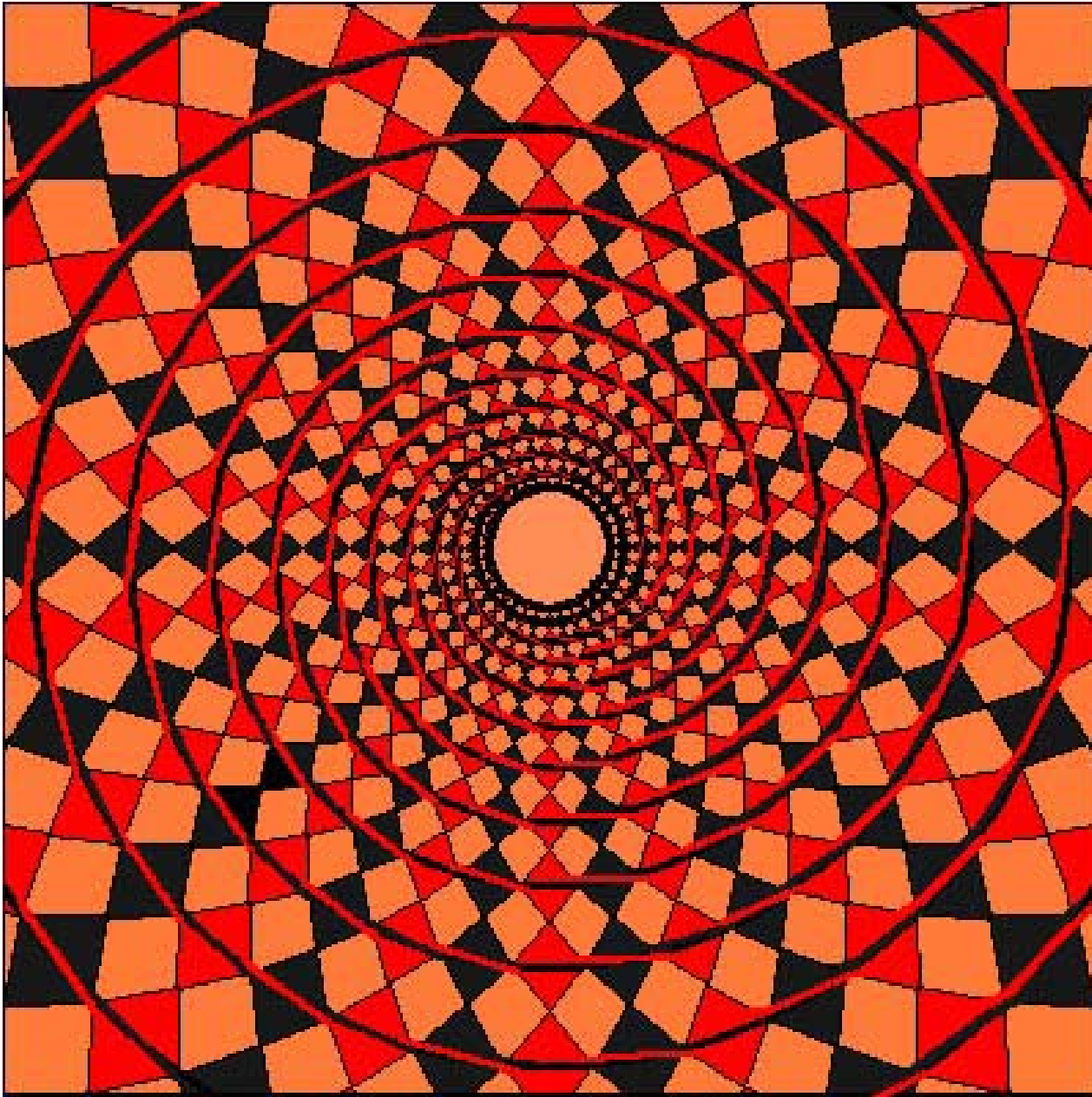
¿Son paralelas las líneas?



**Si tus ojos siguen el movimiento del punto rotativo rosado, sólo verás un color: rosa. Si tu mirada se detiene en la cruz negra del centro, el punto rotativo se vuelve verde. Ahora, concéntrate en la cruz central. Después de un breve periodo de tiempo, todos los puntos rosas desaparecerán y sólo verás un único punto verde girando... En realidad no hay ningún punto verde, y los puntos rosas no desaparecen.**

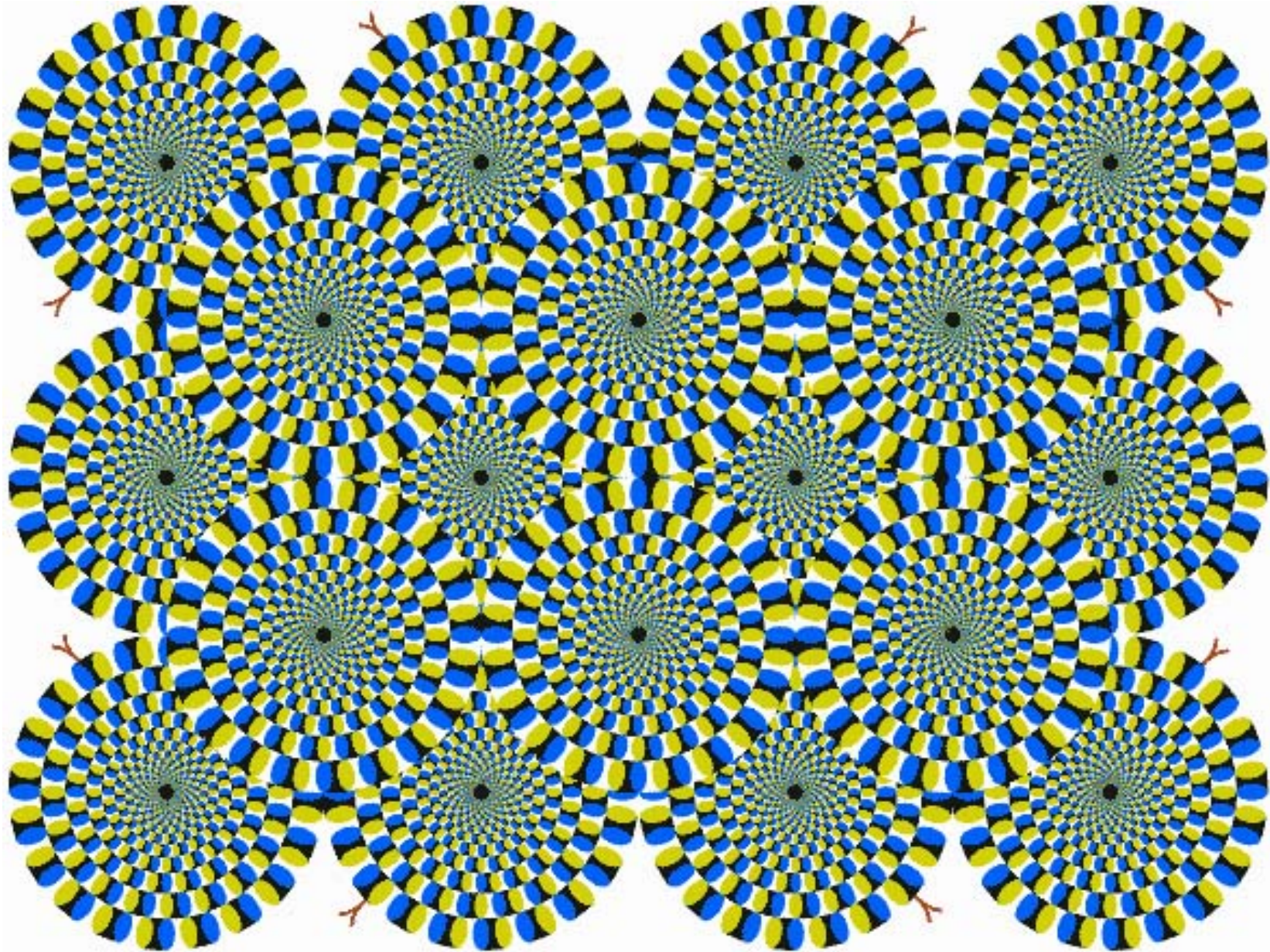


**¿Qué es  
la figura  
central?**



**Ilusión de las  
cuerdas de  
Frazier**





*Serpientes rotando*

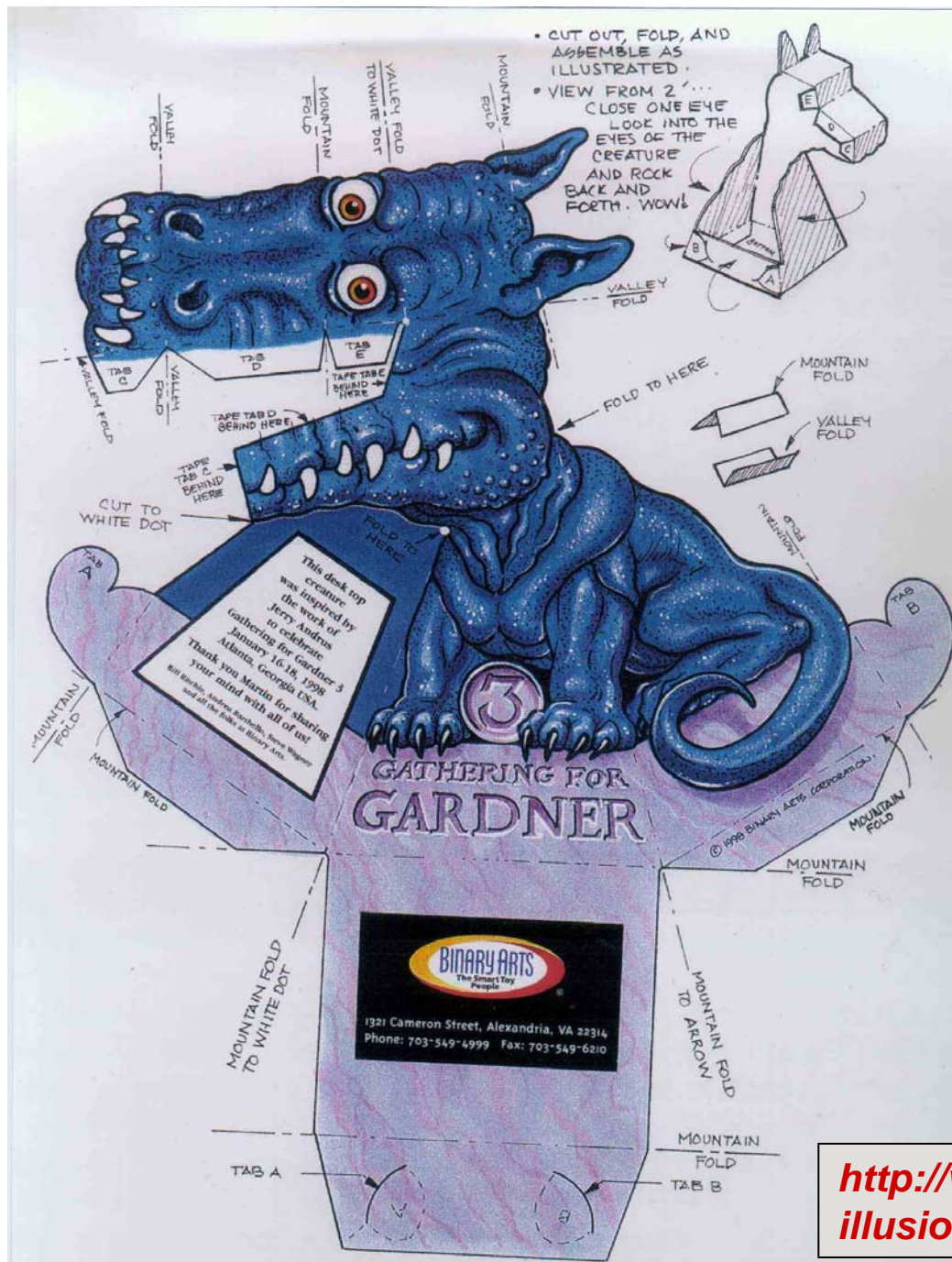
<http://www.ritsumeai.ac.jp/~akitaoka/index-e.html>

Akiyoshi Kitaoka

# Ilusión óptica en 3D







**Si te mueves alrededor de este dragón de papel, parece que te sigue a lo largo de la habitación.**

**¿Qué sucede? Cuando te mueves alrededor de un objeto sólido, tu cerebro sabe como se comporta. Pero este dragón nos da “falsas pistas”... interpretamos que la nariz del dragón apunta hacia nosotros, cuando de hecho su cara es cóncava...**

**[http://www.grand-illusions.com/opticalillusions/dragon\\_illusion/](http://www.grand-illusions.com/opticalillusions/dragon_illusion/)**

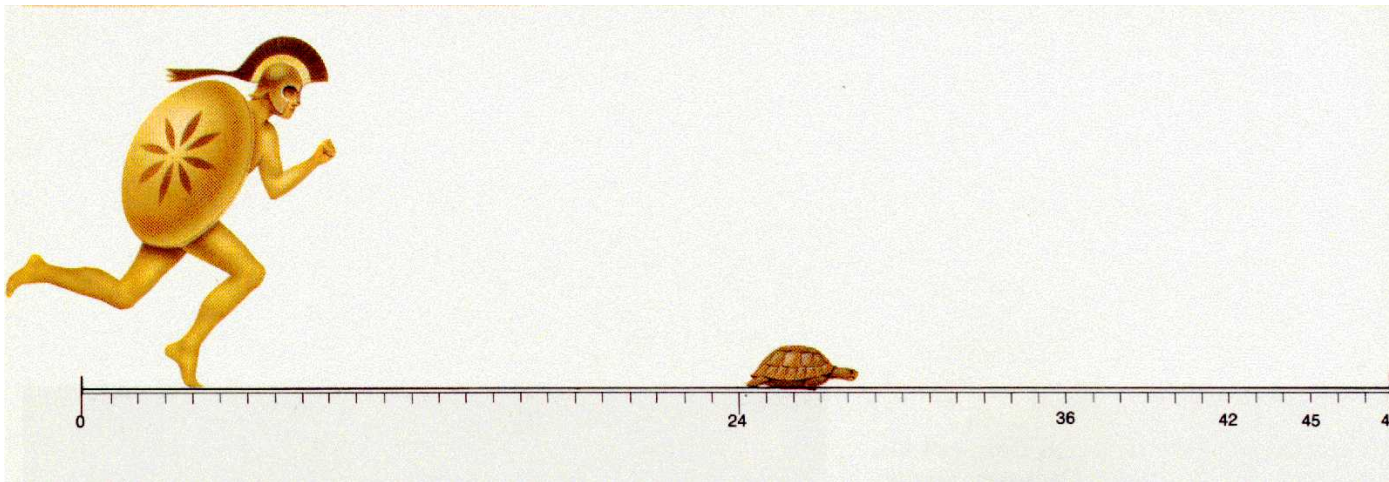


© [www.grand-illusions.com](http://www.grand-illusions.com)



# Aquiles y la tortuga (Zenón)

Se arregla una carrera entre Aquiles y la tortuga. Como Aquiles es mucho más veloz que la tortuga, el héroe permite una cierta ventaja al “lentísimo” animal.



**Paradoja**: Aquiles no puede **nunca** alcanzar a la tortuga, independientemente de lo rápido que corra y de lo larga que sea la carrera: cada vez que el perseguidor alcanza un lugar donde ha estado la perseguida, la tortuga se adelanta un poco...

Algo debe ser falso en el argumento... la falacia que surge es la noción equivocada de que cualquier sucesión infinita de intervalos de tiempo debe sumar toda la eternidad...



**Solución (física):** Si el espacio y el tiempo son indefinidamente divisibles, el movimiento sería imposible.

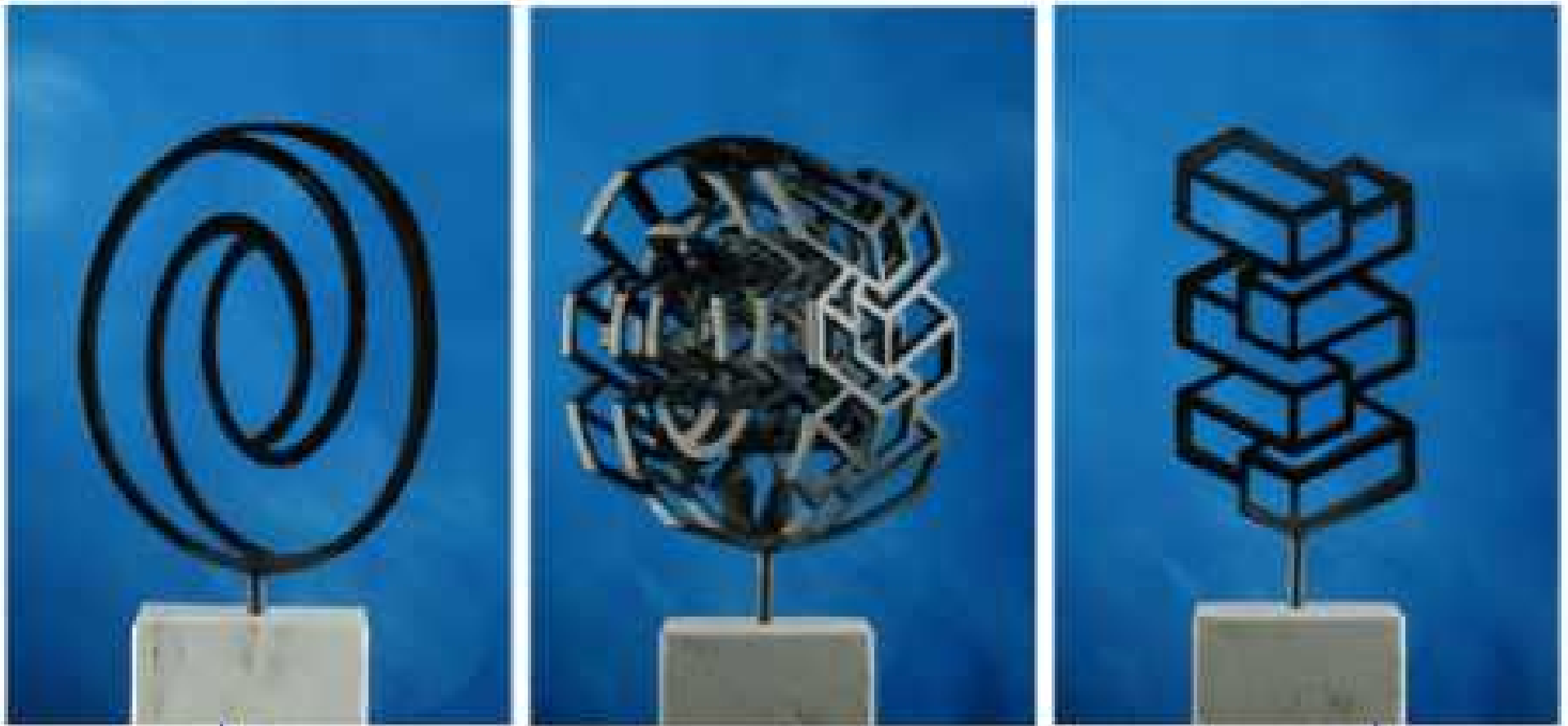
**Solución (matemática):** convergencia de la serie  
 $1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots + 1/2^n + \dots = 1$

# Figuras imposibles



**Guido Moretti (1947-)**

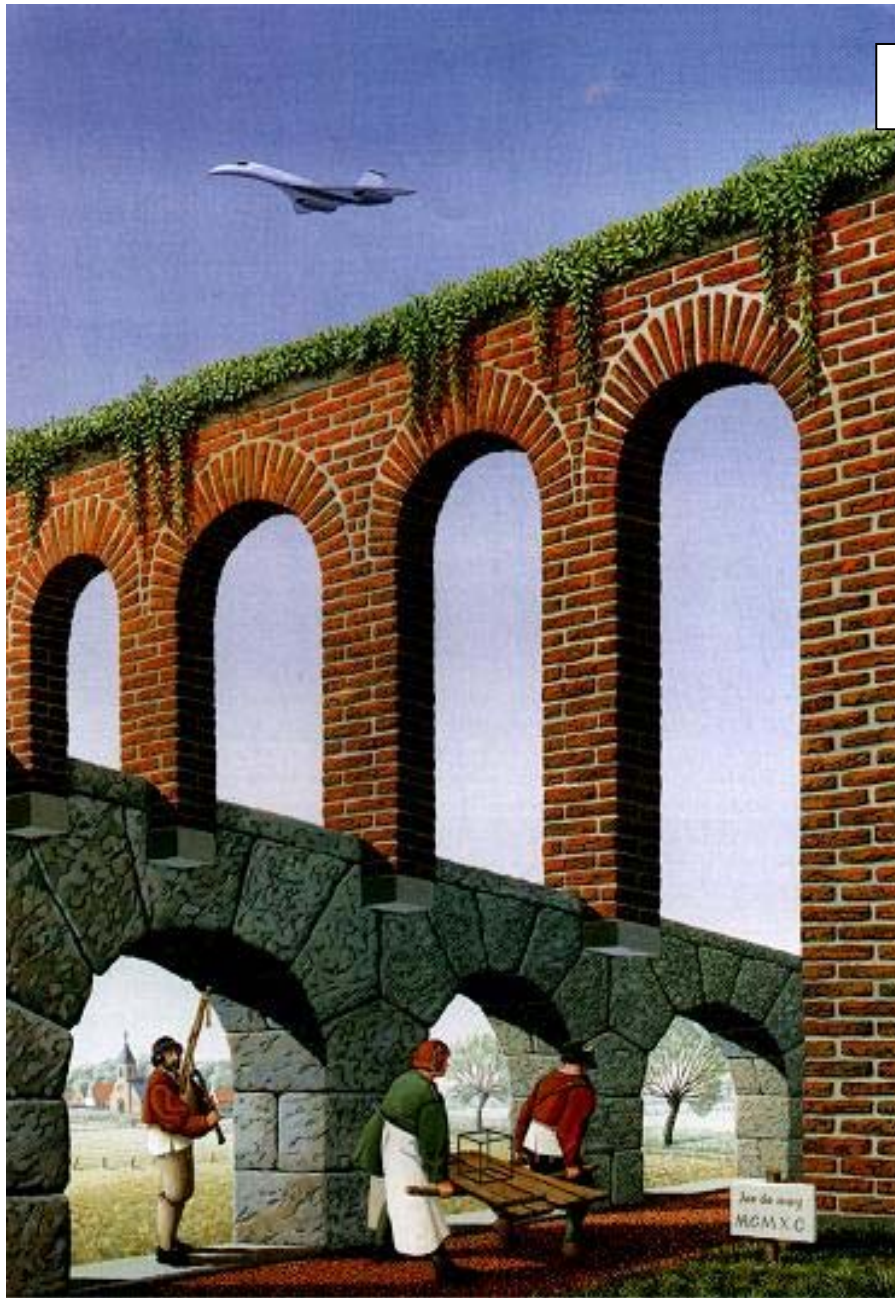
[http://www.guidomoretti.it/S\\_terzavia.htm](http://www.guidomoretti.it/S_terzavia.htm)



**Anillo y Paralelepipedos imposibles**

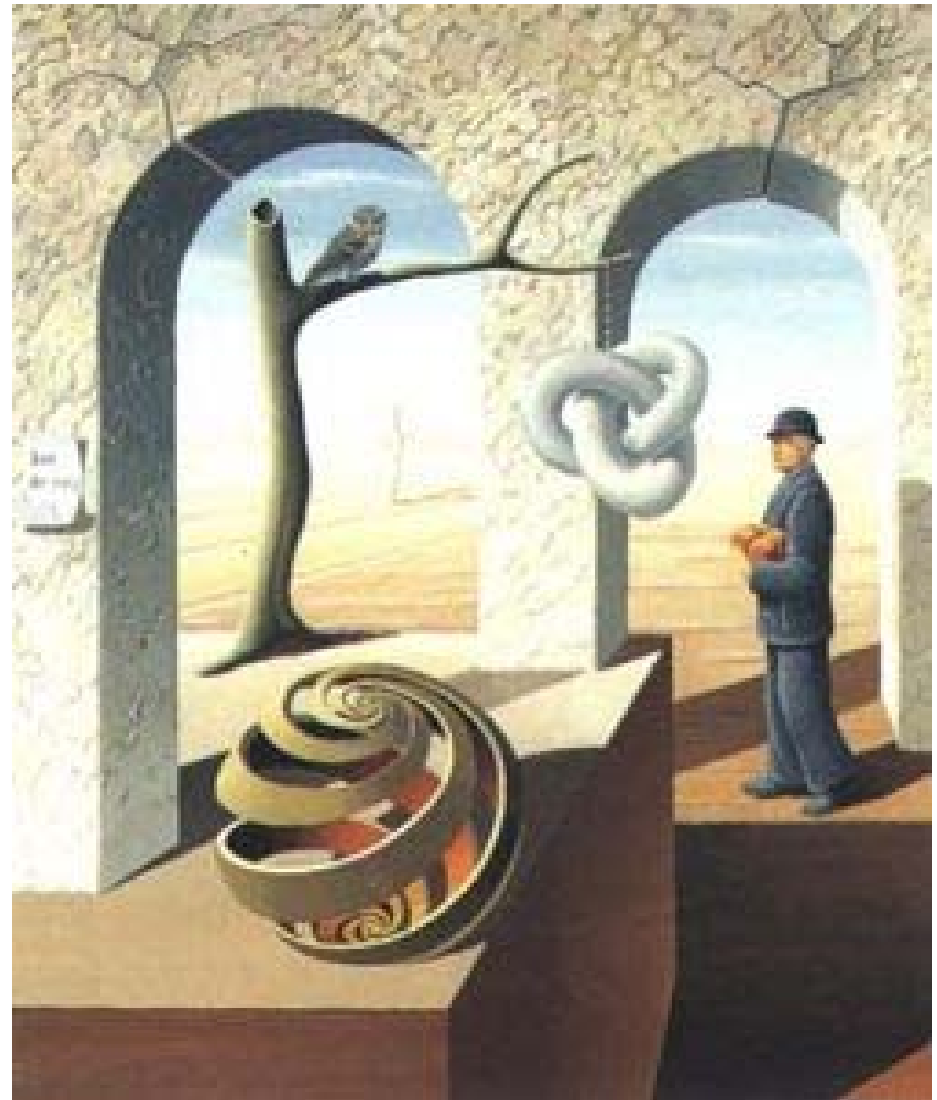
**Video + video Haemakers**

***Aquaviaduct***



**Jos de Mey (1928-)**

***Un personaje de Magritte con  
objetos de Escher, 1996***





# La paradoja de Fermi

Si un pequeño porcentaje de los billones de estrellas en la galaxia fueran el hogar de civilizaciones con tecnología, capaces de colonizar a distancias interestelares, la galaxia completa estaría ***invadida*** en unos pocos millones de años. La ausencia de tales civilizaciones extraterrestres visitando la tierra es ***la paradoja de Fermi***.



**¿Dónde están?**

Existen dos corrientes principales en la visión de la vida:

- los ***copérmicos***: la tierra es un planeta cualquiera alrededor de una estrella cualquiera de la galaxia, la vida es un fenómeno corriente y lleva algún día a la aparición de civilizaciones tecnológicas;
- los ***geocéntricos***: el lugar del Hombre es la conquista de una galaxia “vacía” de civilizaciones. ***¡Los geocéntricos se han equivocado tanto a lo largo de la historia!***


Existe una fórmula debida al astrónomo ***F. Drake*** que permite estimar el número de civilizaciones inteligentes tecnológicamente avanzadas susceptibles de estar presentes en nuestra galaxia, basada en conocimientos que van de la astrofísica a la biología: es el producto

$$N = E \times P \times F \times V \times I \times C \times L$$

- ***E***, número de estrellas en nuestra galaxia (400.000.000.000),
- ***P***, número medio de planetas alrededor de las estrellas (5 a 20),
- ***F***, porcentaje de planetas favorables a la vida (20 a 50%),
- ***V***, probabilidad de aparición de la vida (20 a 50%),
- ***I***, probabilidad de emergencia de seres inteligentes (20 a 50%),
- ***C***, probabilidad de aparición de una civilización tecnológica con capacidad de comunicación (20 a 50%),
- ***L***, duración de la vida de una civilización avanzada (100 a 10.000.000 años).



El factor preponderante en la ecuación de Drake es el tiempo, es decir la fórmula tiene una gran dependencia del factor ***L***.

- Si las civilizaciones tecnológicas viven un breve instante de tiempo  se autodestruirán ¡el número de civilizaciones en el universo es **cercano a ... 1!**
- Al contrario, si la duración de la vida de estas civilizaciones se cuenta en millones de años, entonces ¡el universo debería estar **invadido** por mensajes de radio!

Para  $L=10.000$  años (¿modelo terrestre?) existirían por esta fórmula unas 10.000 civilizaciones, y si estuvieran repartidas de manera aleatoria por las estrellas de la galaxia, la más cercana a nosotros estaría a 1.000 años-luz. Nuestras emisiones de radio datan de 50 años, así que estaríamos a muchos años de ser encontrados (y estudiados).

***¿Estamos solos? No... estamos muy lejos.***

# Figuras reversibles



¿El  
granjero  
inglés y  
el asno?





**Sergio Buratto**  
**¿sapo o caballo?**



***Encore***, escultura  
en madera

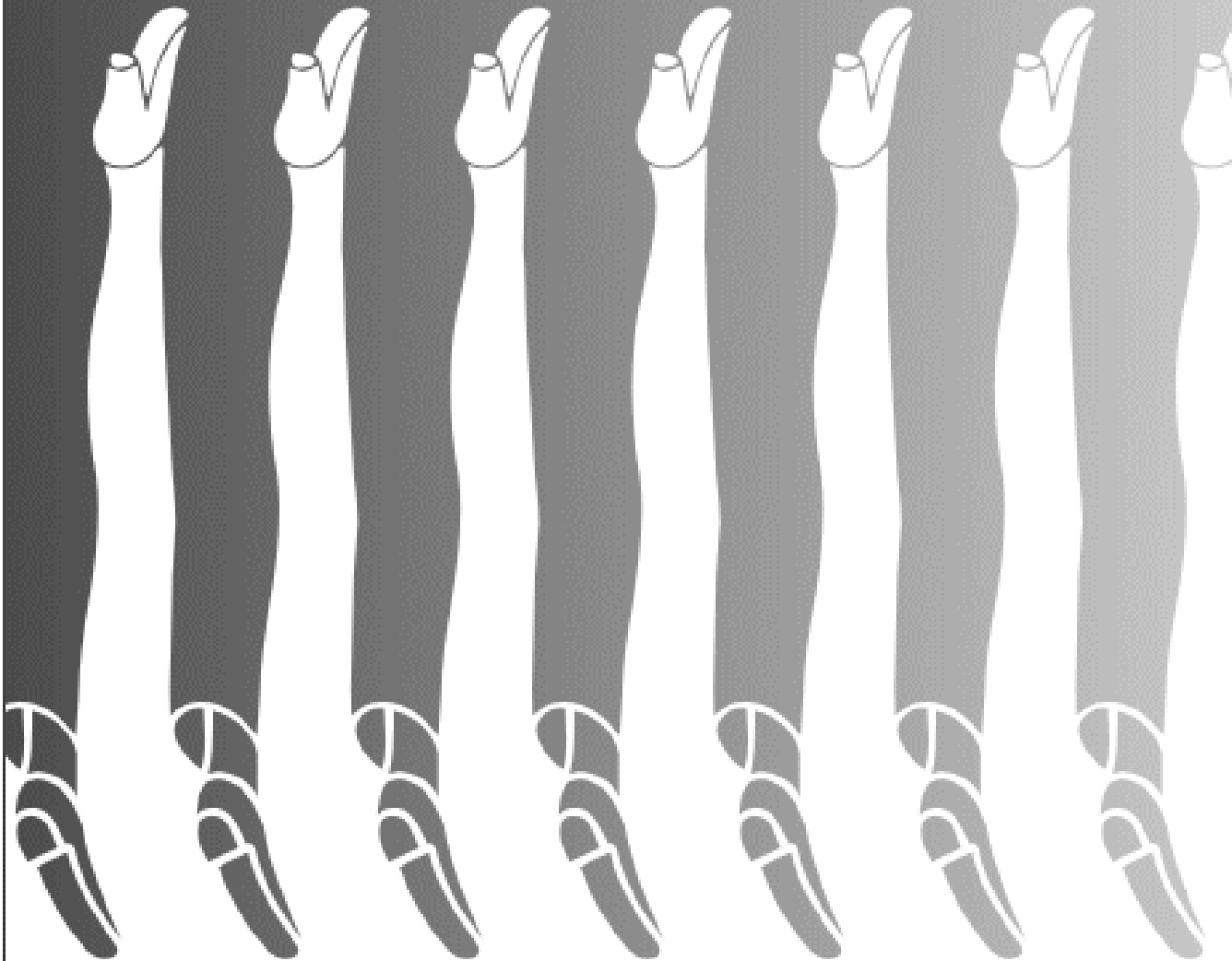


**Shigeo  
Fukuda  
(1932-)**

**Video + Fukuda clamps**

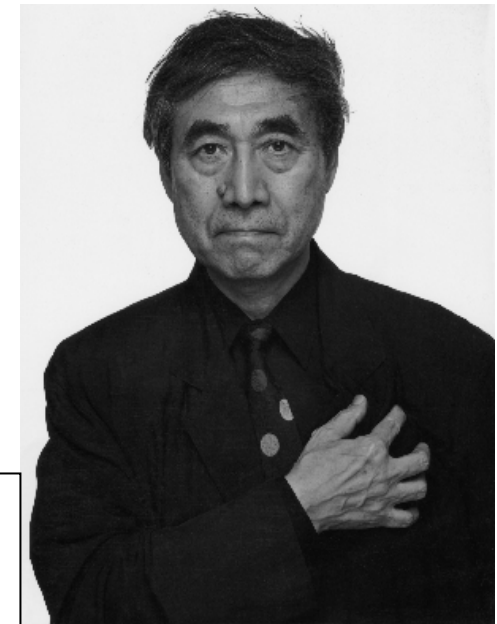


www.ilusaodeotica.com



***Piernas de  
dos géneros  
diferentes  
(1975)***

**Shigeo  
Fukuda**



[http://psylux.psych.tu-dresden.de/i1/kaw/diverses%20Material/www.illusionworks.com/html/art\\_of\\_shigeo\\_fukuda.html](http://psylux.psych.tu-dresden.de/i1/kaw/diverses%20Material/www.illusionworks.com/html/art_of_shigeo_fukuda.html)



Un hombre sobre un caballo ataca a un pobre elfo... que sabe defenderse.

**Peter Newell**  
**(1862-1924)**  
*Caballero y elfo*



<http://wwar.com/masters/n/newell-peter.html>

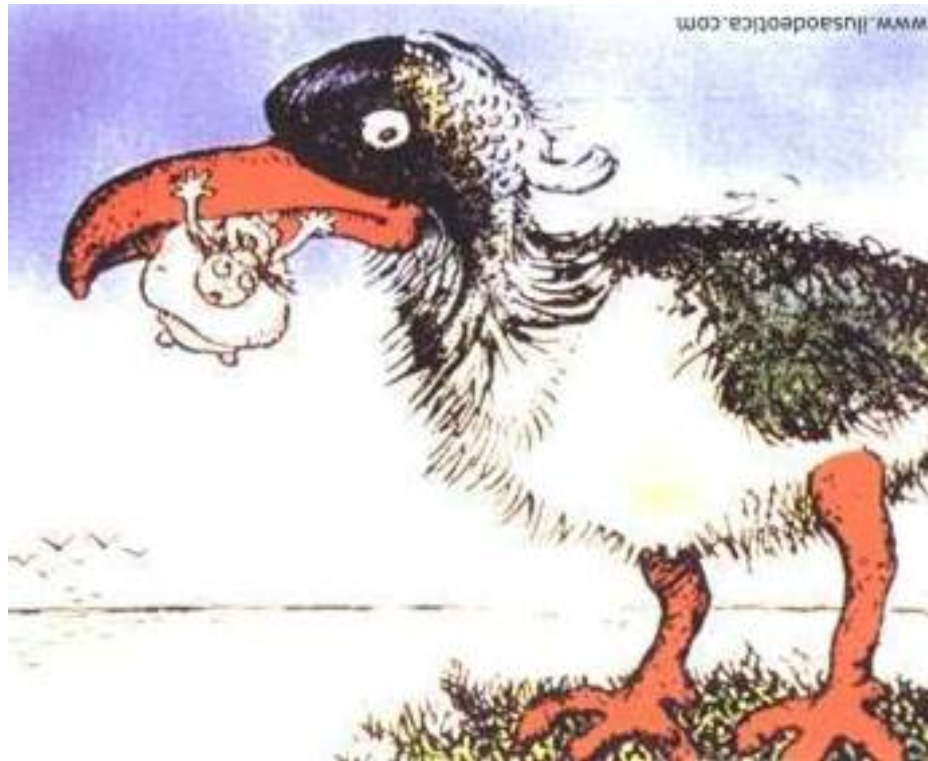


Hombre saliendo  
del agua...

Peter Newell:  
*“Topsys and turvys”*



... o ahogándose.



**Gustave Verbeek (1867-1937)**  
*“A fish story”*

El mayor de los pájaros la coge por su vestido...



... Justo cuando llega cerca de la isla, otro pez le ataca, golpeándole furiosamente con su cola...



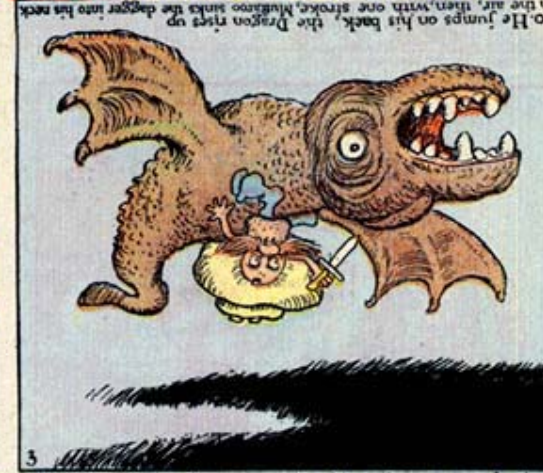
# THE UPSIDE-DOWNS OF LITTLE LADY LOVEKINS AND OLD MAN MUFFAROO THE THRILLING ADVENTURE OF THE DRAGON



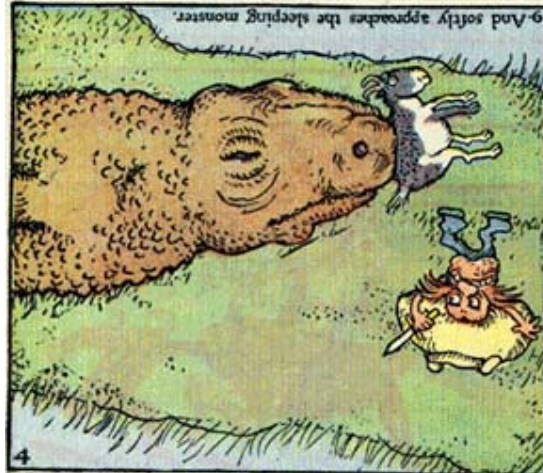
1 Lovekins and Muffaroo are startled by a loud roar and a sound of whirring wings.



2 It is a terrible Dragon that comes swooping down on them. Muffaroo escapes, but little Lady Lovekins gets caught.



3 She tries to stab the monster, but his scales are very hard, as he just flies along without feeling the knife at all. For two days and two nights they travel thus, until at last the Dragon begins to feel hungry!



4 So he kills some goats that are grazing in a field, and eats them, watching Lovekins all the while. But he eats too much and with one goat still in his mouth he falls asleep.



5 Then Lovekins steals quietly away and hides herself in some woods. Suddenly she hears something tramping over the leaves toward her.



6 It turns out to be Old Man Muffaroo who has been following along the ground in the direction taken by the Dragon. Lovekins is greatly surprised to see him.

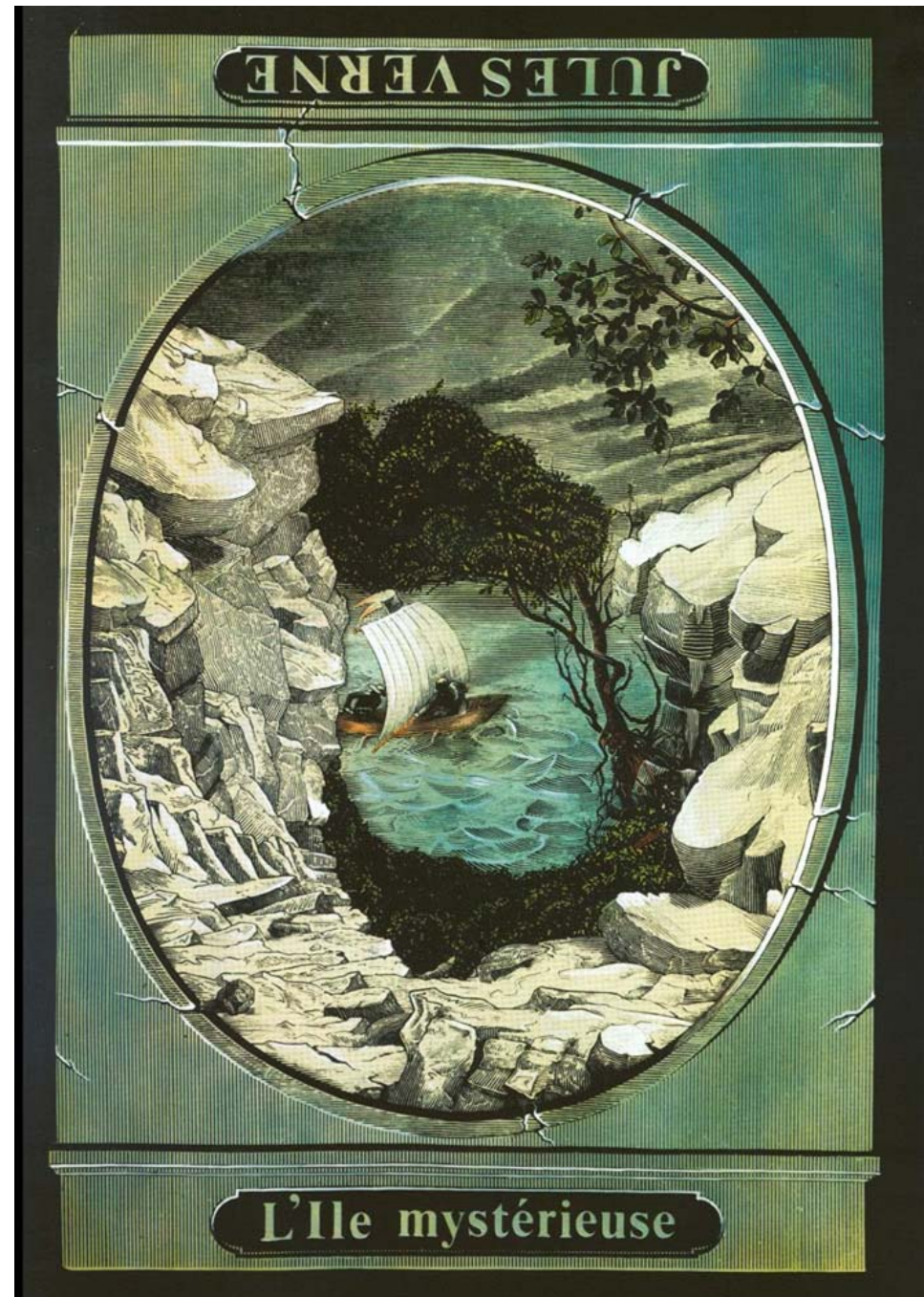
Gustave Verbeck *Little lady Lovekins and Old man Muffaroo:*  
the Thrilling Adventure of the Dragon

<http://www.lambiek.net/verbeck.htm>





Itsván Orosz







**Rex  
Whistler  
(1905-1944)**  
*¿Sherlock Holmes o  
Robin Hood?*



<http://wwar.com/masters/w/whistler-rex.html>

**Rex Whistler**  
*¿Sherezade o el sultán?*



<http://wwar.com/masters/w/whistler-rex.html>

# La paradoja de Condorcet

Tres votantes  $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$  eligen entre tres alternativas **A** (Alicia), **B** (Benito), **C** (Cecilia), como sigue:

$$V_1 = \{ A, B, C \}, V_2 = \{ C, A, B \}, V_3 = \{ B, C, A \}$$

**A** es preferida a **B** por dos a uno, **B** preferido a **C** por dos a uno y **C** a **A** por dos a uno también.

Una simple comprobación por pares no determina una alternativa preferida entre las tres. Se trata de una situación de *ausencia de ganador o paradoja de Condorcet*, al existir una *mayoría cíclica*.



El procedimiento de elección más usual es la regla de la **mayoría simple**, donde cada votante elige un candidato, y el que reciba más de la mitad de los votos es el ganador.

Esta regla es válida cuando sólo se tienen dos candidatos, ya que gana el que tiene más votos.

Cuando hay más de dos, puede ser que el candidato con mayor número de votos no tenga la mayoría absoluta de todos los votos emitidos.

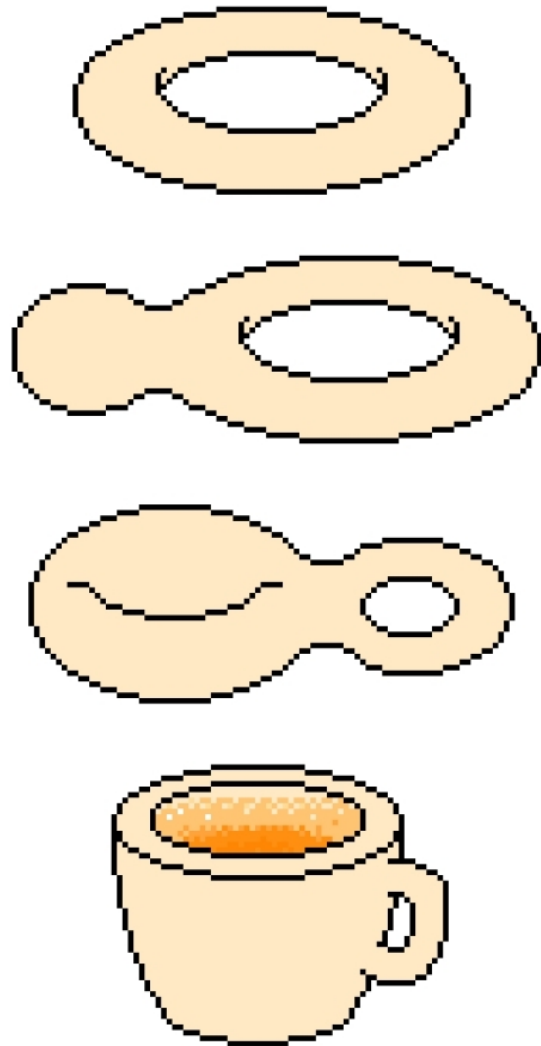
La solución más frecuente es recurrir a la regla de la **pluralidad o mayoría relativa**, por la que se elige al candidato que queda situado en primer lugar por el mayor número de votantes.

Otra solución es aplicar el ***criterio de Condorcet*** o de comparación por parejas, por el que se elige el candidato que derrota a todos los demás en elecciones entre pares de candidatos, usando la regla de mayoría. Por este método se puede producir una relación no transitiva, la paradoja de Condorcet...



La molestia generada por la posibilidad de mayorías cíclicas está directamente relacionada con la probabilidad de una tal ocurrencia: se puede probar que la probabilidad de una mayoría cíclica se incrementa cuando el número de opciones aumenta, y decrece cuando el número de votantes aumenta.

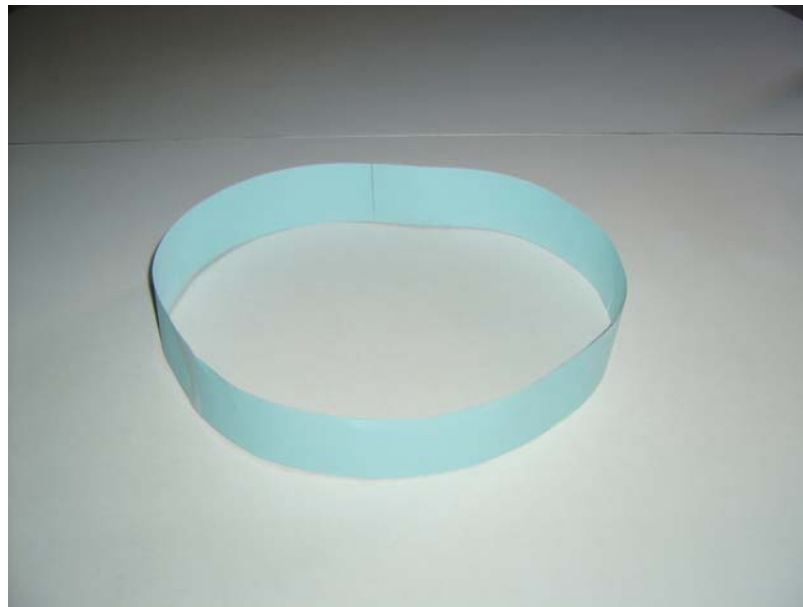
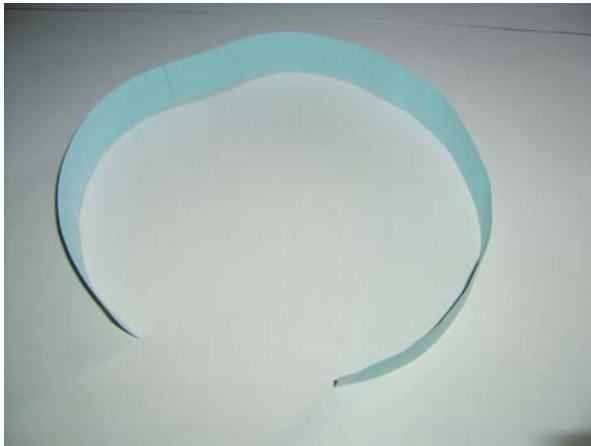
# ¿Qué es la topología?



Es la parte de las matemáticas que estudia las propiedades de los objetos que son invariantes por *transformaciones continuas*.

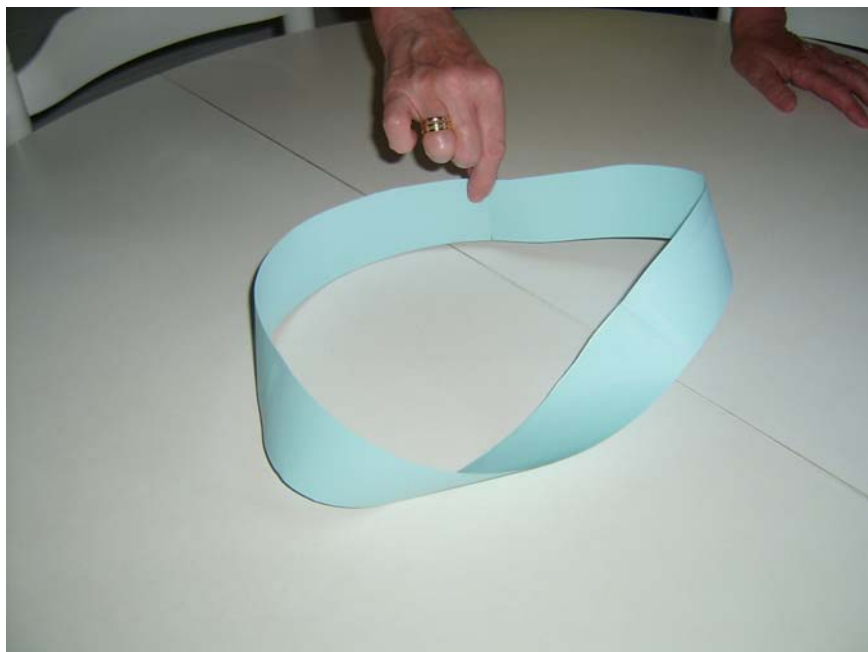
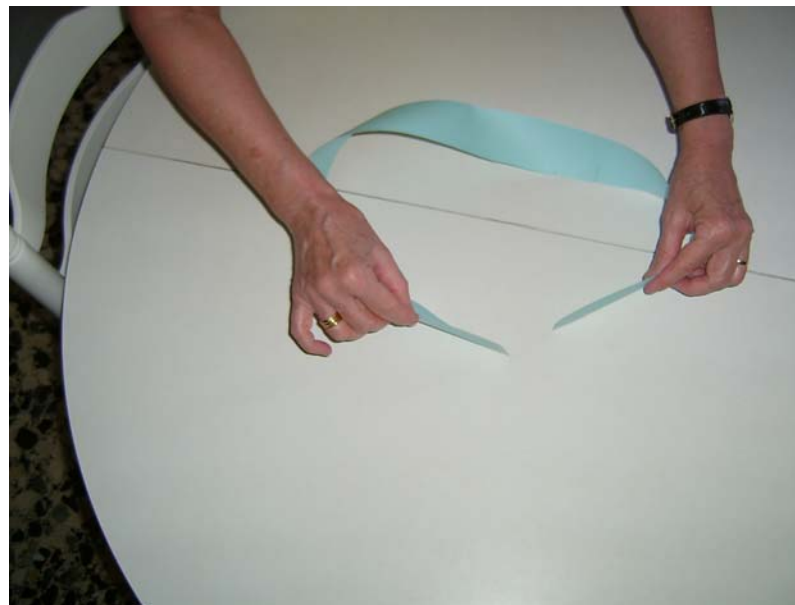
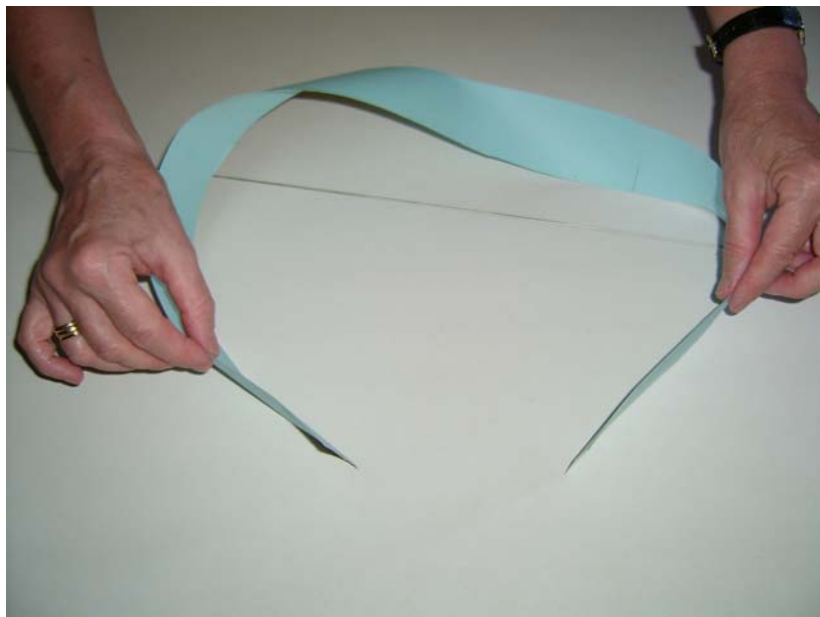
Los tamaños, las formas y las posiciones no son importantes...

# La banda de Möbius



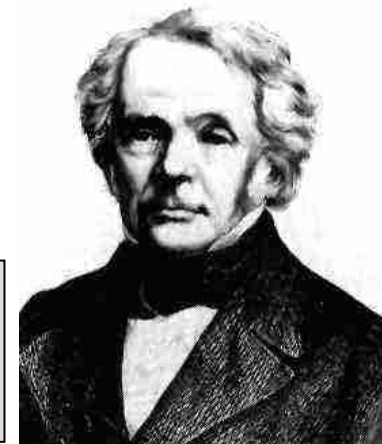
**Cilindro**

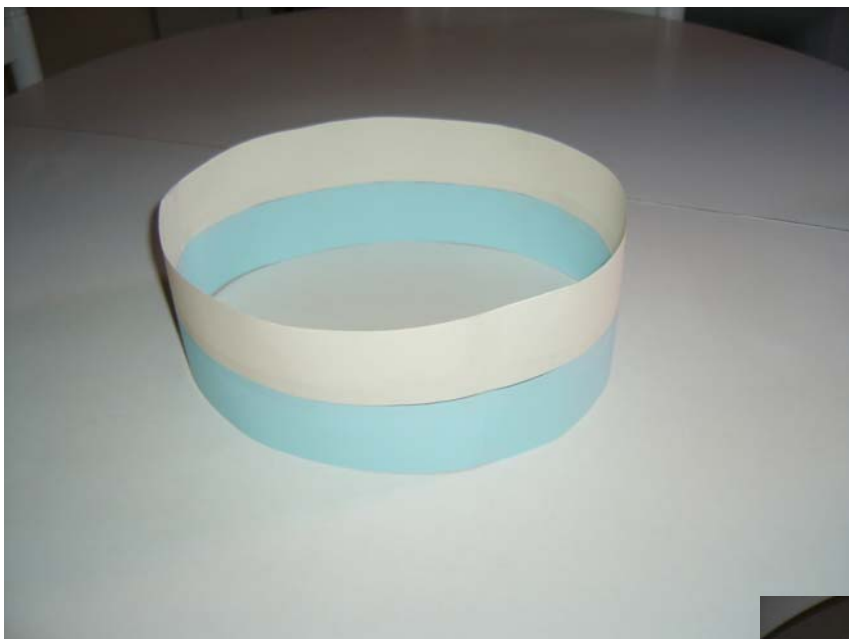




***Banda de  
Möbius***

**Agustus Möbius  
(1790-1868)**





**Al cortar por la mitad, se obtienen dos cilindros, la mitad de altos que el cilindro original.**





**Al cortar por la mitad, se obtiene un cilindro el doble de largo y la mitad de alto que la banda original (4 semivuelatas).**

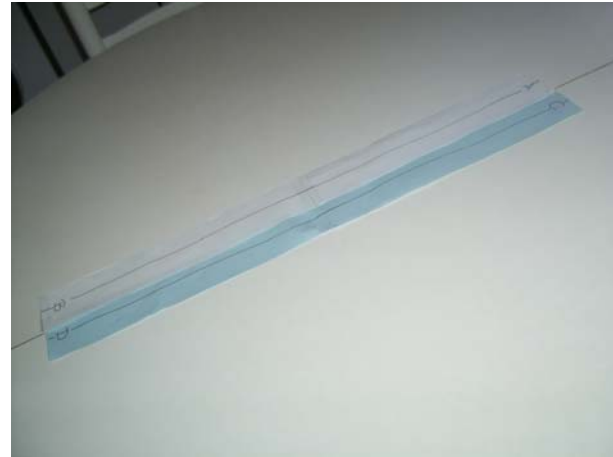




**Al cortar por la tercera parte, se obtiene: una banda de Möbius (igual de larga y  $\frac{1}{3}$  de ancha) y un cilindro (el doble de largo y  $\frac{1}{3}$  de ancho, 4 semivuelatas) y enlazados...**







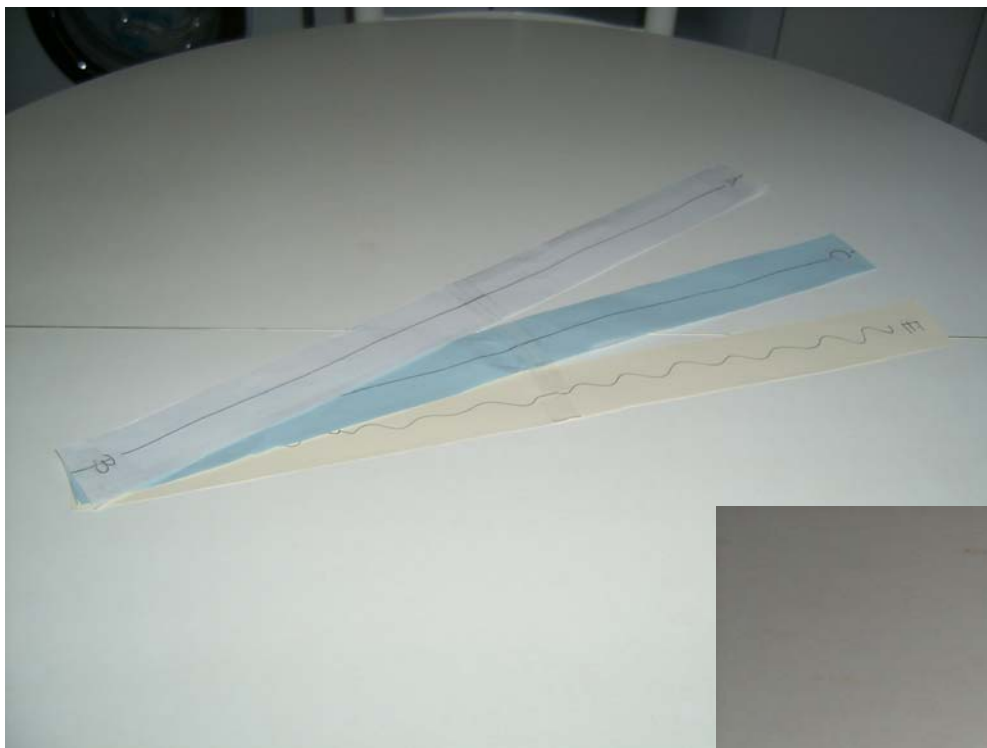
**Se cortan dos tiras de papel que se marcan con las letras A y B (blanca) y C y D (azul) en su extremos.**



**Se colocan una sobre la otra y en vez de pegar A con B y C con D, se da una semivuelta antes y se pegan A con D y B con C. Si pasas un clip entre las dos figuras, hay dos bandas... no hay obstáculos.**



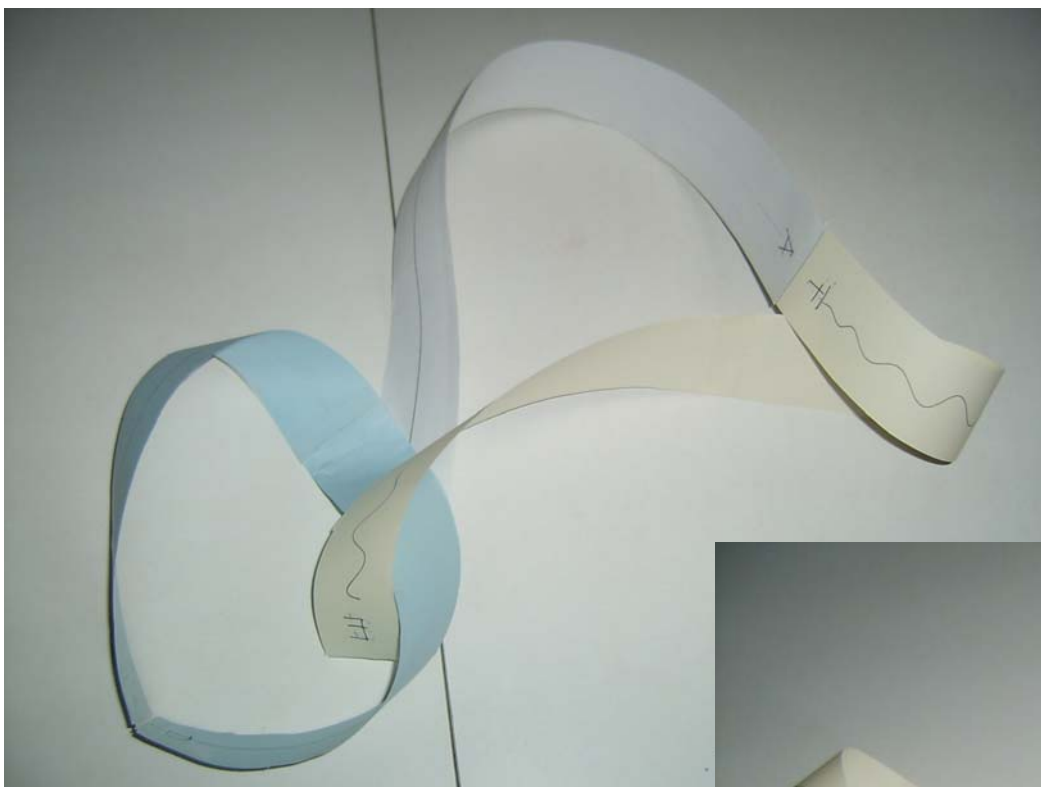
**Sorprendentemente, no hay dos bandas de Möbius, sino... un cilindro, con dos semivuelatas.**



**Se cortan tres tiras de papel que se marcan con las letras A y B (blanca), C y D (azul) y E y F (beis) en su extremos.**

**Se da una semivuelta, y se pegan A con F, B con E y C con D...**



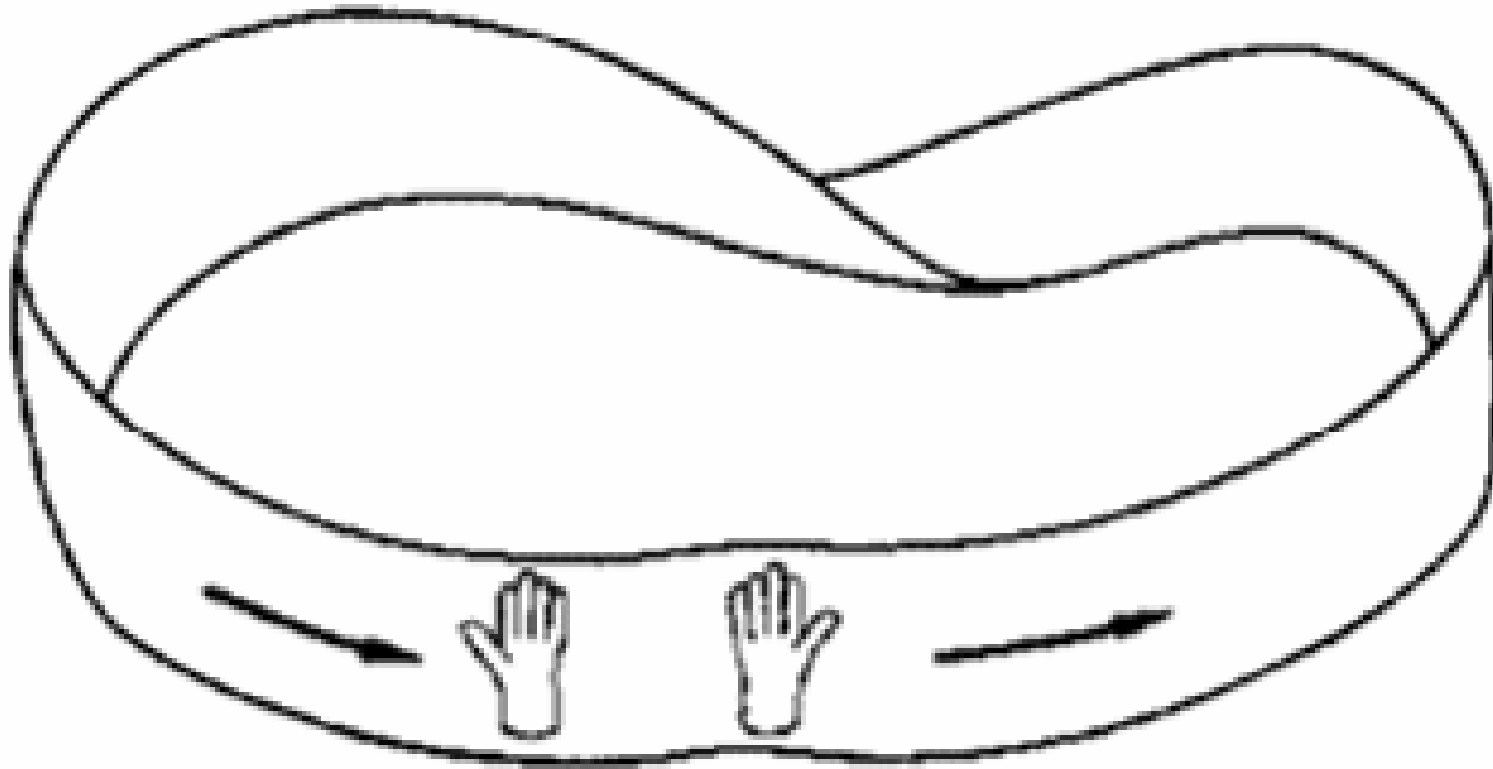


**Al deshacer la figura,  
aparece un cilindro  
formado por las  
bandas de los  
extremos y la banda  
de Möbius central se  
conserva...**



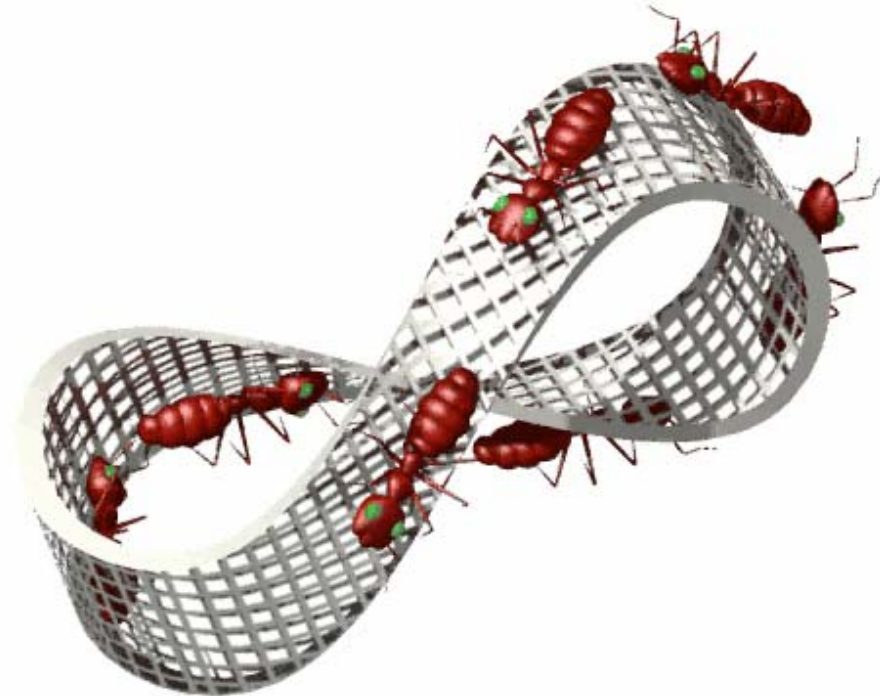
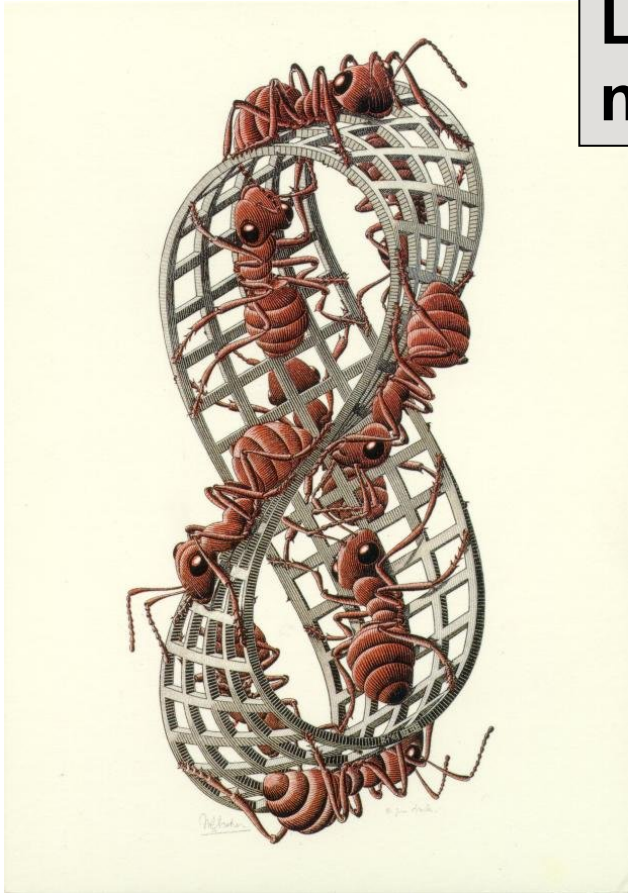


Estas propiedades extrañas se deben a que la banda de Möbius es **no orientable**.



La banda de Möbius no sólo es importante en matemáticas...

Las *hormigas* de Escher, que nunca llegan...



Banda de Möbius en movimiento de Vlad Holst.

<http://ccins.camosun.bc.ca/~jbritton/strip.mov>

## ***Saber sin estudiar***

***Admiróse un portugués  
de ver que en su tierna infancia  
todos los niños en Francia  
supiesen hablar francés.***

***«Arte diabólica es»,  
dijo, torciendo el mostacho,  
«que para hablar en gabacho  
un fidalgo en Portugal  
llega a viejo, y lo habla mal;  
y aquí lo parla un muchacho».***

**Nicolás Fernández de Moratín (1737-1780)**

**GRACIAS**

**Benjamín Pereira Gamba**

***¿Crees en brujas, Garai?  
Le dije a mi viejo criado.  
No señor, porque es pecado;  
Pero haberlas sí las hay.***