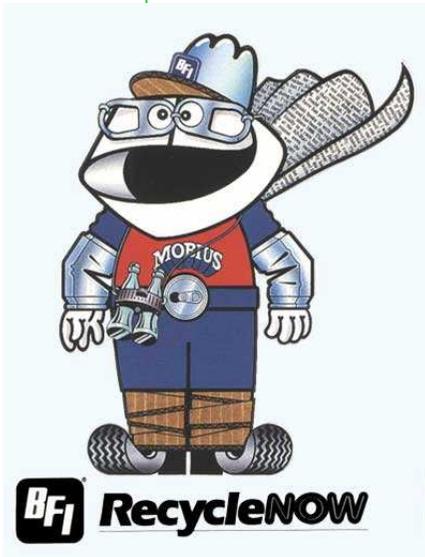


¿Cómo estás, banda de Möbius?

Marta Macho Stadler, UPV-EHU



Univ. San Pablo CEU
20 noviembre de 2008



La banda de Möbius es una *superficie* que, por sus sorprendentes propiedades, ha sido y es utilizada en campos tan dispares como la matemática, el *arte*, la ingeniería, la *magia*, la ciencia, la *arquitectura*, la música, el *diseño*, la literatura, etc., ya sea de manera explícita o simplemente como una metáfora.

Simboliza la naturaleza cíclica de muchos procesos, la eternidad, el *infinito*...

Presente ya en la iconografía alquimista como la serpiente mordiendo su cola – el *ouroboros* –, en la actualidad es nuestra tan difundida representación el reciclado...

El todo es uno afirma este **Ouroboros** del Egipto alejandrino. El ouroboros representa el *círculo* materializado en la figura del animal del eterno retorno: es una banda de Möbius



¿Qué vamos a ver?

- **Para empezar... un poco de matemáticas**
- La banda en ciencia e ingeniería
- La banda en arquitectura
- La banda y el diseño
- La banda y la música
- La banda en el cine y el teatro
- La banda en literatura
- La banda en la vida cotidiana

La banda de Moebius es una superficie: se toma una tira larga rectangular de papel (es mejor que sea larga para poder manipularla con soltura), se gira uno de sus extremos 180° , que se une finalmente con el otro por medio de cinta adhesiva. Fue descubierta de forma independiente en 1858 por el matemático y astrónomo August Ferdinand Möbius y por el considerado como fundador de la *topología* Johann Benedict Listing.



La banda de Möbius es, desde el punto de vista topológico, una superficie de **dimensión dos**, con un **único borde** y una **única cara**; es además **no orientable**; todas las propiedades *singulares* de la banda de Möbius (y de cualquier otro objeto que esté formado por una o varias de estas bandas) se derivan de esta última propiedad



Si se toma una tira de papel y se pegan los extremos como muestra la figura, se obtiene un **cilindro**, es decir, una superficie que tiene como bordes dos circunferencias disjuntas y dos lados (la cara interior y la exterior de la figura).

Si se hace lo mismo, pero antes de pegar los extremos se gira uno de ellos 180° , el objeto que se obtiene es una **banda de Möbius**: es un objeto geométrico de dimensión dos, pero sorprendentemente, posee un único borde (el doble de largo, su longitud es la suma de las longitudes de las dos circunferencias que forman el borde del cilindro) y una única cara.



Basta con pasar un dedo por el borde de la cinta, hasta verificar que se ha recorrido todo sin levantarlo en ningún momento, y por ejemplo, pasar un lápiz por la cara de la banda, comprobando que al regresar al punto de partida, las supuestas dos caras del objeto están marcadas.

La banda de Möbius es *no orientable*: dibuja por ejemplo una flecha sobre la banda, y muévela a lo largo de su única cara... observa que cuando regresas al punto de partida, ¡la flecha ha cambiado de sentido!

¿Qué sucede si antes de pegar los extremos de la banda de papel se gira uno de ellos 360° ? ¿Qué se obtiene? Se trata (topológicamente) de un cilindro, ya que este objeto y el obtenido al pegar sin realizar ningún giro son *homeomorfos*: se está identificando (pegando) exactamente del mismo modo en ambos casos. En realidad, es fácil comprobar que sólo hay dos posibilidades al pegar una banda por dos de sus extremos opuestos: o bien se obtiene un cilindro (si antes de pegar los extremos, se gira uno de ellos un múltiplo par de 180°) o bien una banda de Möbius (si antes de pegar los extremos, se gira uno de ellos un múltiplo impar de 180°)...

En muchas ocasiones, este detalle no se examina con cuidado, y algunas de las figuras que se califican como bandas de Möbius, no lo son en realidad (son simplemente cilindros)...



Terminamos un par de experimentos de insólito resultado: al cortar por la mitad un cilindro, se obtienen dos “cilindritos”, la mitad de altos que el cilindro original...

Si se hace lo mismo con la banda de Möbius, en vez de quedar ésta dividida en dos “lacitos de Möbius”, se obtiene una única cinta... que es un **cilindro**, pues posee dos caras.



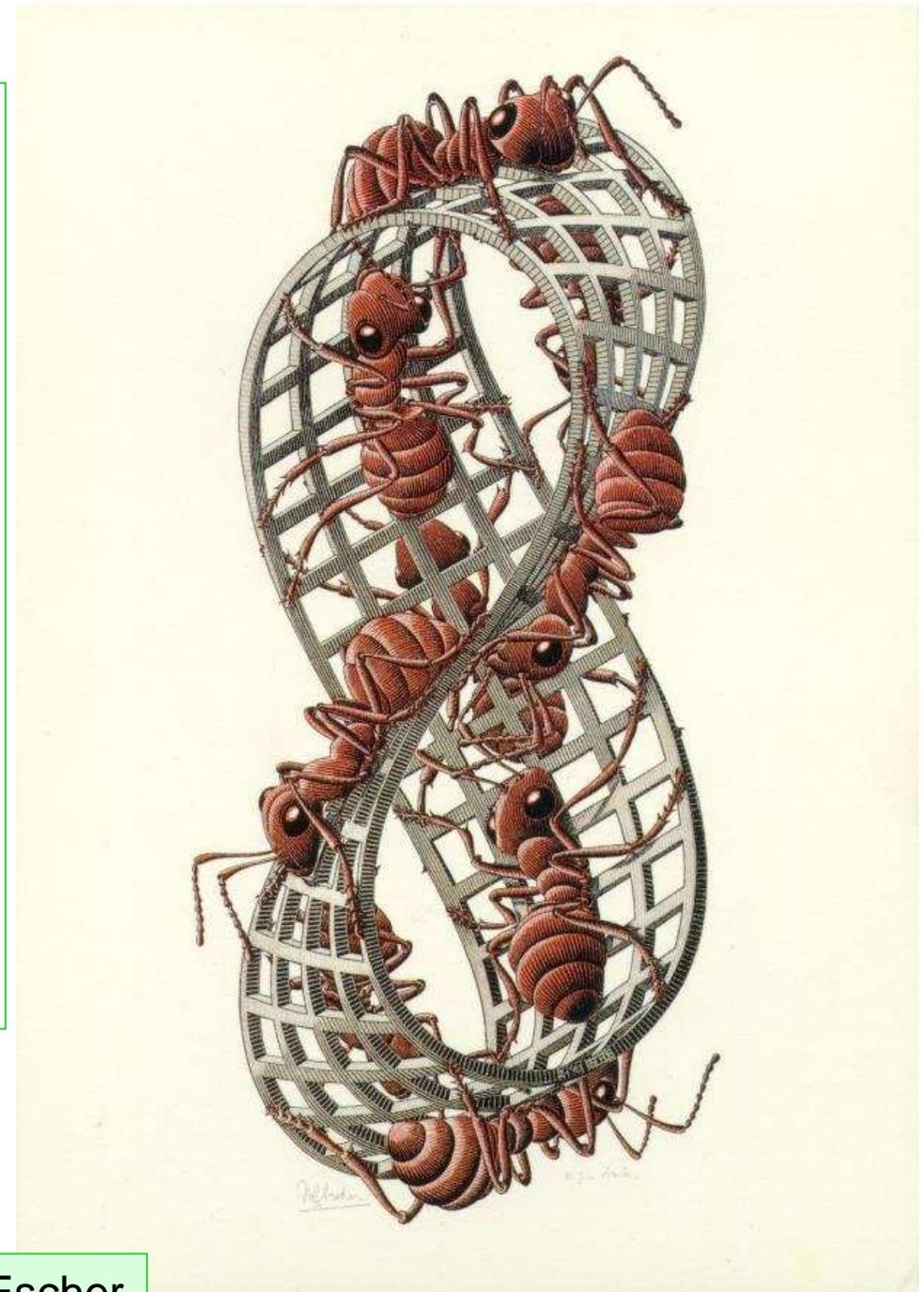
Al cortar por su tercera parte un cilindro, se obtienen dos cilindros igual de largos, de alturas un tercio y dos tercios de la original. Si se hace lo mismo con la banda de Möbius, resultan una **banda de Möbius** (igual de larga y un tercio de ancha) y un **cilindro** (el doble de largo y un tercio de ancho) y enlazados...



La banda de Möbius es una superficie reglada, representada como subconjunto del espacio euclídeo de dimensión 3, mediante la parametrización

$$\begin{aligned}x(u,v) &= \cos(u) (1 + \frac{1}{2}v \cos(\frac{1}{2}u)) \\y(u,v) &= \sin(u) (1 + \frac{1}{2}v \cos(\frac{1}{2}u)) \\z(u,v) &= \frac{1}{2}v \sin(\frac{1}{2}u)\end{aligned}$$

donde $0 \leq u < 2\pi$ y $-1 \leq v \leq 1$: su anchura es unitaria, su circunferencia central tiene radio 1 y se encuentra en el plano coordenado OXY, centrada en el origen de coordenadas.



Strip II de Escher

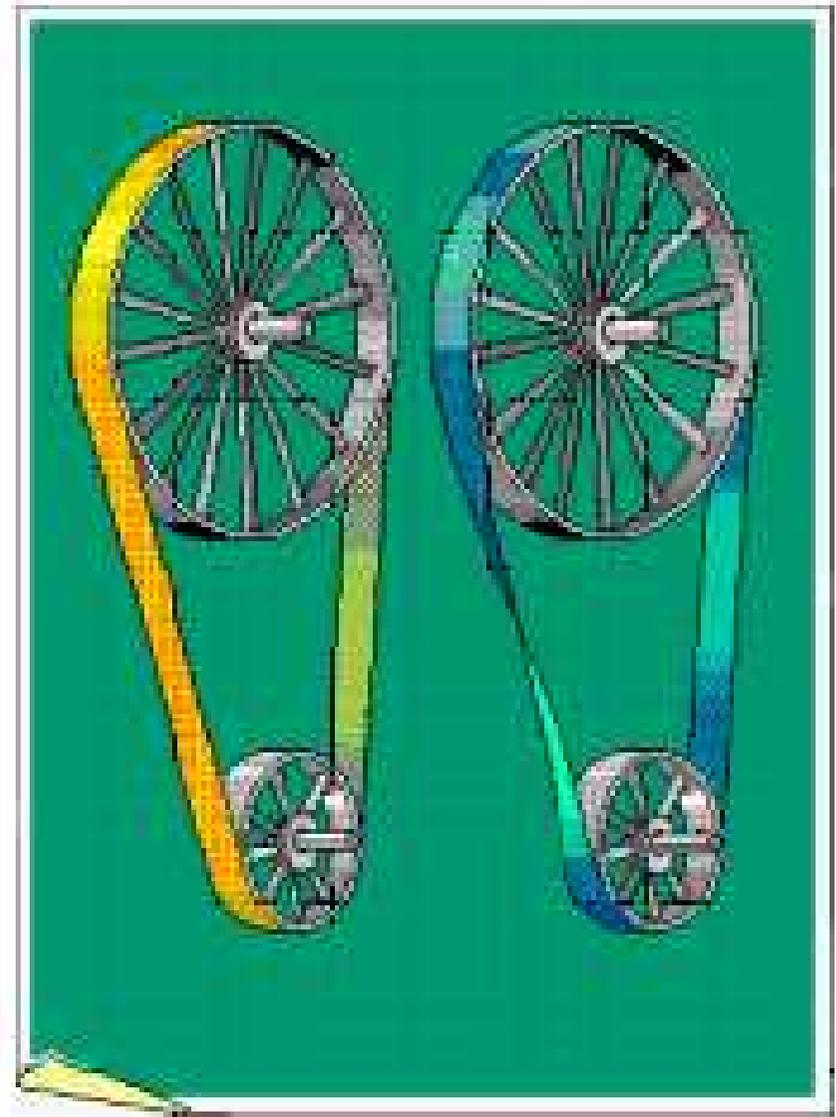
¿Qué vamos a ver?

- Para empezar... un poco de matemáticas
- **La banda en ciencia e ingeniería**
- La banda en arquitectura
- La banda y el diseño
- La banda y la música
- La banda en el cine y el teatro
- La banda en literatura
- La banda en la vida cotidiana

Algunas patentes...

En 1923, Lee De Forest obtuvo una patente norteamericana para una película de Möbius que grababa el sonido *en ambas caras* (<http://en.wikipedia.org/wiki/Phonofilm>).

Esta misma idea se aplicó después a cintas magnetofónicas, que pueden grabar el doble de tiempo que las normales.



Aug. 23, 1949.

O. H. HARRIS
ABRASIVE BELT
Filed March 19, 1949

2,479,929

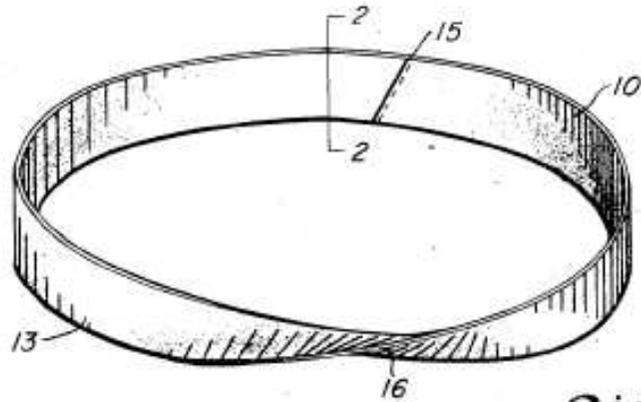


Fig. 1

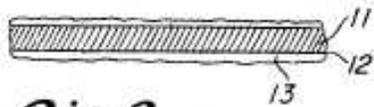


Fig. 2

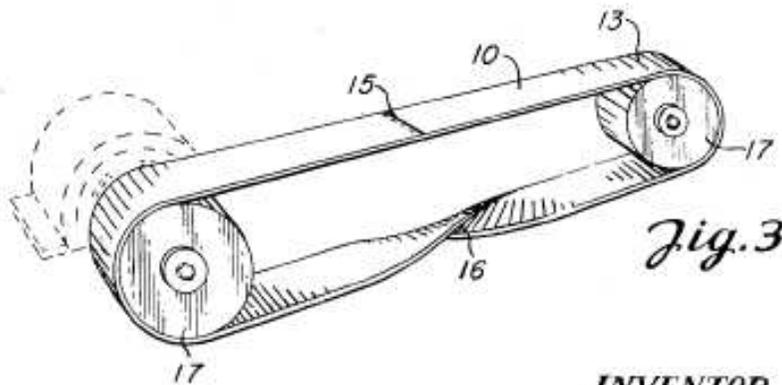


Fig. 3

INVENTOR
BY Owen H. Harris
ATTORNEY
Robert J. Leaky

Owen H. Harris, Pat. # 2.479.929
ABRASIVE BELT, 1949

Correa abrasiva

Incrementa la superficie de pulido o erosión, con una correa sin fin... El espacio usado habitualmente para las correas abrasivas se puede reducir considerablemente.

<http://www.pat2pdf.org/patents/pat2479929.pdf>

March 12, 1957

J. O. TRINKLE
CONVEYOR FOR HOT MATERIAL
Filed July 22, 1952

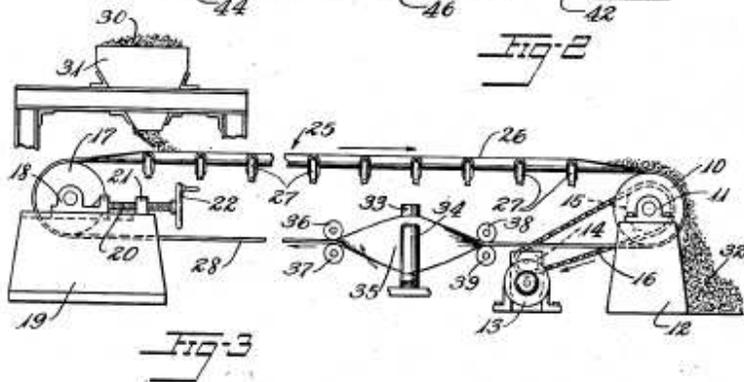
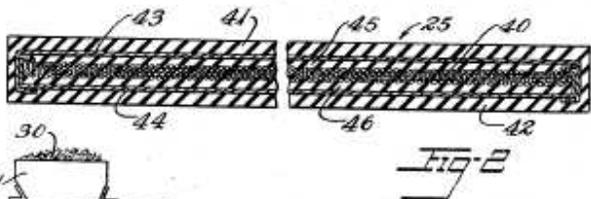
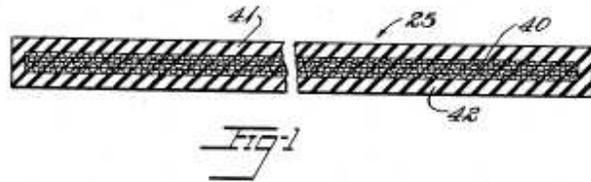
2,784,834

James O. Trinkle, Pat. # 2.784.834 CONVEYOR FOR HOT MATERIAL, 1957

Transportadora para material caliente

James O. Trinkle trabajaba en ese momento en la B.F. Goodrich Co., y patentó una cinta transportadora flexible de Möbius para llevar materiales calientes como cenizas o arena de fundición.

El torcido de Möbius se realiza en el lugar marcado como 35, con ayuda de los rodillos de guía 33 y 34.



Inventor
James O. Trinkle
By Harold S. Meyer
Att'y

<http://www.pat2pdf.org/patents/pat2784834.pdf>



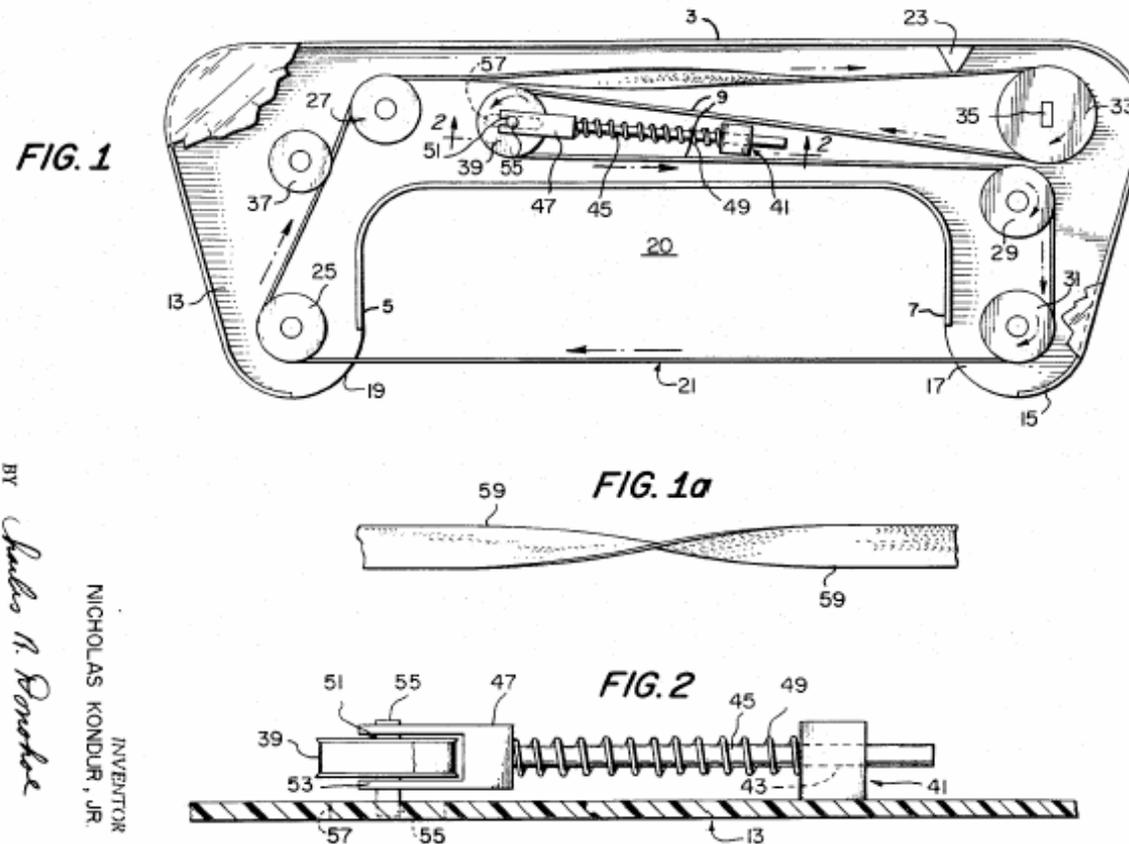
Nicholas Kondur Jr., Pat. #3.621.968

RIBBON CARTRIDGE WITH MOBIUS LOOP IN RIBBON, 1971

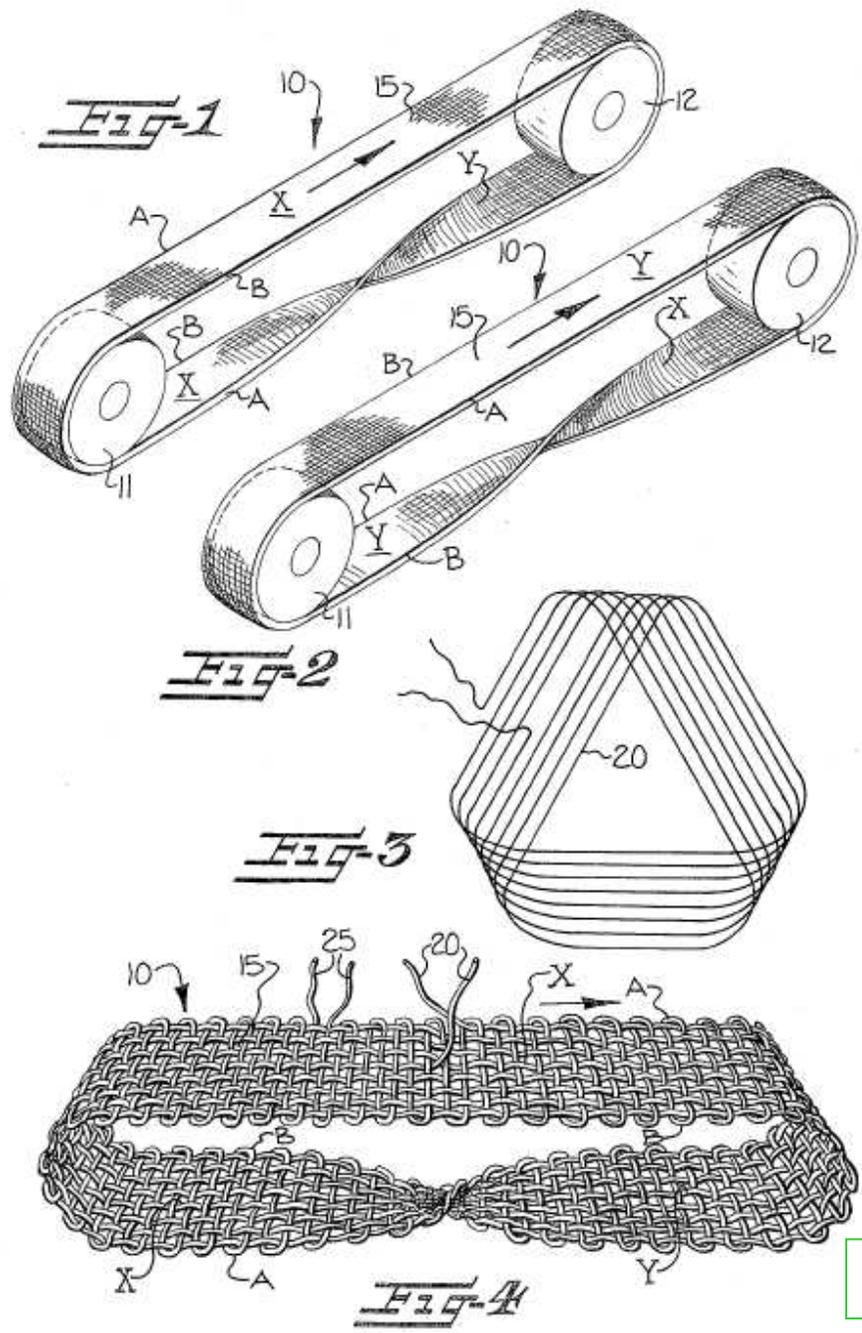
Cartucho con cinta de Möbius

Es un cartucho con cinta de tinta para escribir o imprimir. La banda tintada tiene un medio giro, en forma de lazo de Möbius, que dobla su longitud efectiva. La tinta depositada en la cinta (que se mueve por medio de un rodillo transportador) puede volverse a llenar por medio de una almohadilla de tinta que está en contacto con la cinta.

<http://www.pat2pdf.org/patents/pat3621968.pdf>

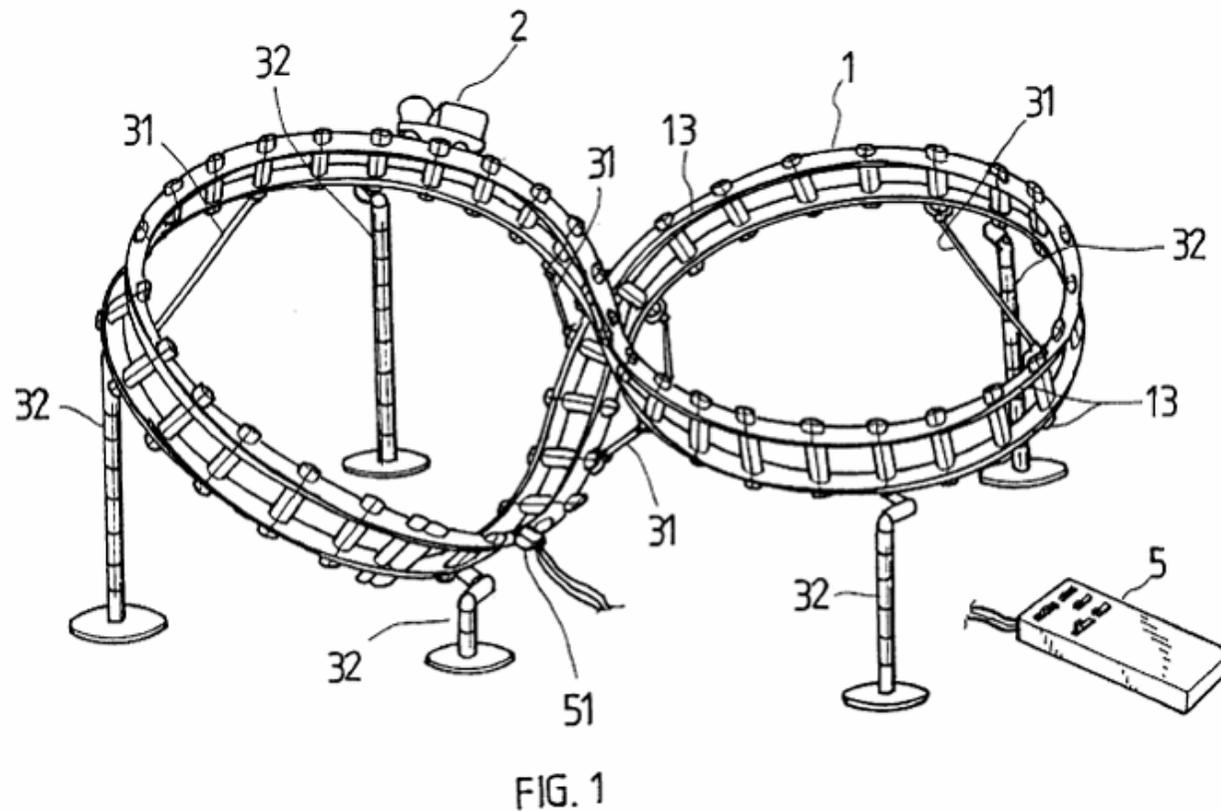


BY
Nicholas N. Kondur
AGENT
INVENTOR
NICHOLAS KONDUR, JR.



J. Lehman Kapp, Pat. # 3.267.406
WOVEN ENDLESS BELT OF A
PLICELESS AND MOBIUS STRIP
CONSTRUCTION, 1976

Cinta tejedora sin fin de cosido



Xian Wang, Pat. #5.678.489

ELECTRICALLY-OPERATED MOVING BODY TRAVELLING ON A RAIL CAPABLE OF EXPLAINING FREE QUADRANTS DESCRIBED IN THE MOBIUS THEOREM, 1997

Se trata de un adorno operado de manera eléctrica que viaja por un raíl. Incluye un raíl sin fin de dimensión 3, sostenido por una serie de soportes. Dos cables metálicos se extienden a lo largo de todo el raíl. Un cuerpo en movimiento con ruedas de material magnético está magnéticamente enganchado a los cables.

<http://www.pat2pdf.org/patents/pat5678489.pdf>

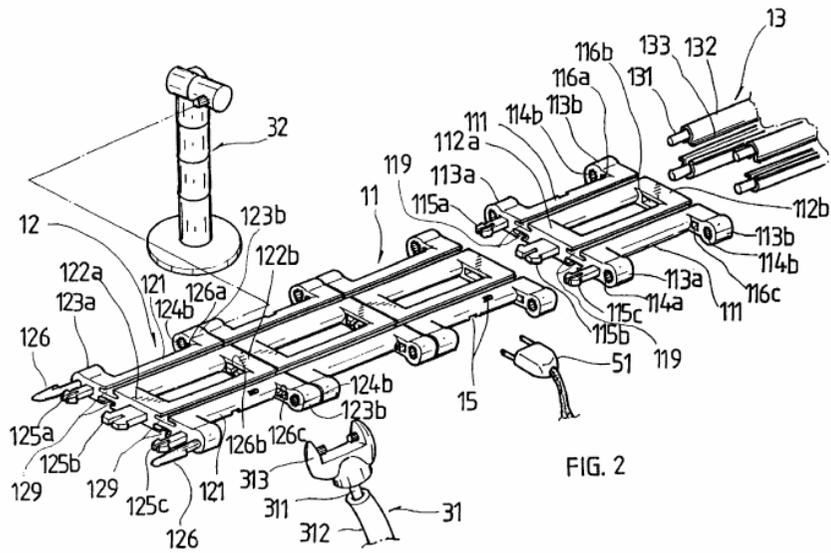


FIG. 2

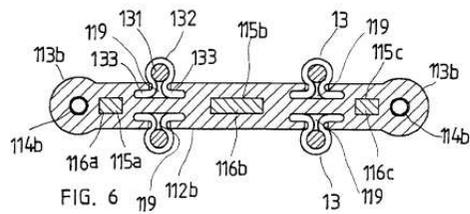


FIG. 6

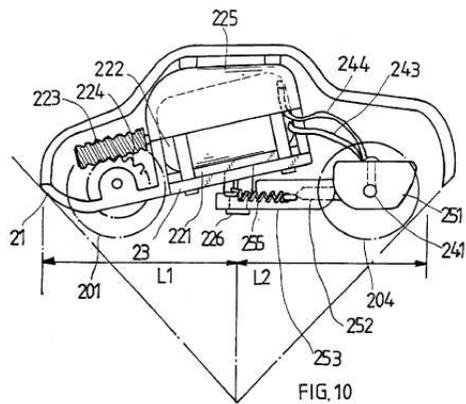


FIG. 10



FIG. 12

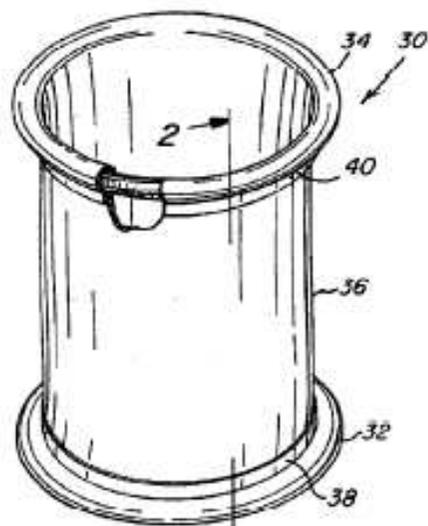


Fig. 1

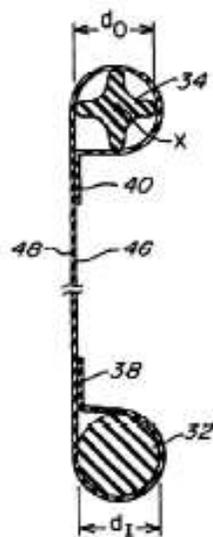


Fig. 2

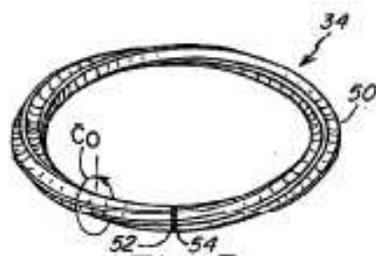


Fig. 3

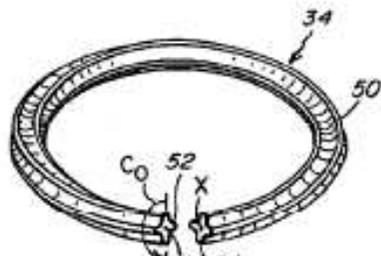


Fig. 4

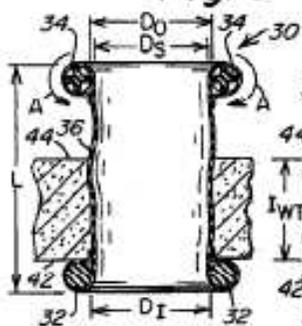


Fig. 5

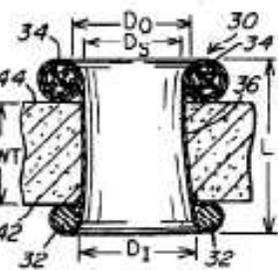


Fig. 6

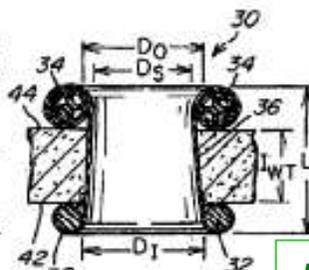


Fig. 7

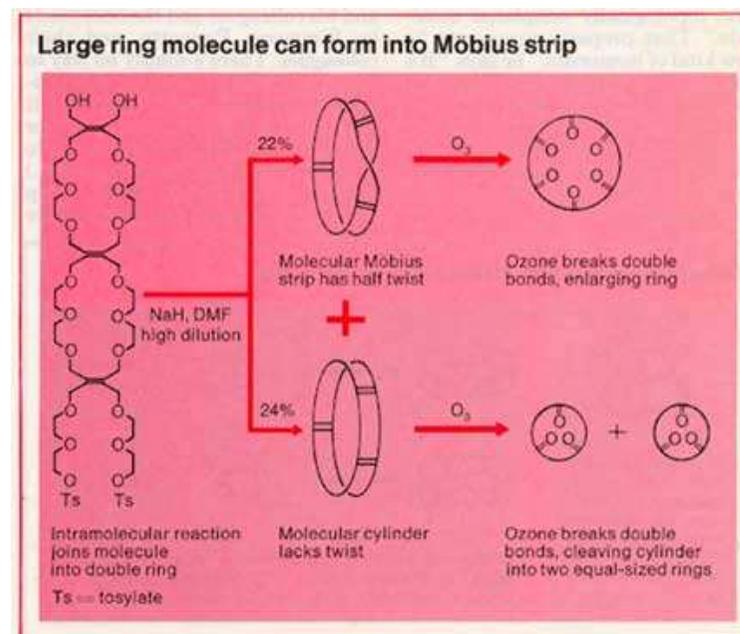
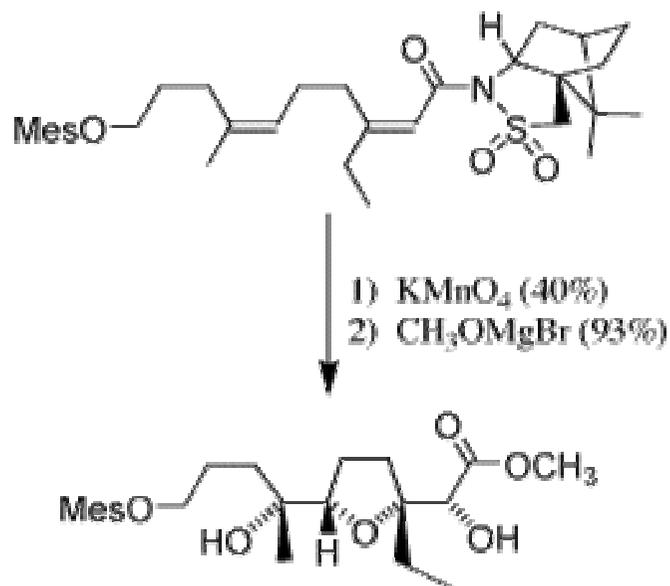
John C. Pulford and Marco Pelosi,
Pat. #6.723.044
ABDOMINAL RETRACTOR, 2004

Es un retractor ajustable que posee un anillo interior, un anillo exterior separado del anillo interior, y una manga alargada abierta en los externos opuestos. El anillo exterior está provisto de una llave rotacional para ayudar a rotar este anillo alrededor de su eje central para rodar la manga alrededor del anillo exterior para ajustar la longitud de la manga. Este anillo exterior es de Möbius para tener una llave de rotación predeterminada.



Más utilidades...

La molécula de Möbius no se encuentra en la naturaleza, sino que se ha sintetizado en el laboratorio de David Walba y sus colegas (<http://walba.colorado.edu/>). El proceso comienza con la síntesis de una molécula en forma de escalera con tres escalones (cada escalón es una cadena carbón-carbón doble). La escalera se curva hasta que sus finales se juntan para formar un lazo. La mitad del tiempo, el lazo es sencillamente una banda circular, pero la otra mitad del tiempo, el lazo es una banda de Möbius. Estas cintas moleculares de Möbius poseen muchas de las propiedades de las bandas de Möbius de papel...



Investigadores japoneses de la Hokkaido University (S. Tanda, T. Tsuneta, Y. Okajima, K. Inagaki, K. Yamaya and N. Hatakenaka, *Nature*, 2002, 417, 397–398) han demostrado que los cristales – conjuntos ordenados de átomos, iones o moléculas – pueden crecer en forma de bandas, incluso añadiéndoles algún giro. El equipo de S. Tanda (<http://exp-ap.eng.hokudai.ac.jp/~tanda/>) ha conseguido sintetizar el conductor inorgánico *niobium triselenide* **NbSe₃**, primer cristal con estructura de banda de Möbius. Teóricamente, estas estructuras podrían ser útiles en el estudio de efectos topológicos de la mecánica cuántica.

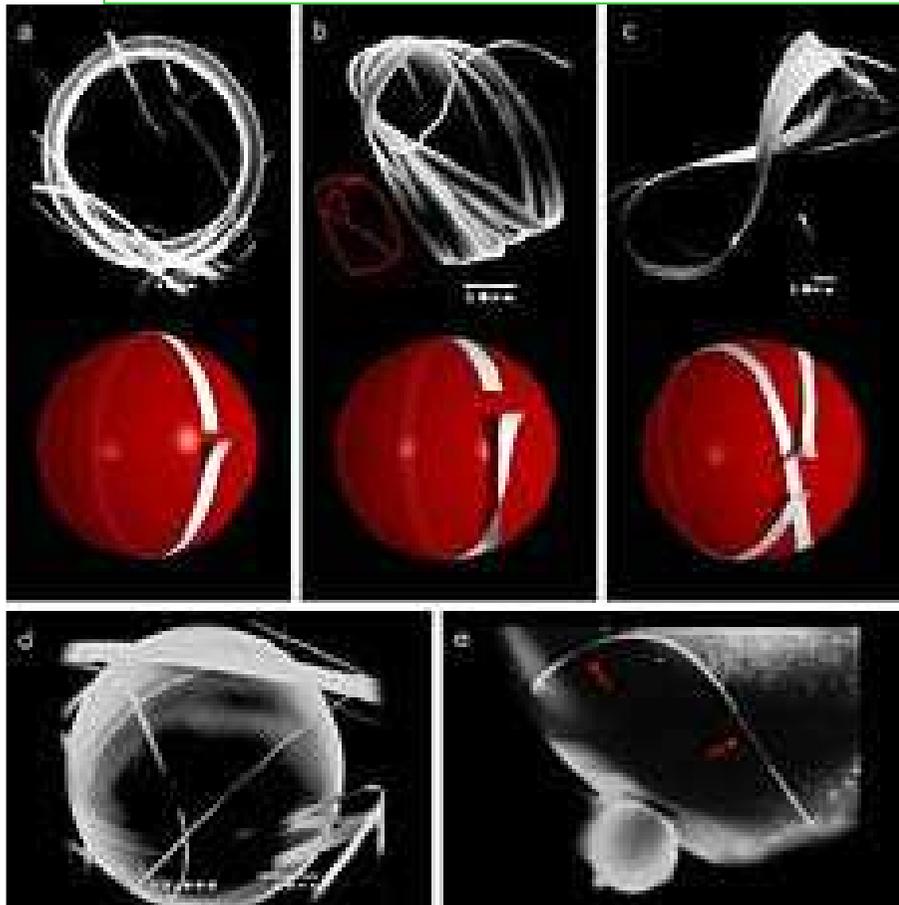


Foto: Taku Tsuneta

Diagrama: Syujiro Mori

<http://www.reactivereports.com/26/images/mobius.jpg>

¿Qué vamos a ver?

- Para empezar... un poco de matemáticas
- La banda en ciencia e ingeniería
- **La banda en arquitectura**
- La banda y el diseño
- La banda y la música
- La banda en el cine y el teatro
- La banda en literatura
- La banda en la vida cotidiana

En arquitectura se pueden encontrar variados ejemplos de proyectos basados en la banda de Möbius, ya sea en términos de forma y estructura, ya de manera espacial.

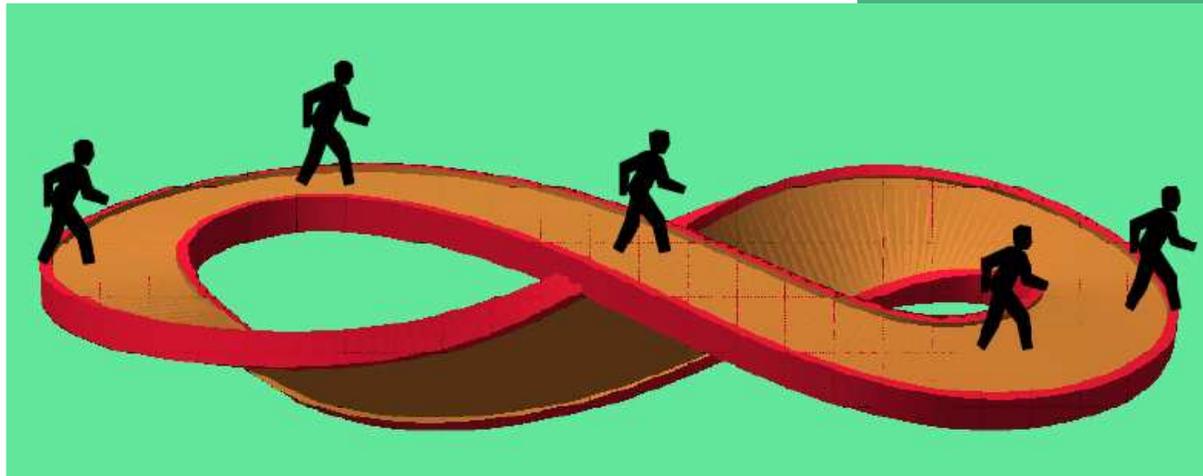
Los conceptos que se manejan son el de la infinitud y la paradoja que rodean a la banda de Möbius, que se transportan en arquitectura a través de los giros, la continuidad y el dinamismo de las figuras. Estas propiedades tienen un gran potencial en arquitectura, aunque su dificultad de puesta en marcha precisa pasar por el uso de técnicas informáticas variadas.

Vamos a dar algunos ejemplos: en algunos casos se trata de simples propuestas de construcción, en otros las obras finalizadas sorprenden por sus propiedades estéticas.

Varios proyectos arquitectónicos basados en la banda de Möbius

<http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/SCULPTS/SEQUIN/moebius.html>

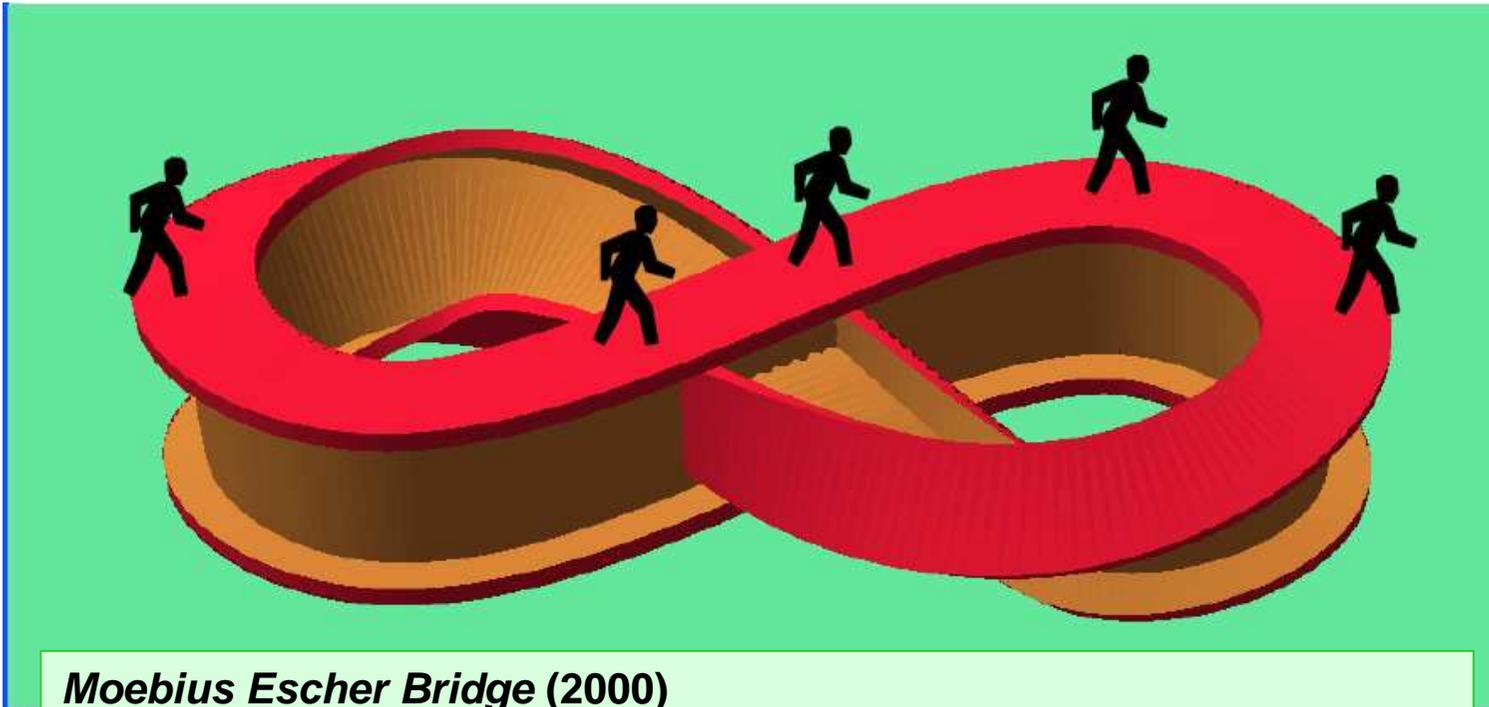
Carlo H. Séquin es catedrático de Ciencia de la computación en la Univ. de California en Berkeley.



BRIDGES, Winfield KS, July 2000
Es difícil caminar sobre este puente

Inspirada en Möbius *Strip II* de Escher

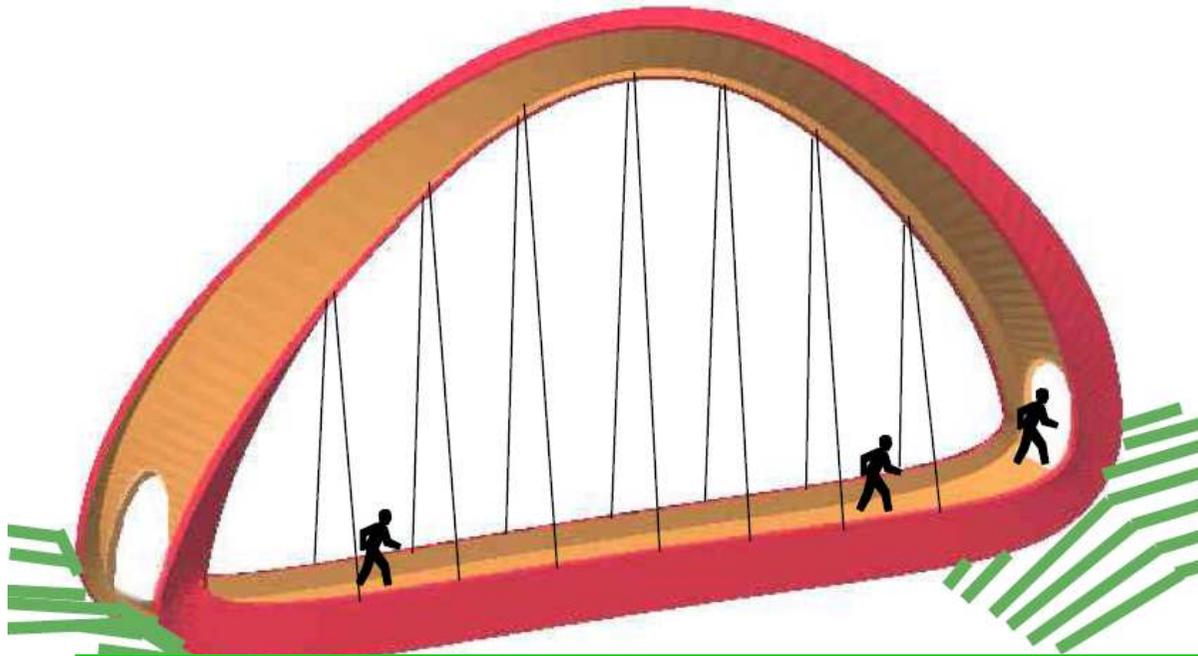




Moebius Escher Bridge (2000)

<http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/GEOM/MATHmodels/bridge3.jpg>



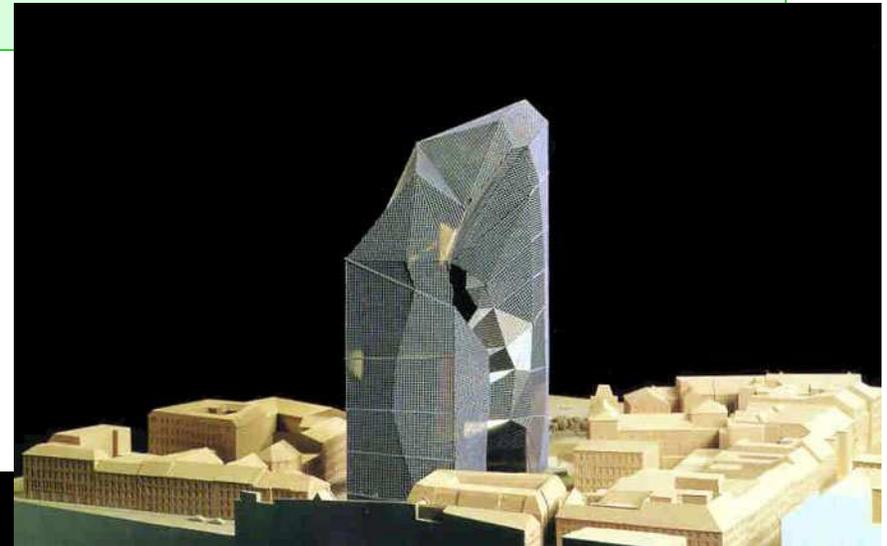


Moebius Suspension Bridge (2000)

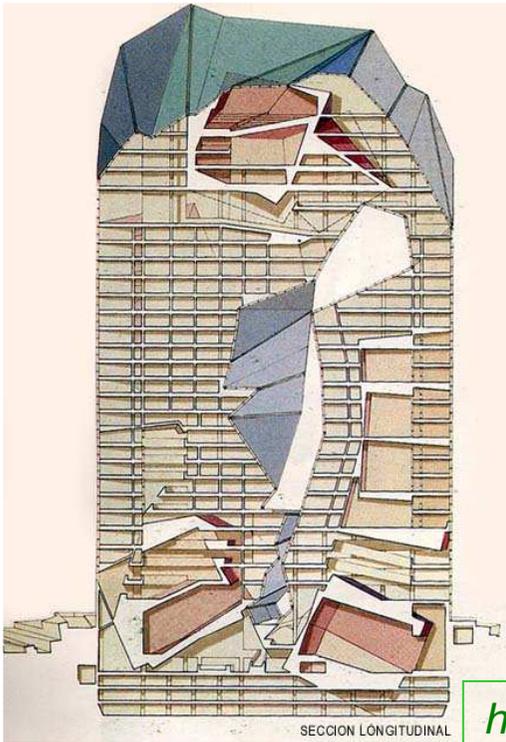
<http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/GEOM/MATHmodels/MoebSuspBridge.jpg>



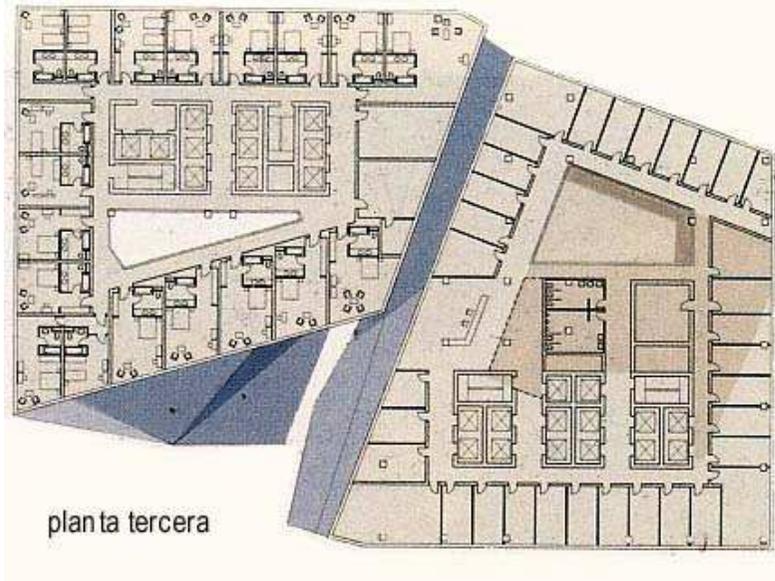
Max Reinhardt Haus



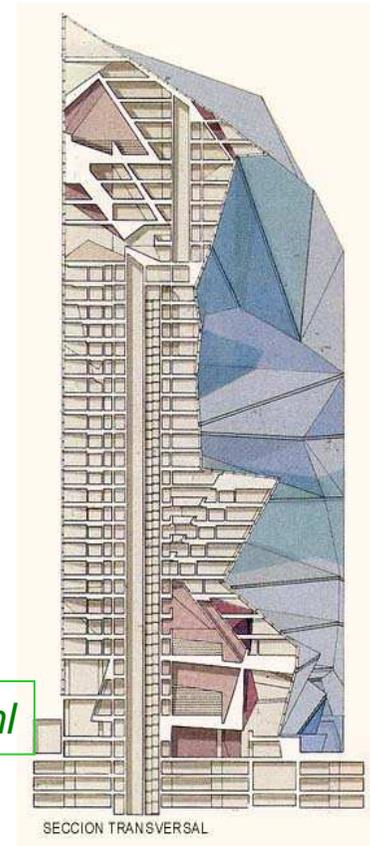
Peter Eisenman (<http://www.eisenmanarchitects.com/>) es pionero en la utilización de las formas de Möbius.



SECCION LÒNGITUDINAL

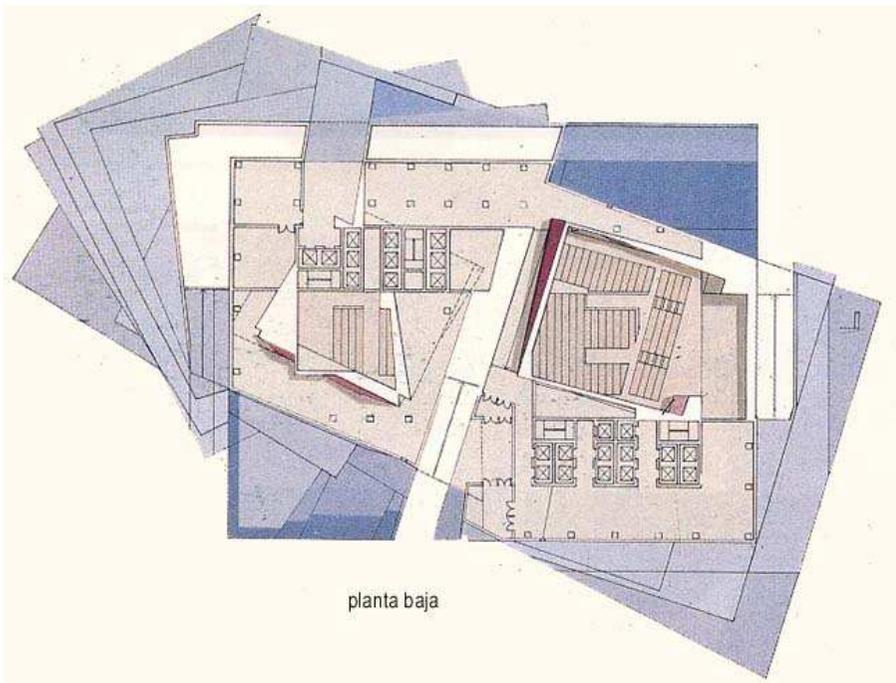


planta tercera

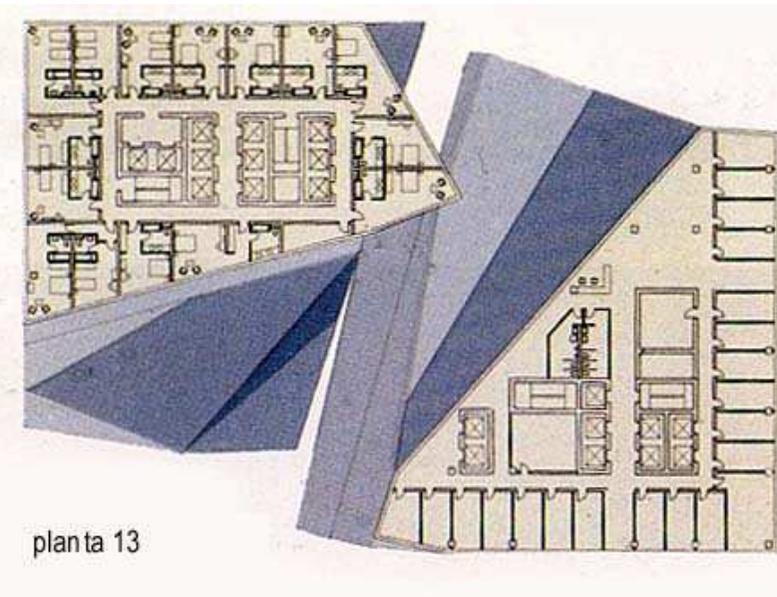


SECCION TRANSVERSAL

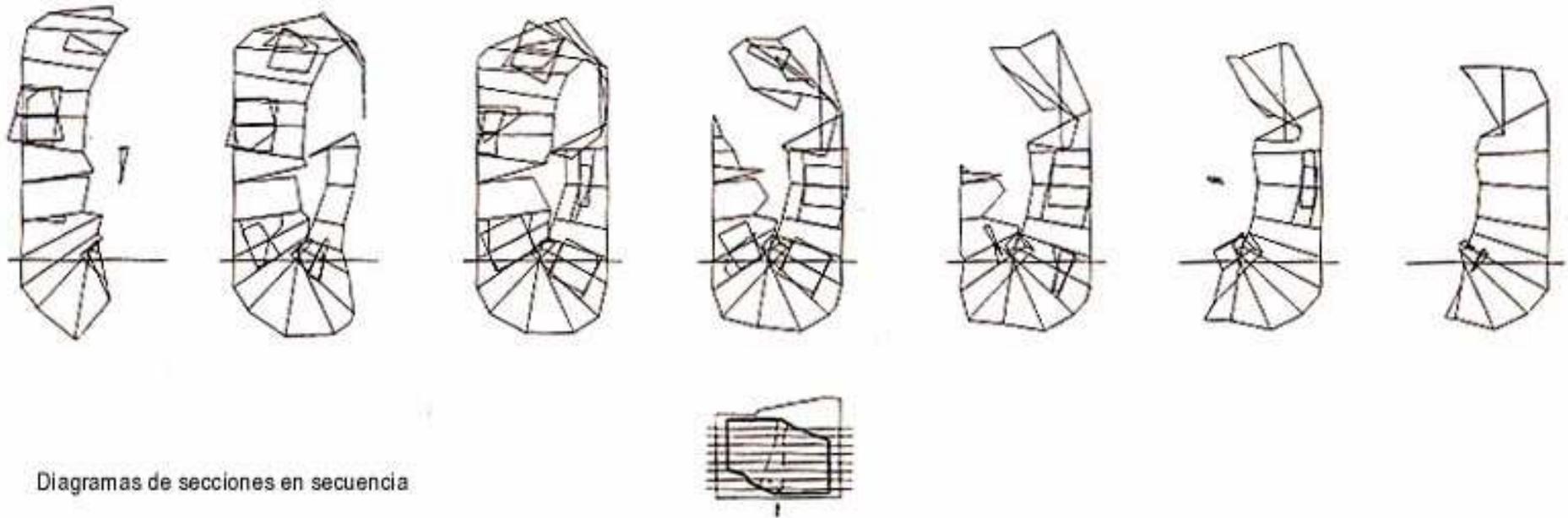
<http://www.geocities.com/arquique/peter/petermh.html>



planta baja



planta 13



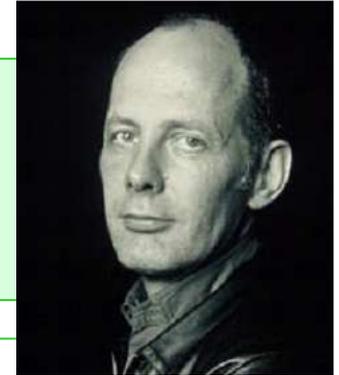
Diagramas de secciones en secuencia

Max Reinhardt Haus (1992–1994) Berlín, Alemania

"Casi por definición, el edificio tiene que asumir un carácter prismático, es decir, necesita doblarse sobre sí mismo, pero también abrirse al exterior, formando un conjunto de referencias y relaciones metropolitanas siempre fragmentarias y en continuo cambio. Se convertirá en un edificio verdaderamente profético, en una suerte de antena cuya apariencia sólo señalará la presencia de comunicaciones invisibles e inaudibles que, al recibirse, se transformarán en la materia misma de la vida cotidiana del futuro".[Peter Eisenman]

"Mediante el proyecto del Max Reinhardt Haus, en uno de los lugares más céntricos del Berlín histórico, Eisenman propone un edificio que podría ser interpretado como un arco formado por dos torres siamesas unidas por la coronación, o por un único volumen caótico que posee una gran hendidura en forma de arco. A la manera de antimonumento, y como perversión y desestabilización de los ingenuos y puros rascacielos de vidrio que propuso Mies van der Rohe, Eisenman propone un edificio-masa, vertical y polifuncional, doblado sobre sí mismo, que surge del cruce de distintos paradigmas de la física: la fragmentación, el caos, el pliegue y las geometrías fractales. Un edificio que quiere proclamar la densidad y problematicidad que encarnan las metrópolis contemporáneas; una auténtica arquitectura del colapso." [Josep Maria Montaner]

Casa de Möbius de Ben Van Berkel



La **Möbius House** surge en Het Gooi, zona cercana a Amsterdam caracterizada por una baja densidad constructiva y por una serie de villas rodeadas de bosques, praderas y páramos.

Ha sido diseñada y construida por el arquitecto **Ben van Berkel**, (<http://www.unstudio.com>). La vivienda se estructura en 3 niveles, con 2 estudios en cada uno de los extremos para las respectivas profesiones de sus propietarios, 3 dormitorios, la sala de reuniones, la sala de estar, la cocina, el almacén y un invernadero en la parte superior. La casa debía entrelazar las diferentes actividades de cada miembro de la familia: trabajo, descanso, actividad social, vida familiar, e incluso tiempo de soledad. La vivienda adopta aspectos del entorno y, desde el interior, los habitantes tienen la impresión de estar paseando por el campo. La percepción de movimiento se consolida a través de las distintas posiciones de los dos principales materiales utilizados en la casa: el vidrio y el hormigón.

Éstos se mueven uno frente al otro, intercambiando sus espacios de forma que, al girar el bucle desde dentro hacia fuera, el entramado exterior de hormigón se transforma en mobiliario y escaleras en el interior, y la fachada de vidrio pasa a ser la división natural de las estancias...

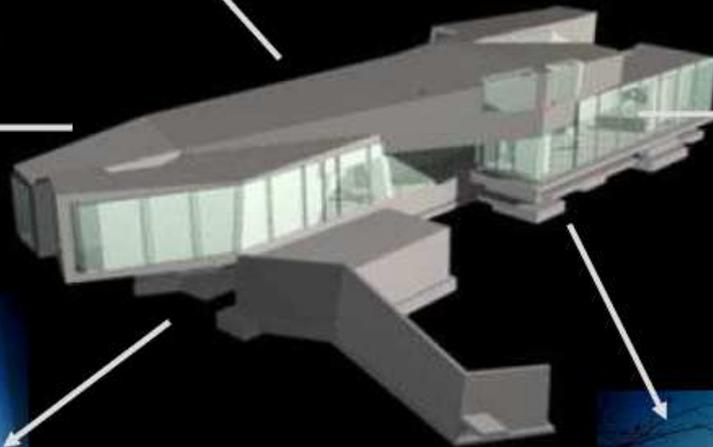
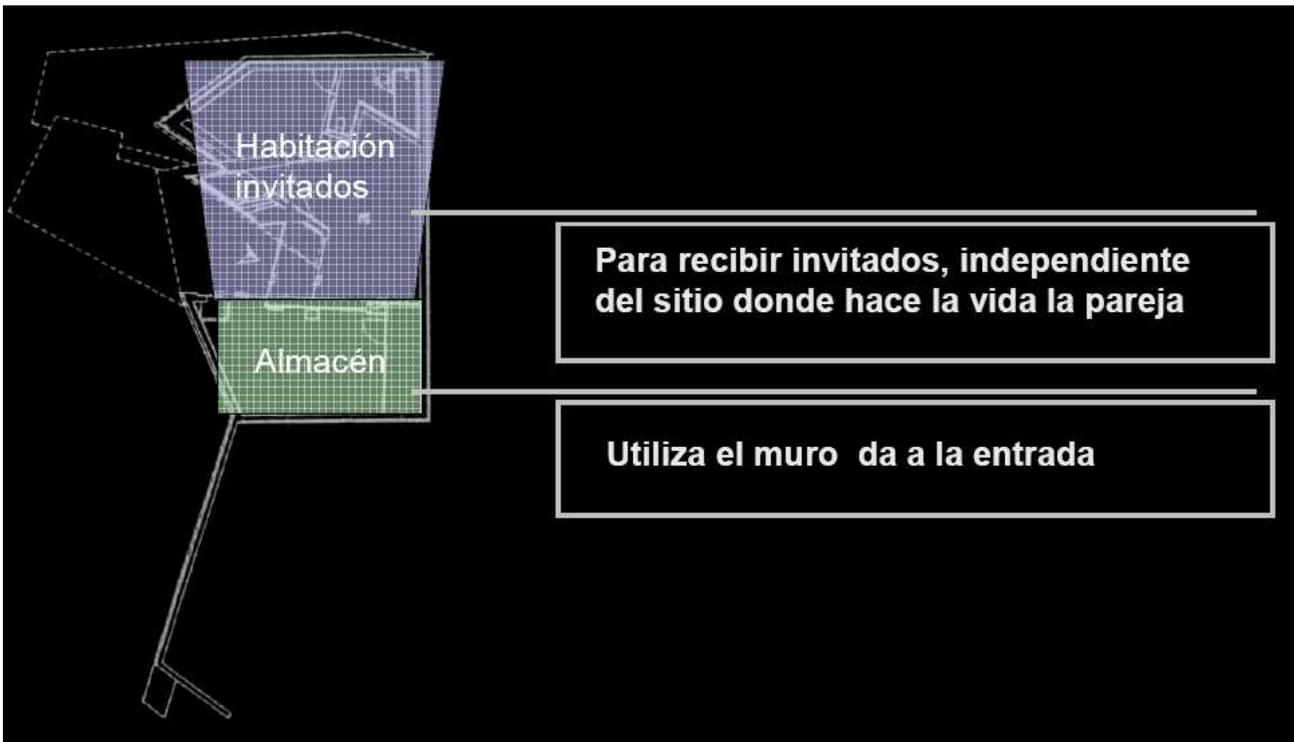
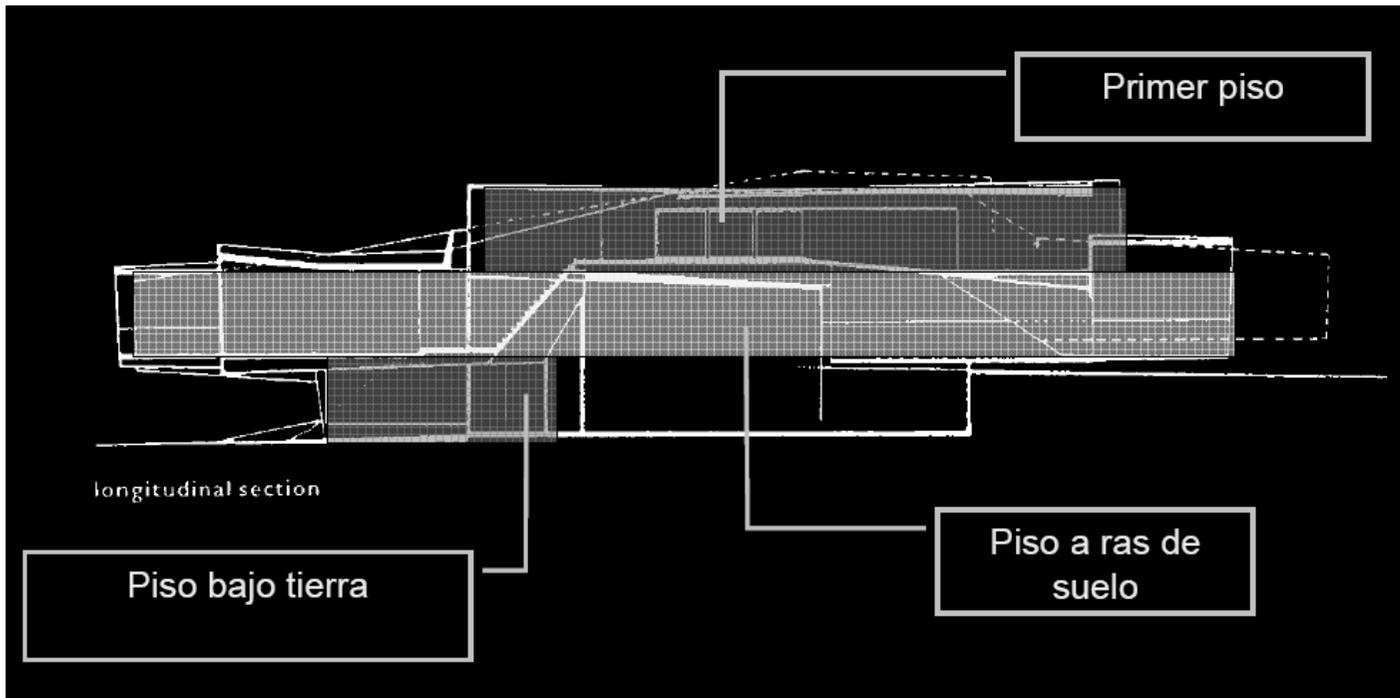
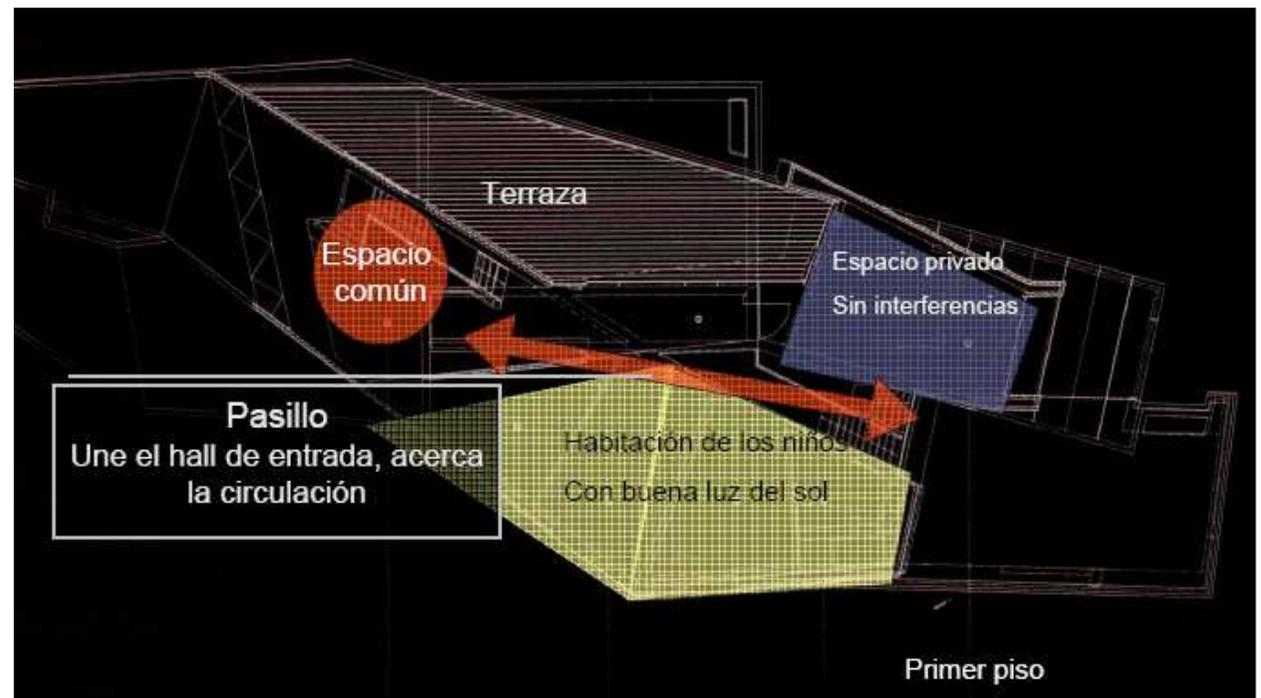
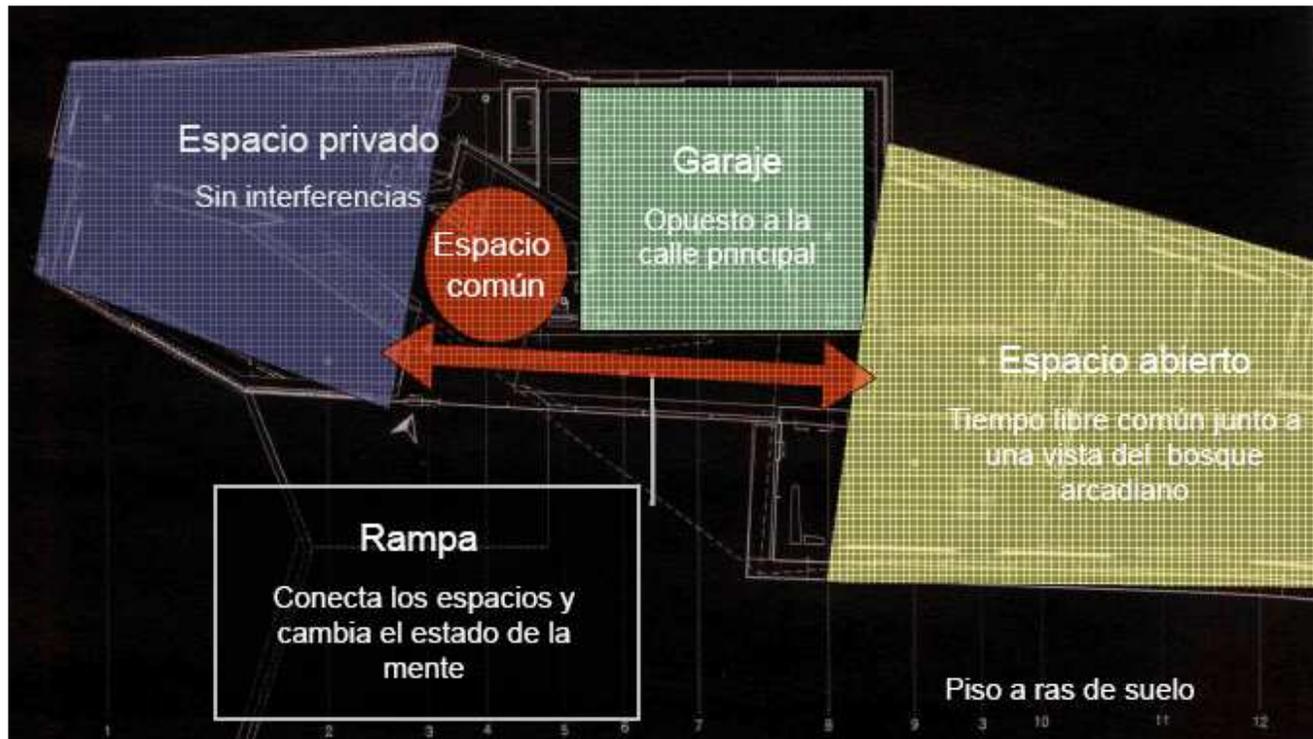


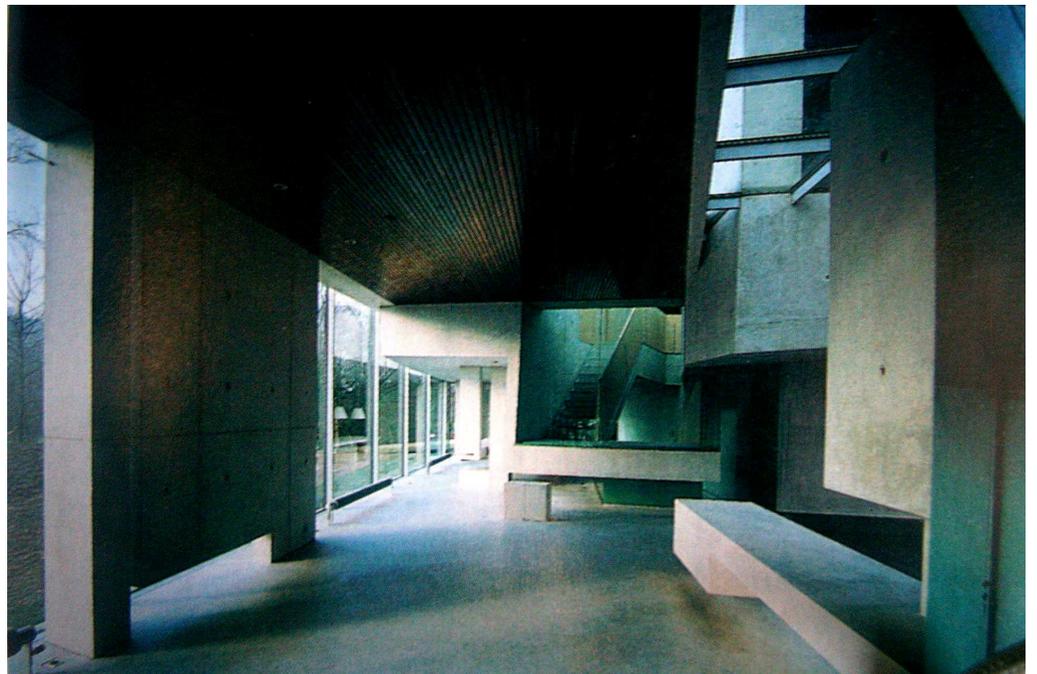
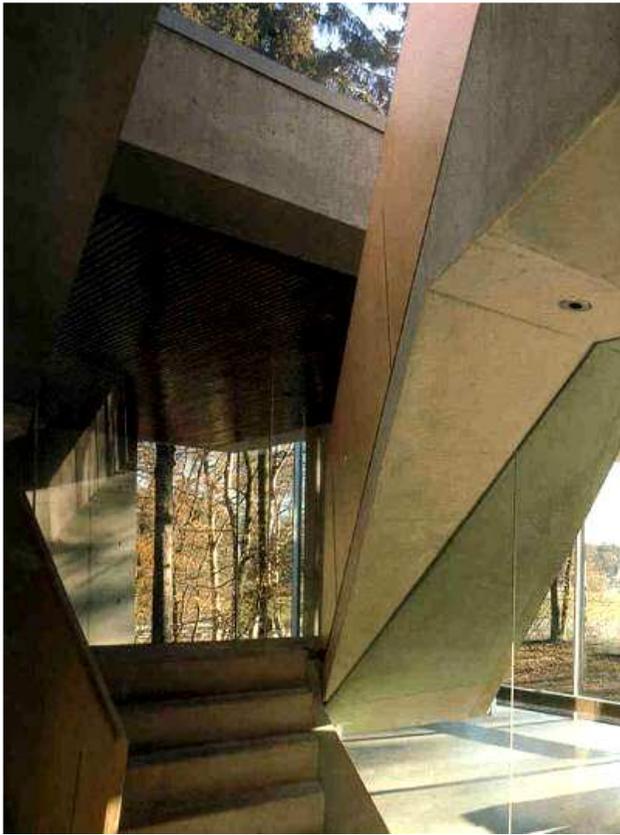
Photo: © Christian Richters

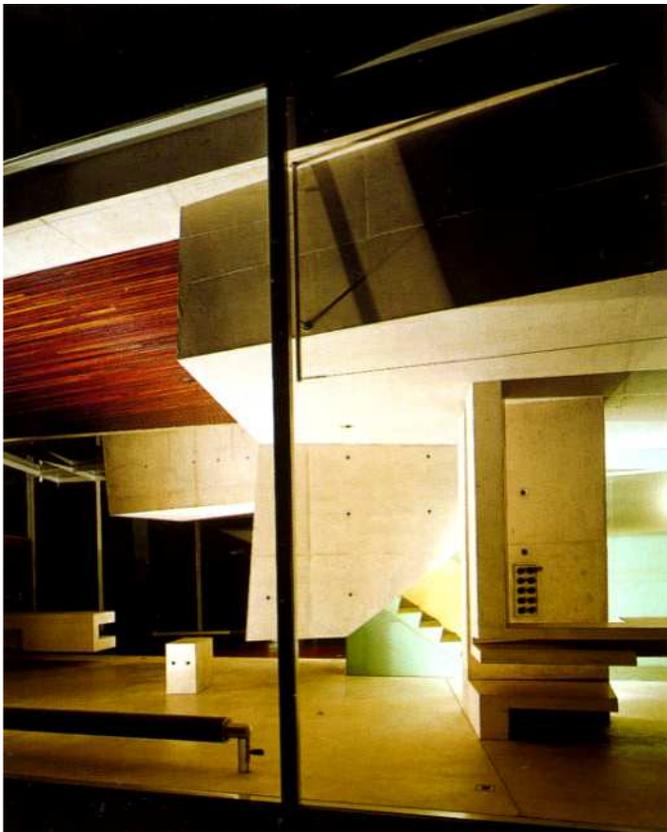
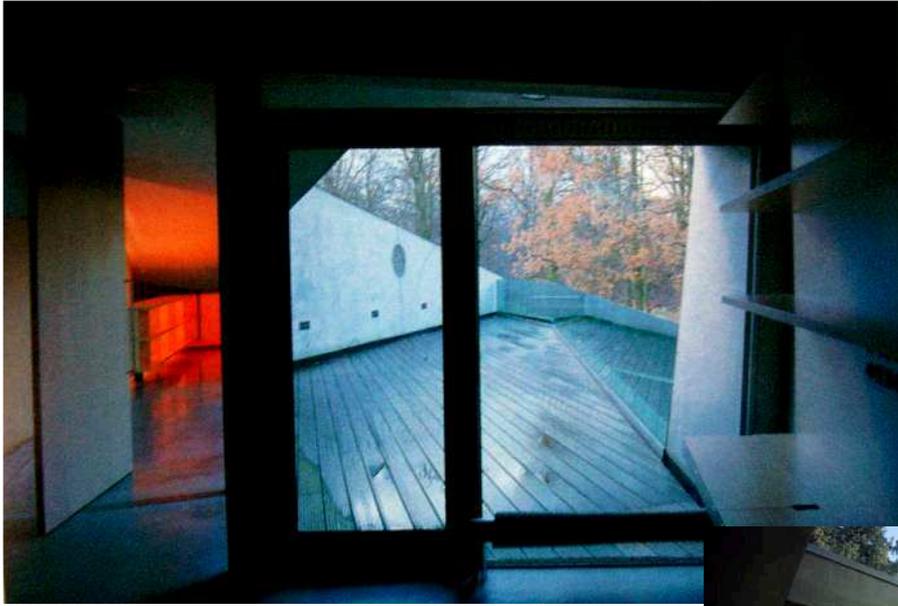


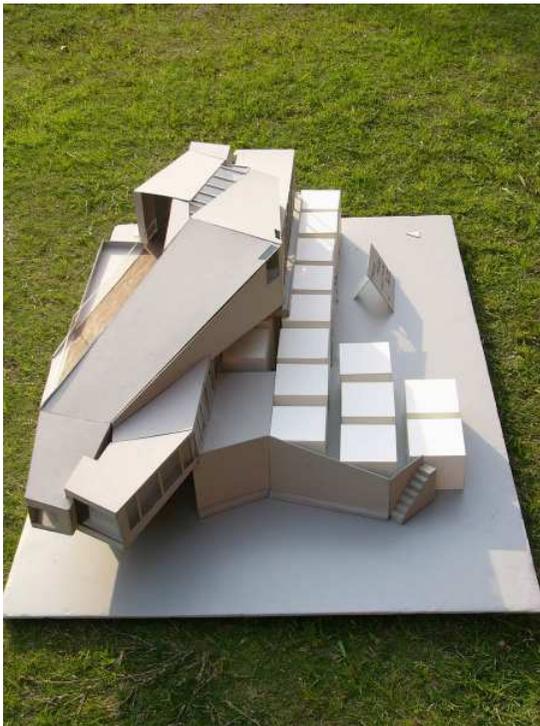




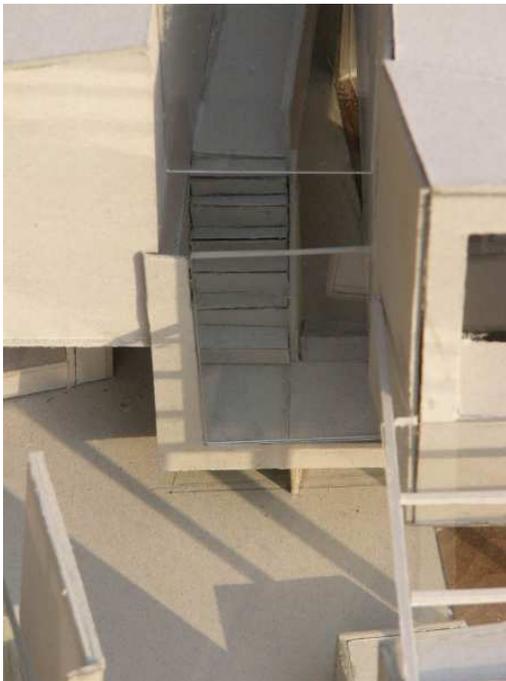
















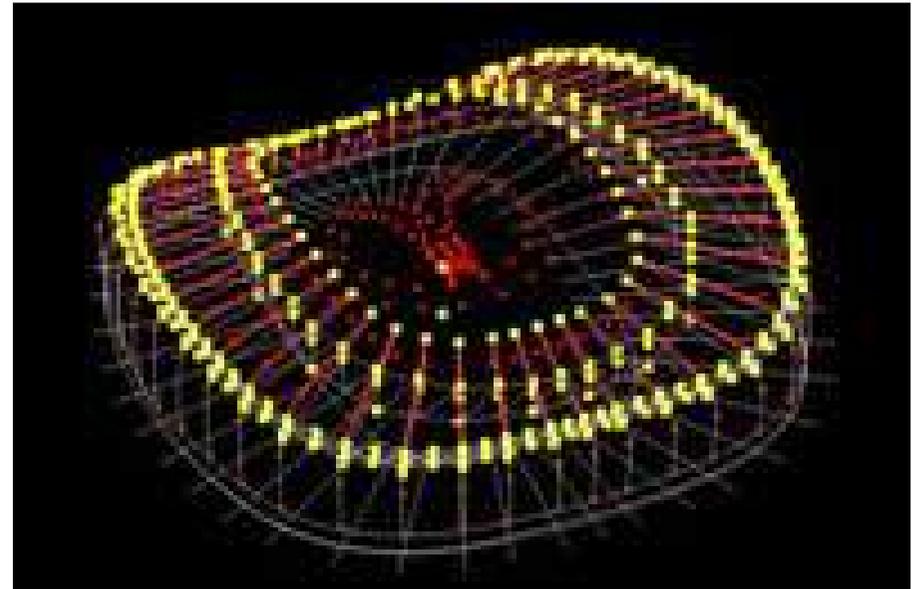
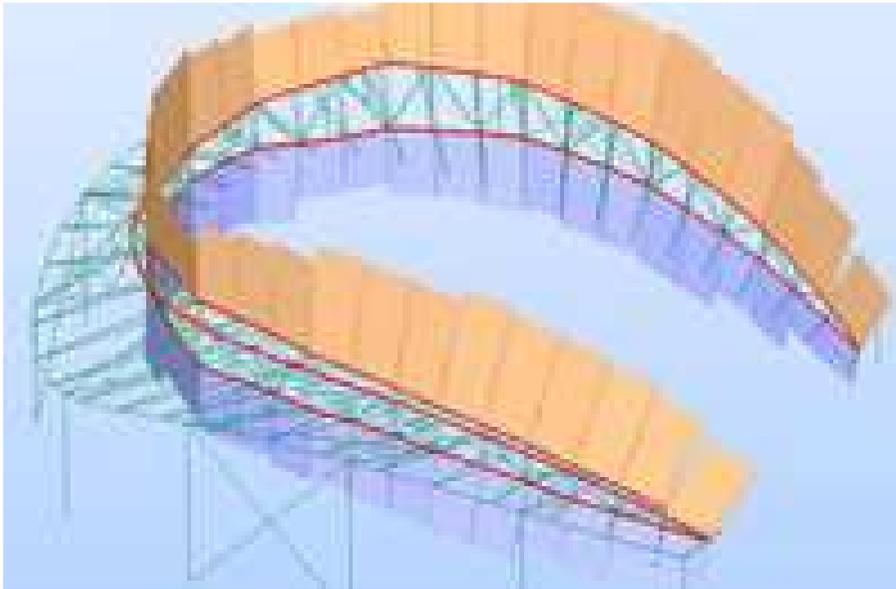
<http://en.beijing2008.cn/venues/oss>

El **Olympic Sports Center Stadium** es uno de los cuatro estadios de fútbol que se han Construido para las Olimpiadas Beijing 2008. Situado en Shenyang, tiene su tejado con forma de banda de Möbius.

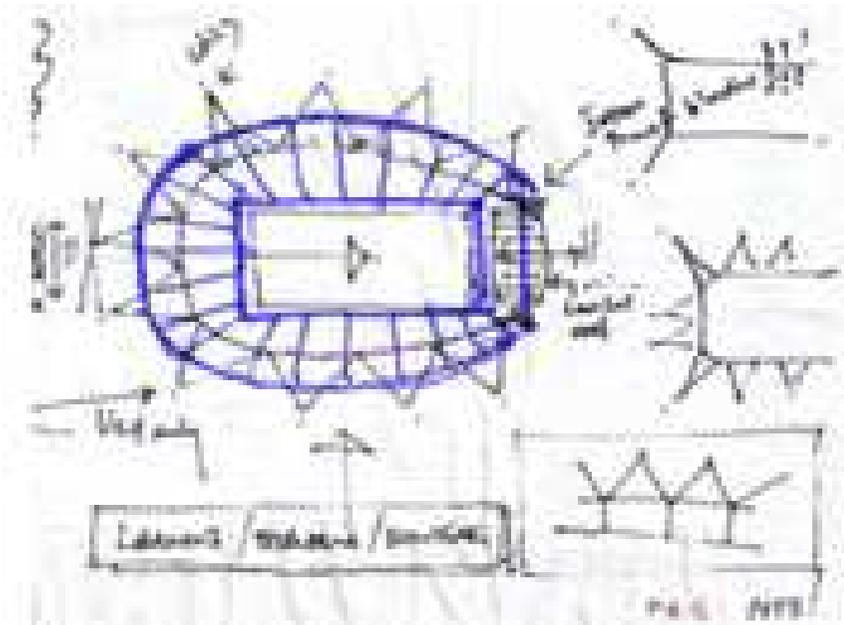


El **Lansdowne Road Stadium** (HOK Sport Architecture son los arquitectos contratados y Buro Happold es su ingeniero de estructuras) en Dublin, se comenzó a construir en 2005 y se prevee su finalización en 2009. Paul Shepherd, del Department of Architecture and Civil Engineering, University of Bath (Reino Unido), ha colaborado en su diseño (http://people.bath.ac.uk/ps281/projects/es_index.htm).





Lansdowne Road Stadium, con capacidad para 50,000 personas...





↑ The deck, arch and pier are one and the same, which gives the structure an economy and lightness.

Möbius Bridge, Bristol

Connecting one bank to another is only one aspect of Hakes Associates' bridge designs.

UNITED KINGDOM — TEXT: BIRSTEN HANNEMA

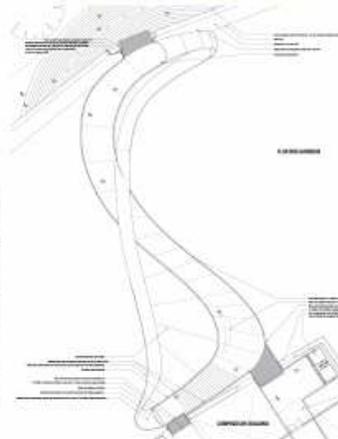
Julian and Carl-Janie Hakes's partnership seems to be founded on winning competitions—the first one in 1995 when they were still studying at Cambridge University, the next one in 2000, when they formed Hakes Associates. In 2004 and 2005 they went on to win two more competitions in England with their designs for the Möbius in Bristol and the Bridge of Hope in Liverpool. They are currently working on designs for two 300-metre-long cycle/pedestrian bridges in Boston (USA) and two 500-metre-long highway bridges in Kuwait. It's starting to look very much as if striking bridge designs will become their trademark.

The Möbius Bridge design, developed in collaboration with Buro Happold, is a typical example of Hakes Associates' style. Inspired by the endless Möbius loop, the new pedestrian and cycle river crossing is a dynamic, continuously tied structure

that is physically and structurally independent of both riverbanks in order to avoid forces that could damage the adjacent buildings and archeological remains on the site. The geometry of the bridge has been carefully chosen to produce an effective structural solution in relation to the site constraints. The main span comprises a steel arch in compression, with the deck suspended by relatively small diameter hanger cables. There is a connection between the arch and the deck where the two cross over, and the deck section spans the remaining distance to the end as a beam.

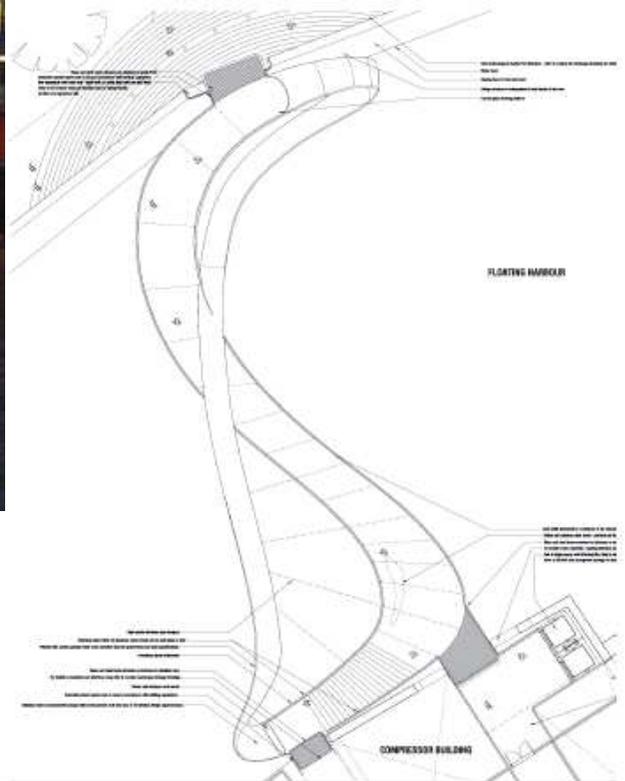
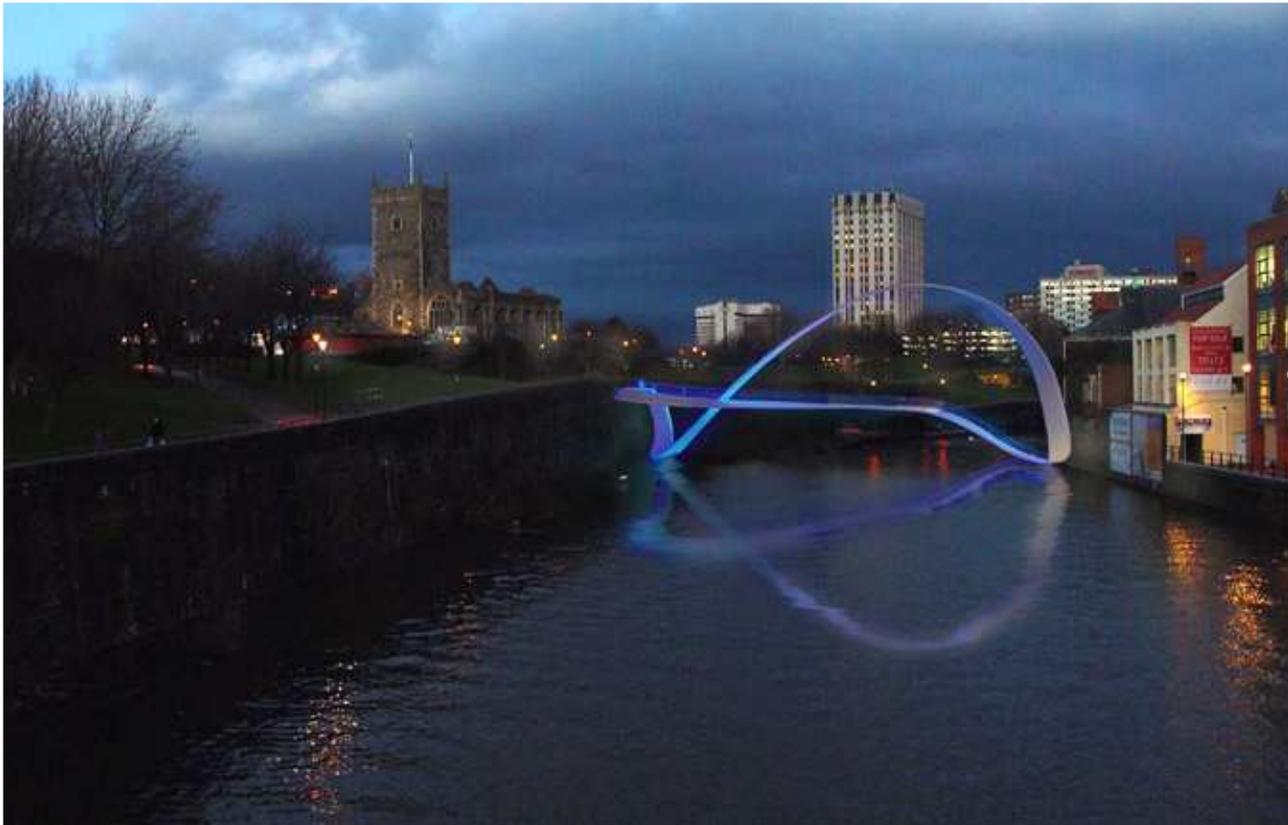
This autonomous construction lends the bridge a sculptural character, turning it into a local landmark and a symbol of the regeneration of the Finzels Reach area of which it is part.

www.hakes.co.uk



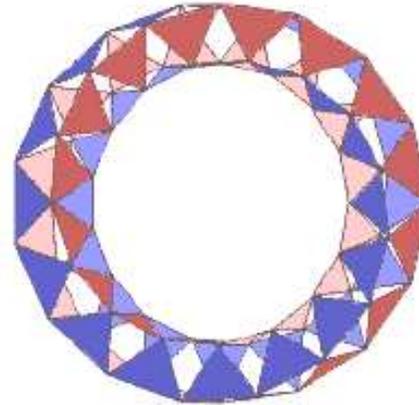
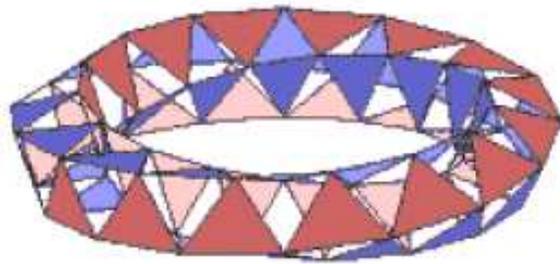
El **Puente de Möbius** en Finzels Reach (Bristol), diseñado por Julian Hakes (<http://www.hakes.co.uk>) en colaboración con Buro Happold, proporcionará un enlace peatonal y por bicicleta entre el Finzels Reach y el Castle Park. Está inspirado en la infinitud de la banda de Möbius, y construido como una pieza tubular sin *costuras* y retorcida, que es física y estructuralmente independiente de las dos orillas (diseño 2004).

http://www.burohappold.com/BH/PRJ_BLD_MobiusBridge.aspx



¿Qué vamos a ver?

- Para empezar... un poco de matemáticas
- La banda en ciencia e ingeniería
- La banda en arquitectura
- **La banda y el diseño**
- La banda y la música
- La banda en el cine y el teatro
- La banda en literatura
- La banda en la vida cotidiana



*Möbius climber en
Sugar Sand Science
Playground*



Con ayuda del programa Mathematica, el matemático de la Florida Atlantic Univ., Gerald Harnett, diseñó un **Möbius climber** calculando como debían colocarse los 64 triángulos que la forman: están enlazados y montados de tal manera que, en cada punto, la estructura torcida parece tener 4 caras (en realidad tiene 2). La construcción se encuentra en Boca Ratón (Florida) y se llama **Sugar Sand Science Playground**. En esta variante en dimensión 3 de la banda de Möbius, los niños pueden trepar y jugar...

<http://www.wolfram.com/products/mathematica/usersanduses/experience/mobius.html>



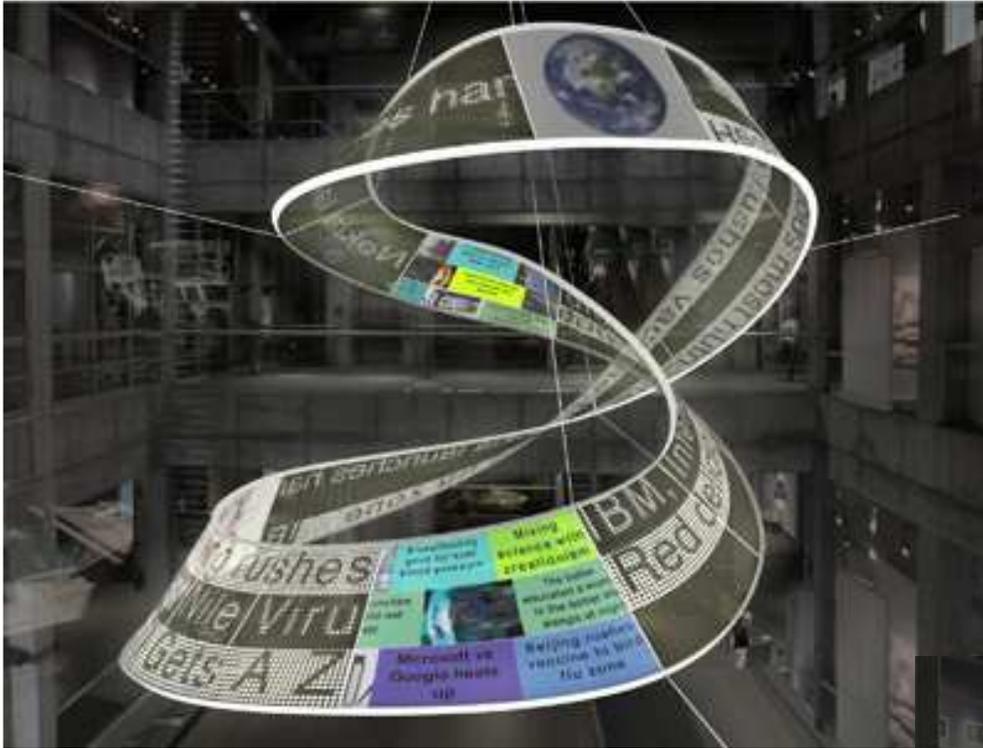
Mobius® Climber, es una banda ondulada de aluminio preparada para trepar. Está fabricado por la industria **CoolToppers**.

Existen cuatro configuraciones, que permiten adaptar el nivel de dificultad a los diferentes grupos de edad

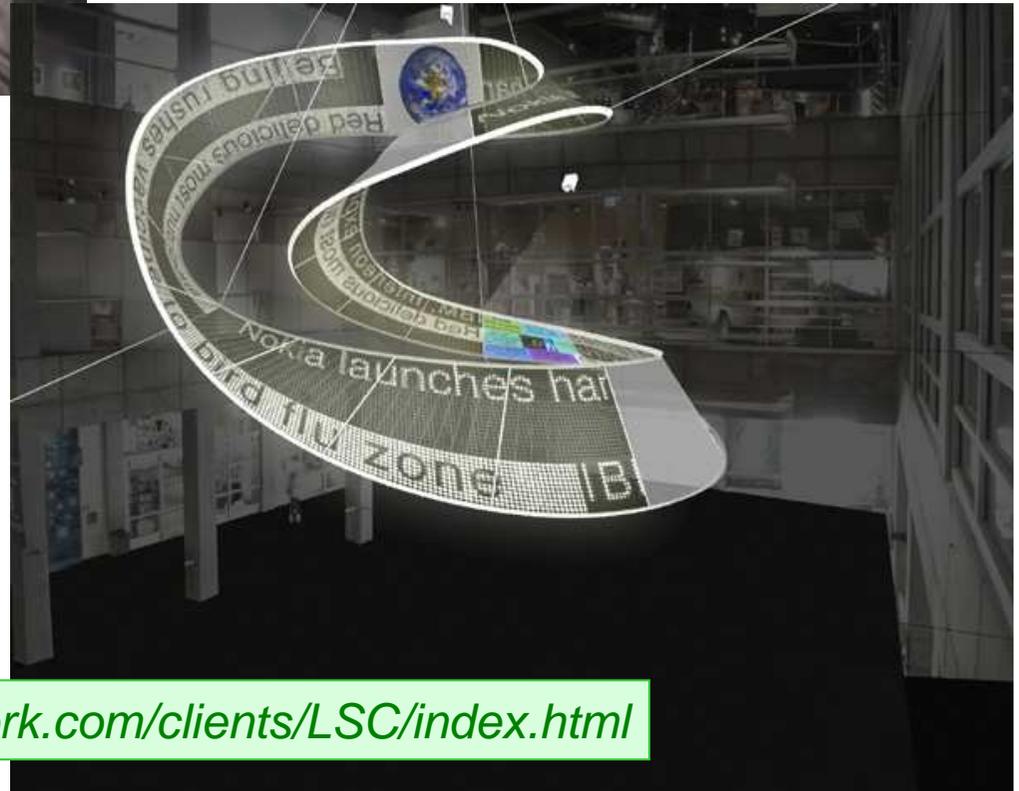
<http://www.neatorama.com/2008/02/28/mobius-climber/>



Moebius Ship de Tim Hawkinson, Museum of Contemporary Art, Sydney (Australia)

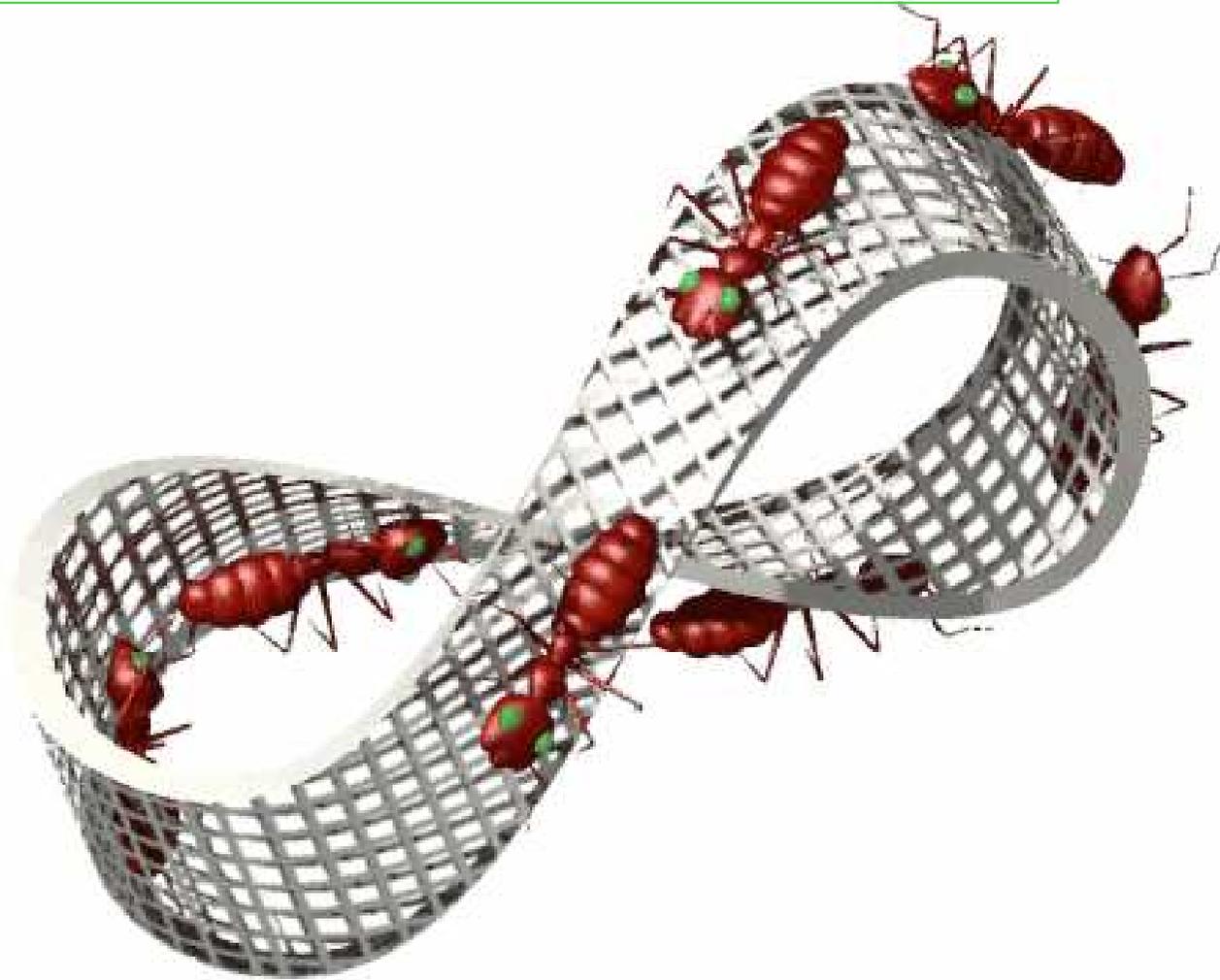


Vital Signs es una instalación interactiva diseñada para dar noticias de ciencia a los visitantes del museo **Liberty Science Center**. Es una banda de Moebius de plástico, sobre la que se proyectan informaciones que los visitantes pueden apreciar desde cualquier lado del atrio.



<http://www.open-work.com/clients/LSC/index.html>

http://mikejwilson.com/solidworks/files/mobius_II_animation.zip



Vlad Holst: el ciclo sin fin de la reencarnación
<http://britton.disted.camosun.bc.ca/strip.mov>

video

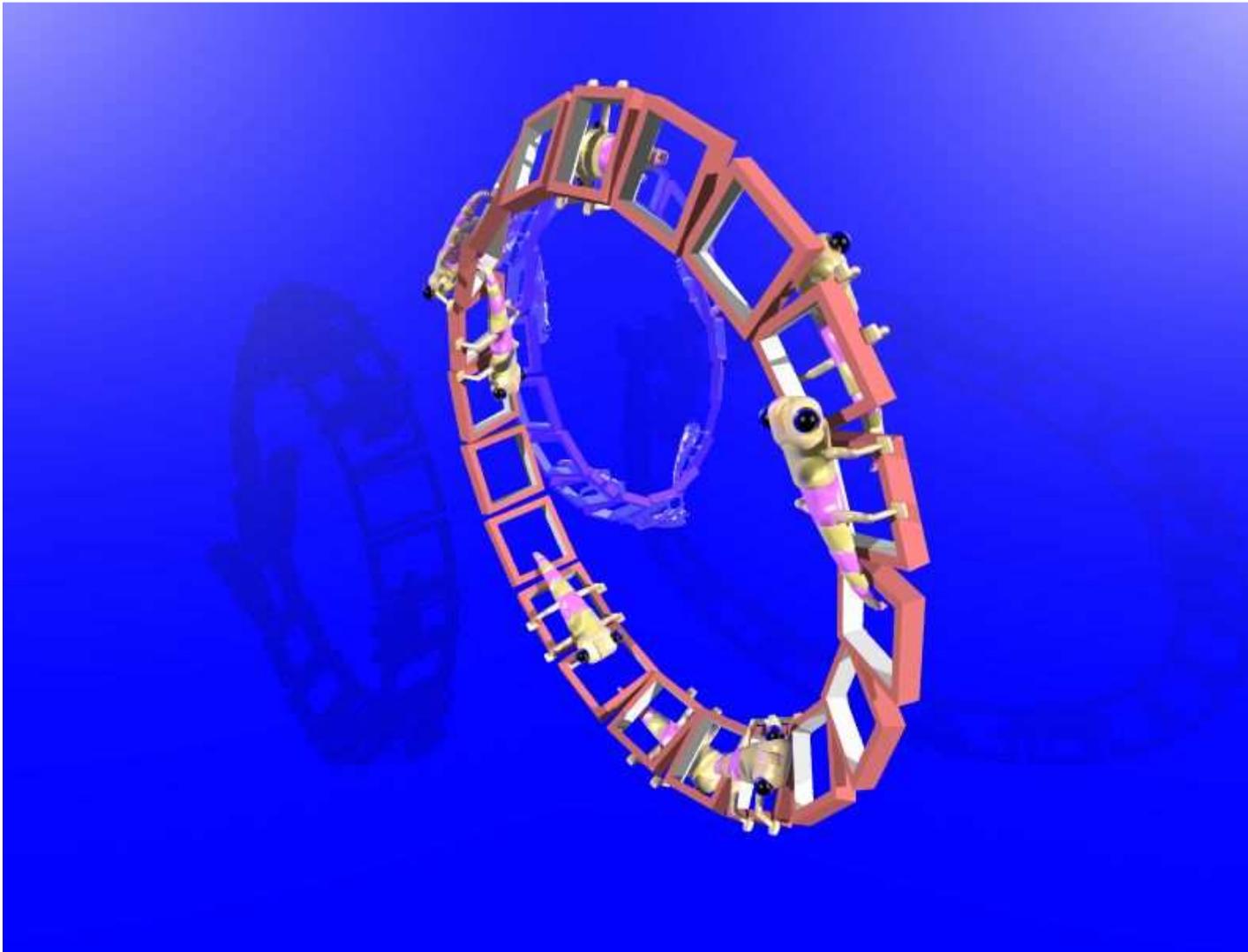


La mesa de café Moebius está compuesta por una base en madera vetada y una superficie de cristal suspendida. La forma de la base crea una delicada sensación de movimiento que mezcla la forma rítmica con la función simple. <http://www.dwr.com/product/moebius-table.do>



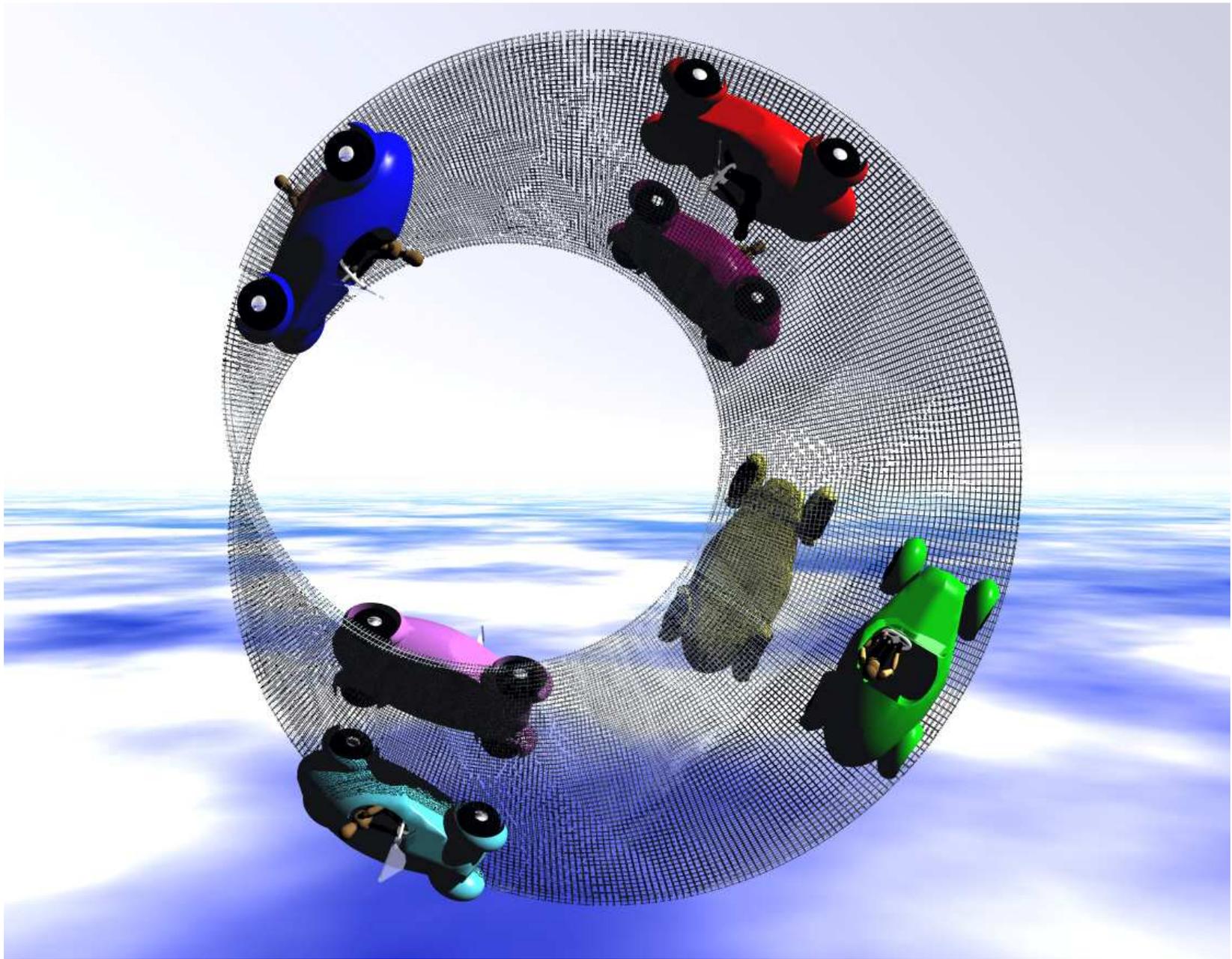


<http://www.studiofurnituremaui.com/Furniture/mobius.html>

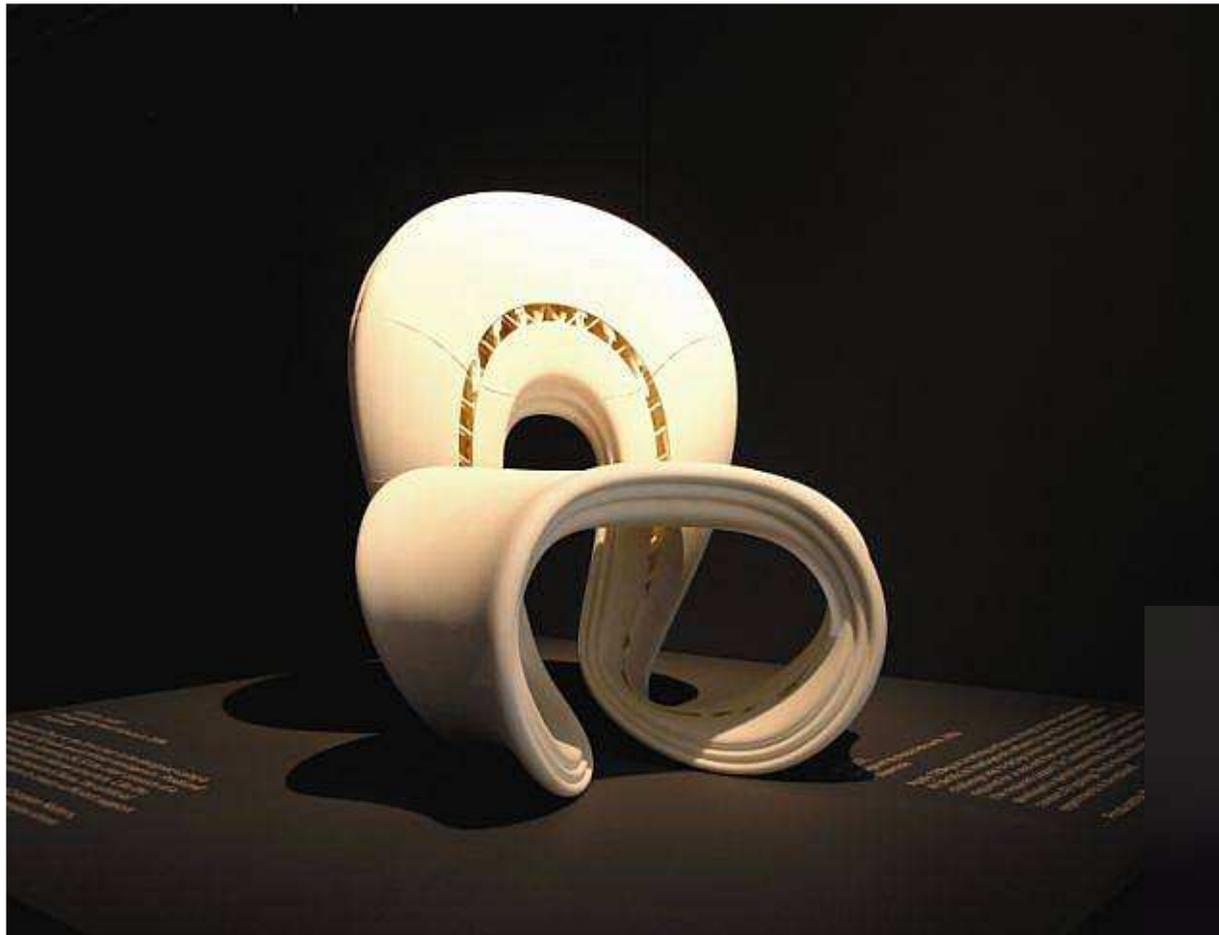


Rainer Wonisch ha creado una banda de Möbius con reptil ***Moebius mit kriechtief*** con el programa ***Povray*** (persistence of vision ray tracer), método para generar imágenes foto-realistas mediante un ordenador.

http://www.rainerwonisch.de/mathematik_und_kunst_mit_povray.html



<http://www.artistunderground.com/galpgs/moebius.htm>



El diseñador londinense Assa Ashuach ha creado la **Silla Osteen**, cuya forma recuerda a la del infinito...



<http://www.compradiccion.com/2006/10/20-silla-para-moebius>



La United Nude (<http://www.unitednude.com/>) es una firma de diseño de zapatos creada por el arquitecto holandés Rem Colas, con la ayuda del zapatero inglés Galahan Chank, ha fabricado estas sandalias de Möbius. Se trata de un zapato de culto, que en una misma tira cumple la función de suela, tacón y sujetador del pie: la parte de dentro es la de fuera... y la de fuera la de dentro...



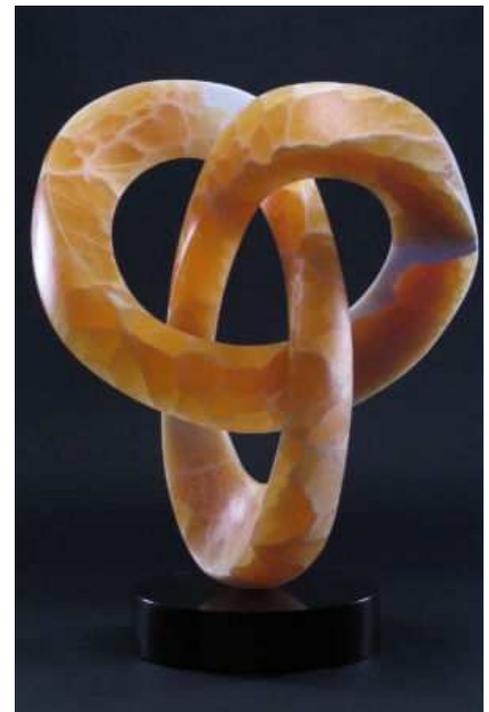


Las escaleras de Möbius de Nicky Stephens
(<http://www.nickystephens.com/mobiusstairrail.html>)





T. Barny, <http://www.tbarny.com/>







Unendliche Schleife, 1953-56
Bronce. Museo de Amberes



Ruban sans fin, 1961
Granito. Centro Pompidou. París

El artista suizo **Max Bill** estaba trabajando en 1935 en distintas posibilidades estéticas para una escultura colgante, cuando creó un objeto de una sola cara al que llamó **Unendliche Schleife** (cinta sin fin), sin ser consciente de que tales superficies se conocían desde hacía un siglo. Se comenta que sintió tal frustración al saber que no era el inventor de una nueva forma, que abandonó durante años toda investigación en este sentido...



Endless Ribbon, 1953
Granito, Museum of Art. Baltimore



En los jardines del gran centro europeo de investigación

Fermilab, Robert R. Wilson cuenta con varias obras, entre ellas esta **banda de Möbius**, formada por piezas de acero pulido de 3 por 5 pulgadas



<http://www.fnal.gov/projects/history/sculpture.html>

Möbius Strip with Penrose Tiling



Teja Krasek
(<http://tejakrasek.tripod.com/>), es una artista eslovena que crea sorprendentes bandas de Möbius.

Mobius Christmas tree ornaments





En Cantú hay una preciosa escultura de la banda de Möbius

<http://www.comune.cantu.co.it/site/Cantu/La-citt-/Itinerario/Galleria-d/Nastro-di/>



La espectacular Pretzel Stair Sculpture (<http://www.citynoise.org/article/6603>) está en Montreal (Canadá) en el Boulevard de Maisonneuve a la entrada de la estación de metro de Papineau

http://www.flickr.com/photos/avi_abrams/532493124/





"Mobius Bench"
Designed, created and installed by New York artist Vito Acconci



"Mobius Bench"
Designed, created and installed by New York artist Vito Acconci

Moebius bench (*banco de Möbius*), Fukuroi City, Japan, 2001. Fabricada por el artista **Vito Acconci** (<http://www.acconci.com/>)



"Mobius Bench"
Designed, created and installed by New York artist Vito Acconci



"Mobius Bench"
Designed, created and installed by New York artist Vito Acconci



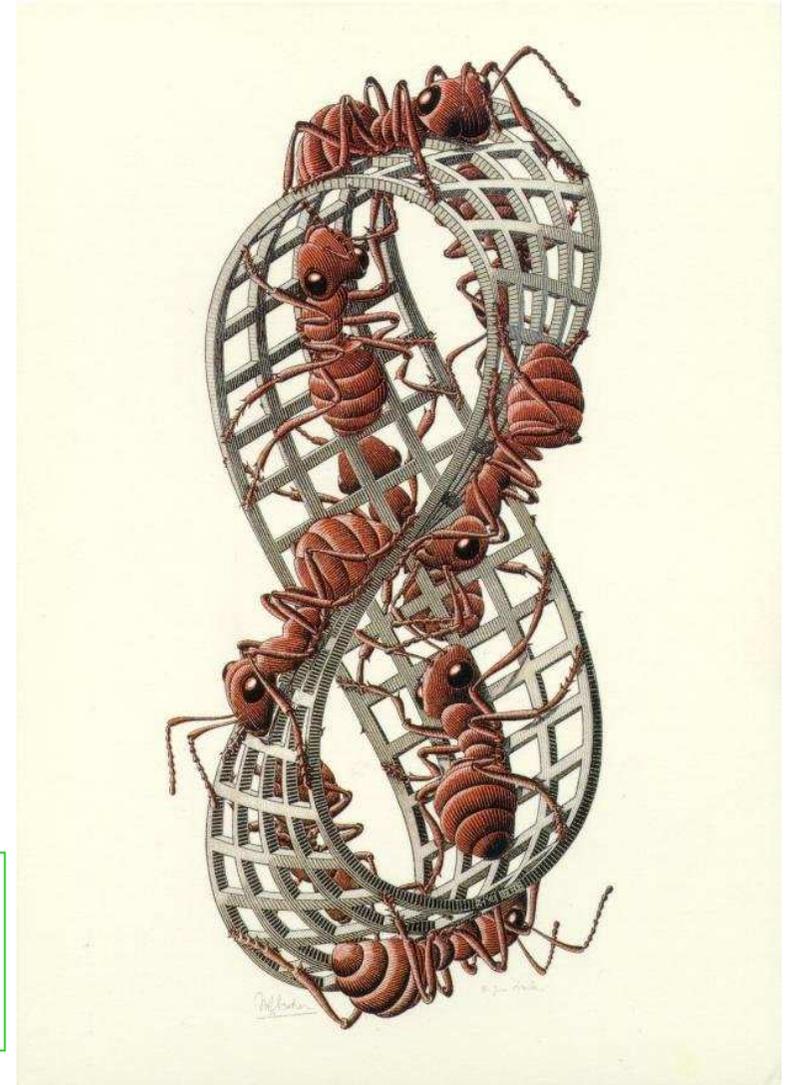
Moebius bench (*banco de Möbius*), Fukuroi City, Japan, 2001. Fabricada en fibra de vidrio fluorescente por el artista ***Vito Acconci***.





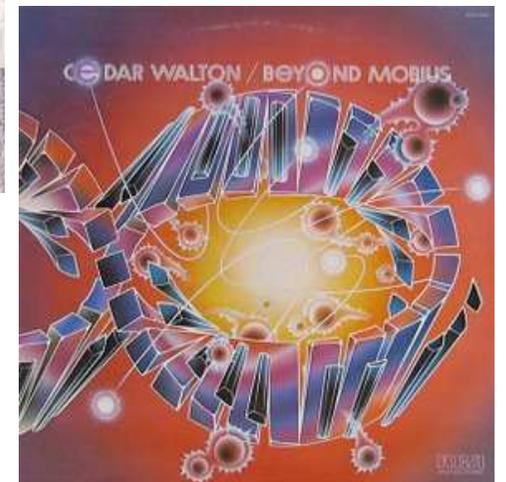
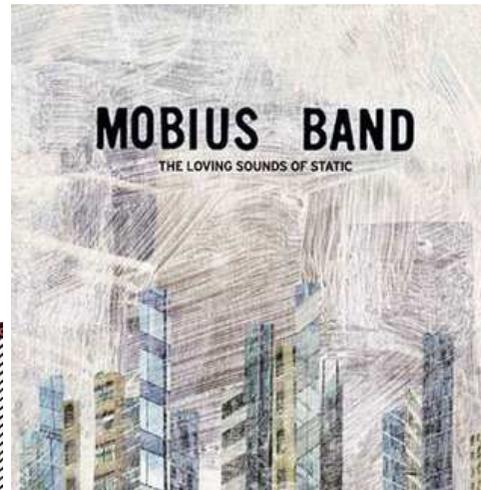
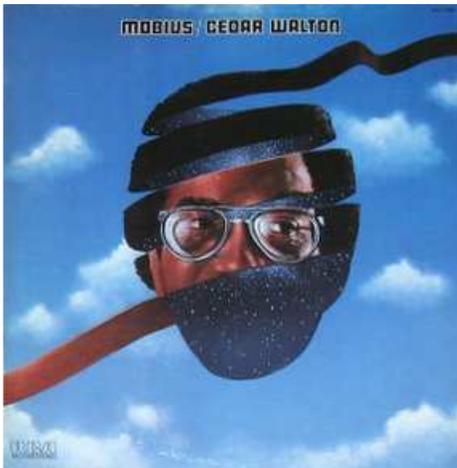
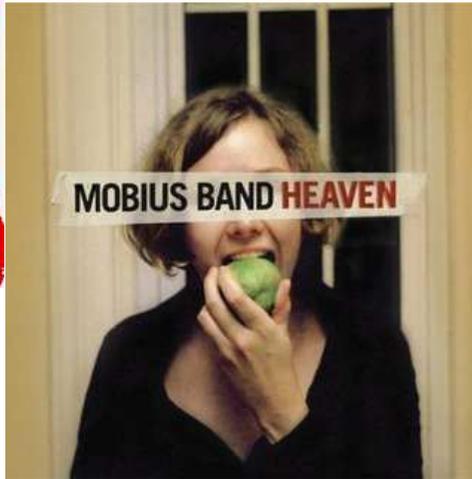
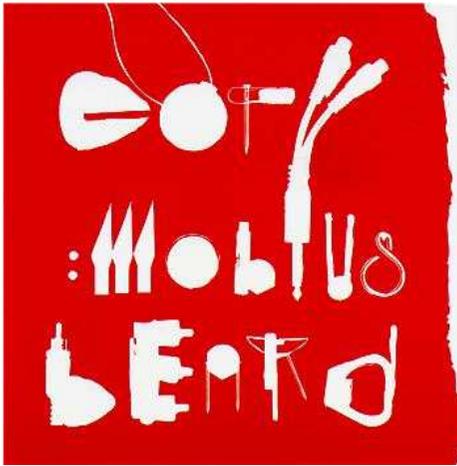
Unos ocupados *playmobil* caminando por una banda de Möbius de LEGO de Andrew Lipson (<http://web.archive.org/web/20040211064801/www.lipsons.pwp.blueyonder.co.uk/lego.htm>)

... Y las famosas hormigas (<http://www.uv.es/busoescher/escher.html>) de Mauritus Cornell Escher que nunca llegan...



¿Qué vamos a ver?

- Para empezar... un poco de matemáticas
- La banda en ciencia e ingeniería
- La banda en arquitectura
- La banda y el diseño
- **La banda y la música**
- La banda en el cine y el teatro
- La banda en literatura
- La banda en la vida cotidiana





Gabe Evens Quartet
Mobius

Gabe Evens: piano
Ray Codrington:
trumpet
Don Gladstone: bass
Bobby Cohen: drums

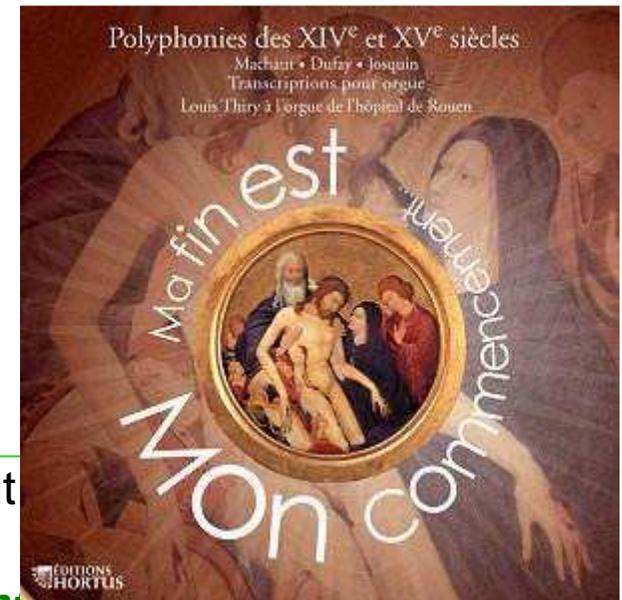
14. Ma fin est mon commencement

[Triplum]

[Cantus] 1.4.7. Ma a. Et s. Mes fin te tiers

Tenor ("Contratenor")

O.L. 202



Ma fin est mon commencement de Guillaume de Machaut
Rondeau de tres voces (a capella)

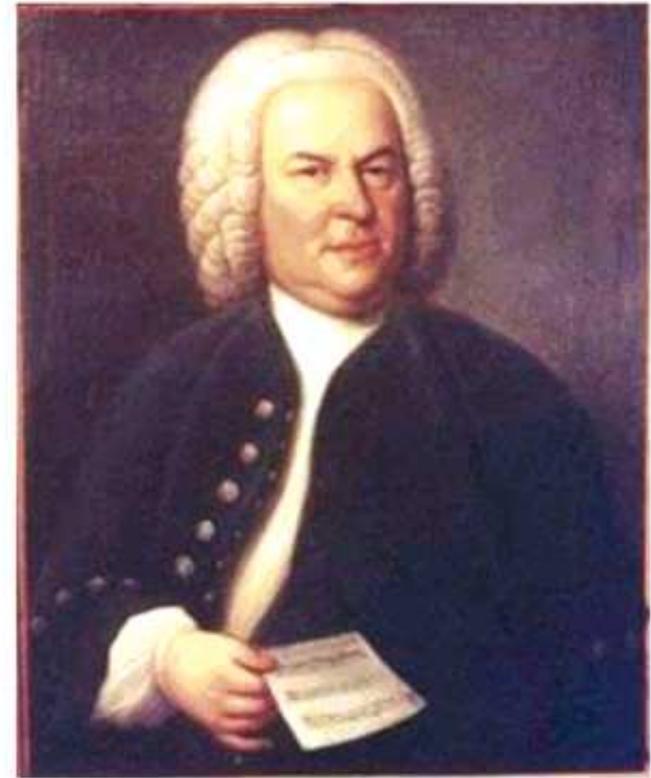
***Ma fin est mon commencement
Et mon commencement ma fin
Est teneure vraiment
Ma fin est mon commencement.
Mes tiers chans trois fois seulement
Se retrograde et einsi fin.
Ma fin est mon commencement
Et mon commencement ma fin.***

El enigmático texto que canta su tenor "***Ma fin est mon commencement et mon commencement ma fin***" significa que la melodía del tenor es la de la voz superior cantada en sentido retrógrado; la segunda mitad de la del contratenor es el reverso de su primera mitad.

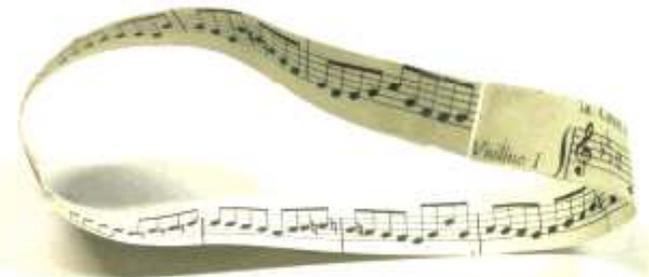
Thematis Regii Elaborationes Canonicae

1a. Canon a 2 cancrizans

Violino I
Violino II



Johann Sebastian Bach



Arnold Schoenberg, varios siglos más tarde ha experimentado también con canons de Möbius: éste tiene 4 partes al contrario de las 2 de Bach.

<http://www.carliner-remes.com/jacob/math/project/sounds/schoen.mid>



Ex. 5 Mirror Canon

A musical score for a four-part canon. The score is written on four staves, each with a treble clef and a key signature of one sharp (F#). The music is in 3/4 time. The score is divided into four systems, each containing four staves. The first system covers measures 1-4, the second system covers measures 5-8, the third system covers measures 9-12, and the fourth system covers measures 13-16. The music features complex rhythmic patterns and melodic lines that are mirrored and inverted across the four parts, characteristic of a Möbius canon.

Nicolas Slonimsky es profesor y compositor. Posee una pieza llamada **Moebius Strip Tease**. Es una pieza para dos cantantes, con piano

**Ach! Professor Möbius, glörious Möbius
Ach, we love your topological,
And, ach, so logical strip!
One-sided inside and two-sided outside!
Ach! euphörius, glörius Möbius Strip-Tease!**

La música rota para cada cantante (con instrucciones muy precisas) el interior se hace exterior y viceversa...La pieza es un rondo perpetuo y unilateral... Copia la música para cada cantante en una banda de 110-b card stock, 68" por 6". Dobra la cinta en forma de banda de Möbius. Slonimsky, al contrario de Schoenberg and Bach, sabe perfectamente que está haciendo una banda de Möbius...

<http://www.carliner-remes.com/jacob/math/project/sounds/slon.mid>



Ach_ Pro-fes-sor Mö-bi-us, glö-ri-ous Mö-bi-us. Ach! We love your to-po-log-i-cal, and, ach, so log-i-cal strip!
one sid-ed in-side and two sid-ed out side. Ach! Eu-phö-ri-ous glö-ri-ous Mö-bi-us strip-tease.

Möbius Strip-Tease 1965 / To assemble: snip, twist and paste.



¿Qué vamos a ver?

- Para empezar... un poco de matemáticas
- La banda en ciencia e ingeniería
- La banda en arquitectura
- La banda y el diseño
- La banda y la música
- **La banda en el cine y el teatro**
- La banda en literatura
- La banda en la vida cotidiana

Time Squared (Star Trek: The Next Generation)

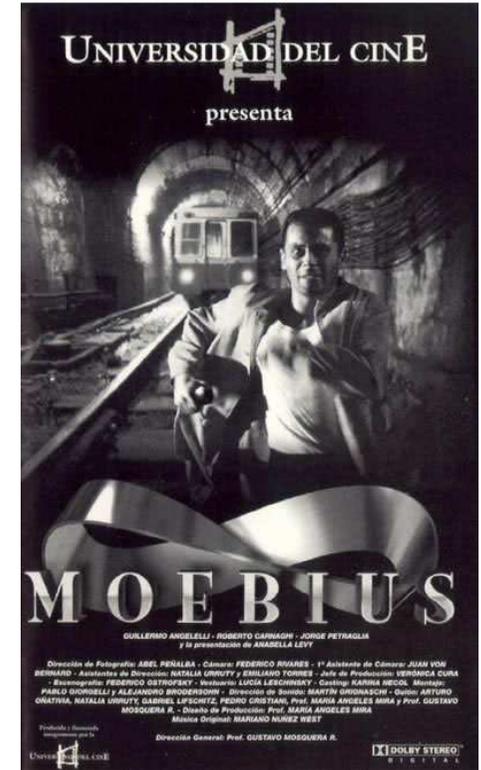
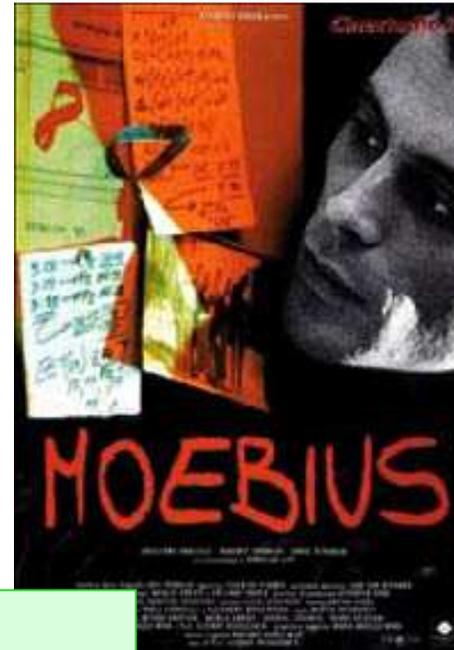


“Time Squared” es el episodio número 39 de la serie de televisión *Star Trek: la siguiente generación*.

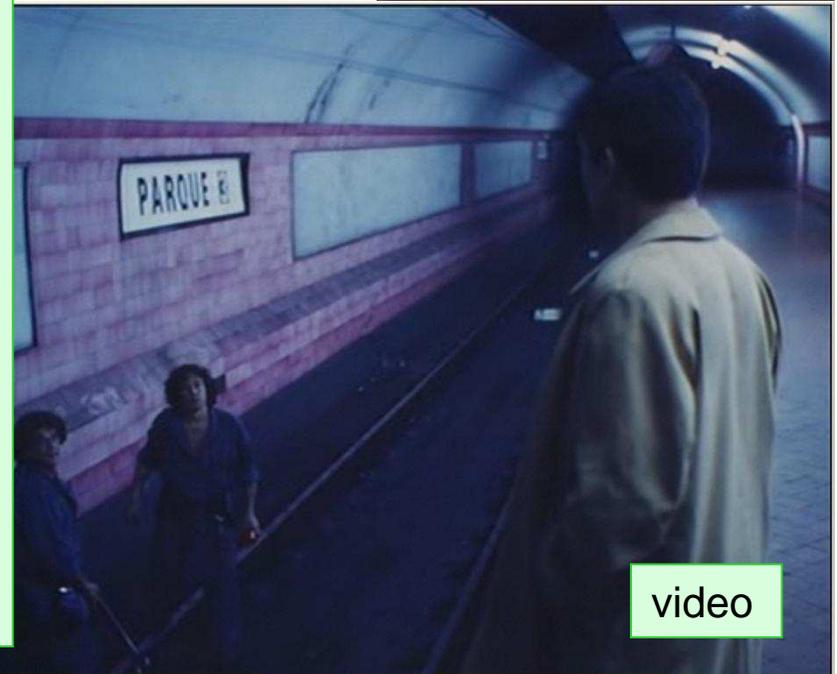
En este episodio, la tripulación del *Enterprise* encuentra un doble del Capitán Picard que viene del futuro (con 6 horas de diferencia). El *Enterprise* va a entrar en un vórtice de energía y va a ser destruido.

El Teniente Wolf dice: ***“Existe la teoría de Möbius, un giro en la estructura del espacio donde el tiempo se transforma en un lazo del que no se puede escapar...”***

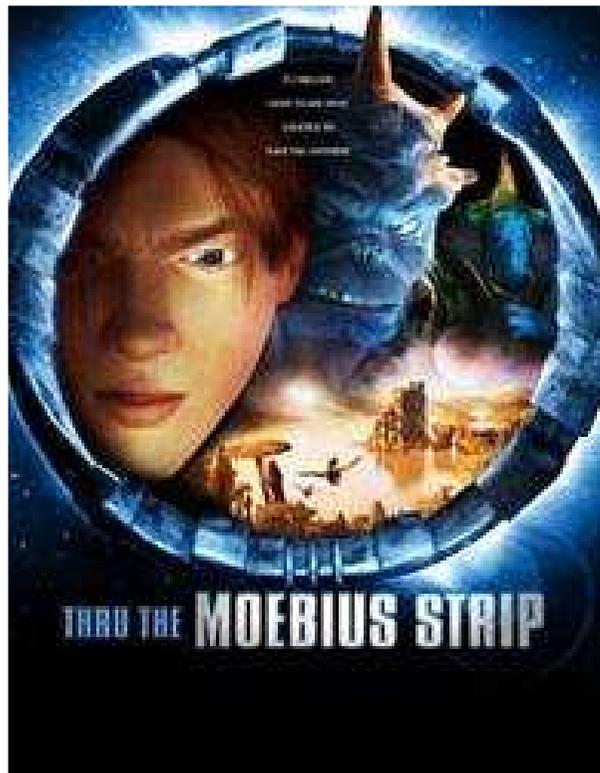
video



Basada en el cuento fantástico de A.J. Deutsch *Un metropolitano llamado Moebius*, la película argentina **Moebius** narra la inexplicable desaparición de un tren lleno de viajeros en la red de vías del metro de Buenos Aires. El protagonista es un joven matemático enviado por el despacho de arquitectos que se encargó de las últimas ampliaciones de la red de metro que, buscando los planos de la ampliación, encontrará la pista de un antiguo profesor y una *disparatada* teoría matemática a la que nadie dará crédito. Su director es el argentino Gustavo Mosquera y puede verse online o descargarse la película en <http://www.divxonline.info/pelicula/1712/moebius/>



video



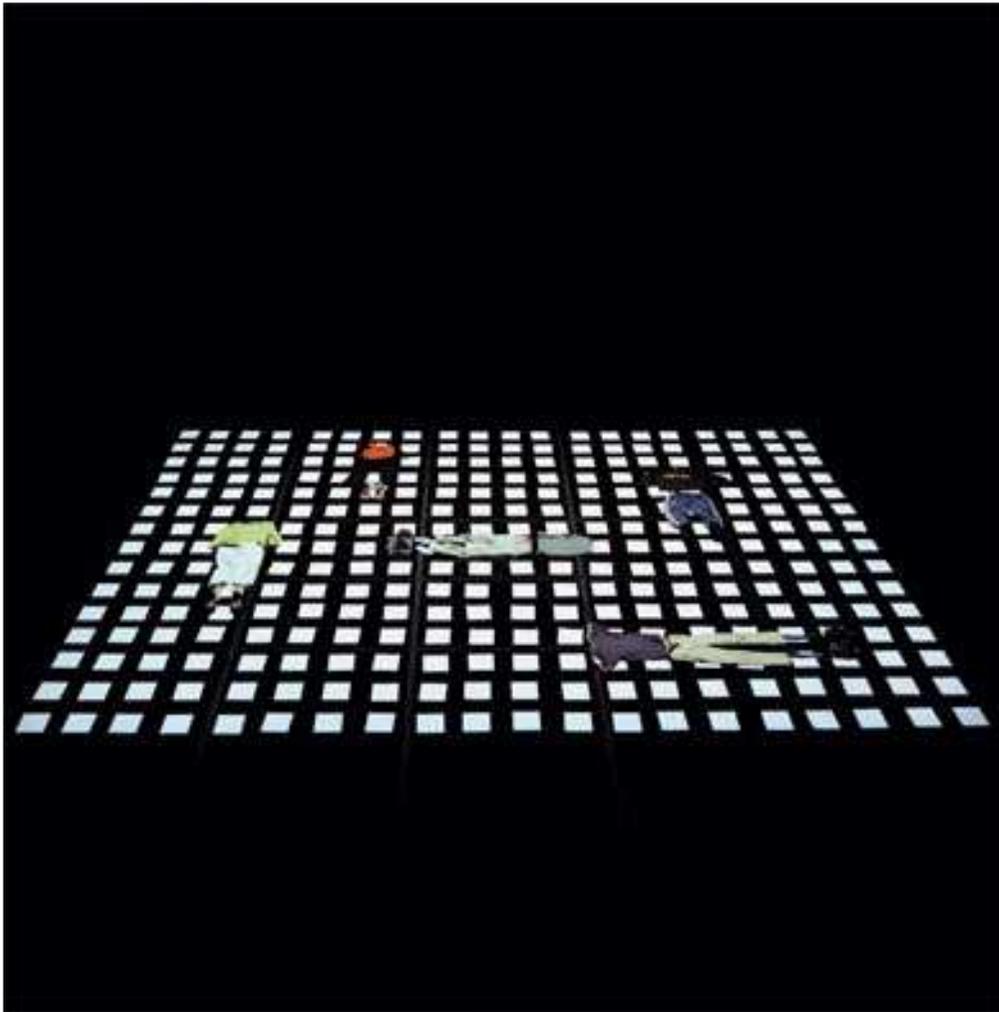
Thru the Moebius Strip (2005) es la primera película de animación 3D realizada en China, dirigida por Glenn Chaika. Narra las aventuras de Jac, un chico de 14 años que, incapaz de aceptar la muerte de su padre, se embarca en un viaje en su busca. Así llega al planeta Raphicca, donde descubre que su padre está prisionero en un reino de extraterrestres gigantes que creen en la magia y en un milenario código medieval de caballería.





La historia viene firmada por el dibujante francés Jean Giraud, más conocido por los aficionados al cómic, como **Moebius**.





La cinta de Moebius, es una coreografía de la compañía suiza Gilles Jobin. El coreógrafo toma el título como símbolo de lo eterno; Jobim renuncia a la idea de progreso - la verticalidad - para investigar la horizontalidad en el escenario. Se pueden encontrar fragmentos del ballet en <http://www.gillesjobin.com/spip.php?rubrique18> o en <http://objet-a.blogspot.com/2008/03/to-dance-more-moebius-strip.html>.

La obra de **Alain Girodet** es una pieza en 3 actos para 4 personajes, 2 mujeres (Mado y Claire) y 2 hombres (Jules y Claude).



Comedia policial, con toques de humor y crítica mordaz, se comporta como una **banda de Möbius**: el argumento gira y se altera, con sorpresas incesantes.

Mado, la esposa del barón Jules Voltereine, invita a Claude, un vagabundo del barrio, a pasar la tarde en su lujosa casa. Los dos personajes conversan, discuten, se insultan a veces, presentando sus historias personales. Claude había sido profesor de matemáticas, despedido porque, en sus propias palabras, **“Me había pasado un trimestre hablando de la banda de Moebius”**: Éste era el motivo oficial aunque, en realidad, su cese estaba motivado por haber enseñado su *colección de fotos eróticas* a sus alumnos. ... Hay enredo, mentira, asesinato... Y bandas de Möbius...

www.tallia.fr

LE THEATRE TALLIA présente

40 rue de la Colonie
Paris 13^{ème}
Metro: Tolbiac

LE RUBAN DE MOEBIUS

COMEDIE-POLICIERE

Mise en Scène:
Bertrand DESTRIGNEVILLE

Texte de:
Alain GIRODET

Jules
Hervé TERRISSE

Mado
Coralie BONNEMAIS

Claude
Frédéric SIGRIST

Claire
Indira LAGOOR

DU 5 AU 28 JUILLET JEUDI VENDREDI SAMEDI A 21H15

TARIF: 15€ TR: 10€ Réservation au 01 45 80 60 90

LOCATION: Fnac - Carrefour - Géant - 08 92 68 36 22 (0,34€/min) - www.fnac.com

¿Qué vamos a ver?

- Para empezar... un poco de matemáticas
- La banda en ciencia e ingeniería
- La banda en arquitectura
- La banda y el diseño
- La banda y la música
- La banda en el cine y el teatro
- **La banda en literatura**
- La banda en la vida cotidiana

Luc Étienne (1908-1984) toma la banda de Möbius, la somete a simples manipulaciones, y transforma un poema en otro cuyo sentido cambia espectacularmente...

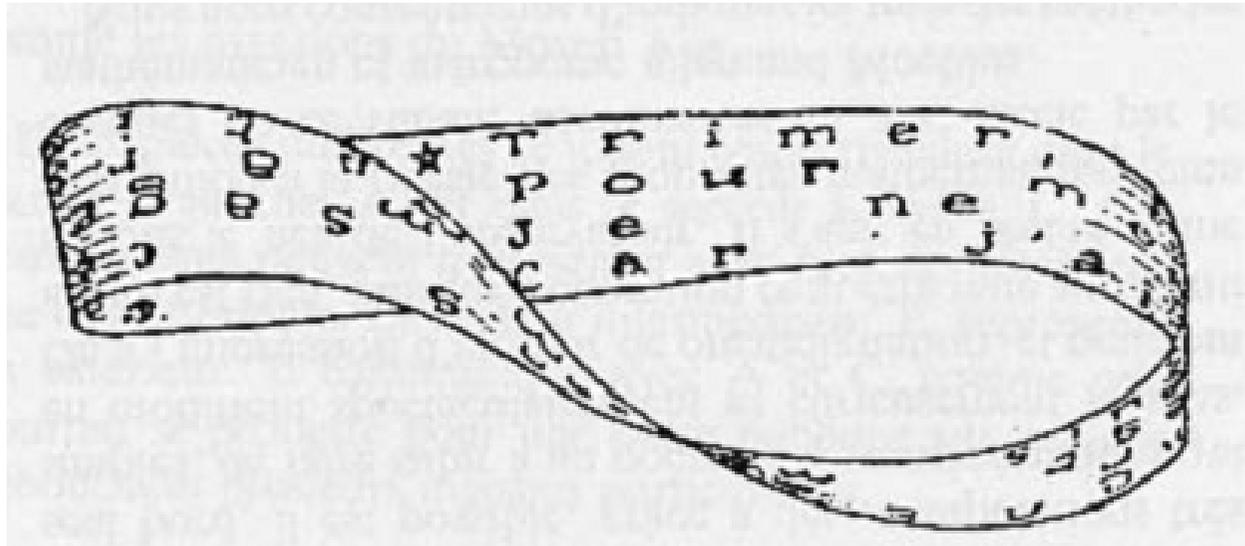
En la primera cara de una banda de papel rectangular (al menos 10 veces más larga que ancha) se escribe la mitad de la poesía:

***Trabajar, trabajar sin cesar,
para mi es obligación
no puedo flaquear
pues amo mi profesión...***

Se gira esta tira de papel sobre su lado más largo (es esencial), y se escribe la segunda mitad del poema:

***Es realmente un tostón
perder el tiempo,
y grande es mi sufrimiento,
cuando estoy de vacación.***

Se pega la tira para obtener una banda de Möbius y sobre ella se lee (sólo tiene una cara) algo con sentido “opuesto” a la suma de los dos poemas anteriores:



***Trabajar, trabajar sin cesar, es realmente un tostón
para mi es obligación perder el tiempo
no puedo flaquear y grande es mi sufrimiento,
pues amo mi profesión... cuando estoy de vacación.***

En literatura, muchos son los autores que han utilizado la banda de Möbius en sus relatos:

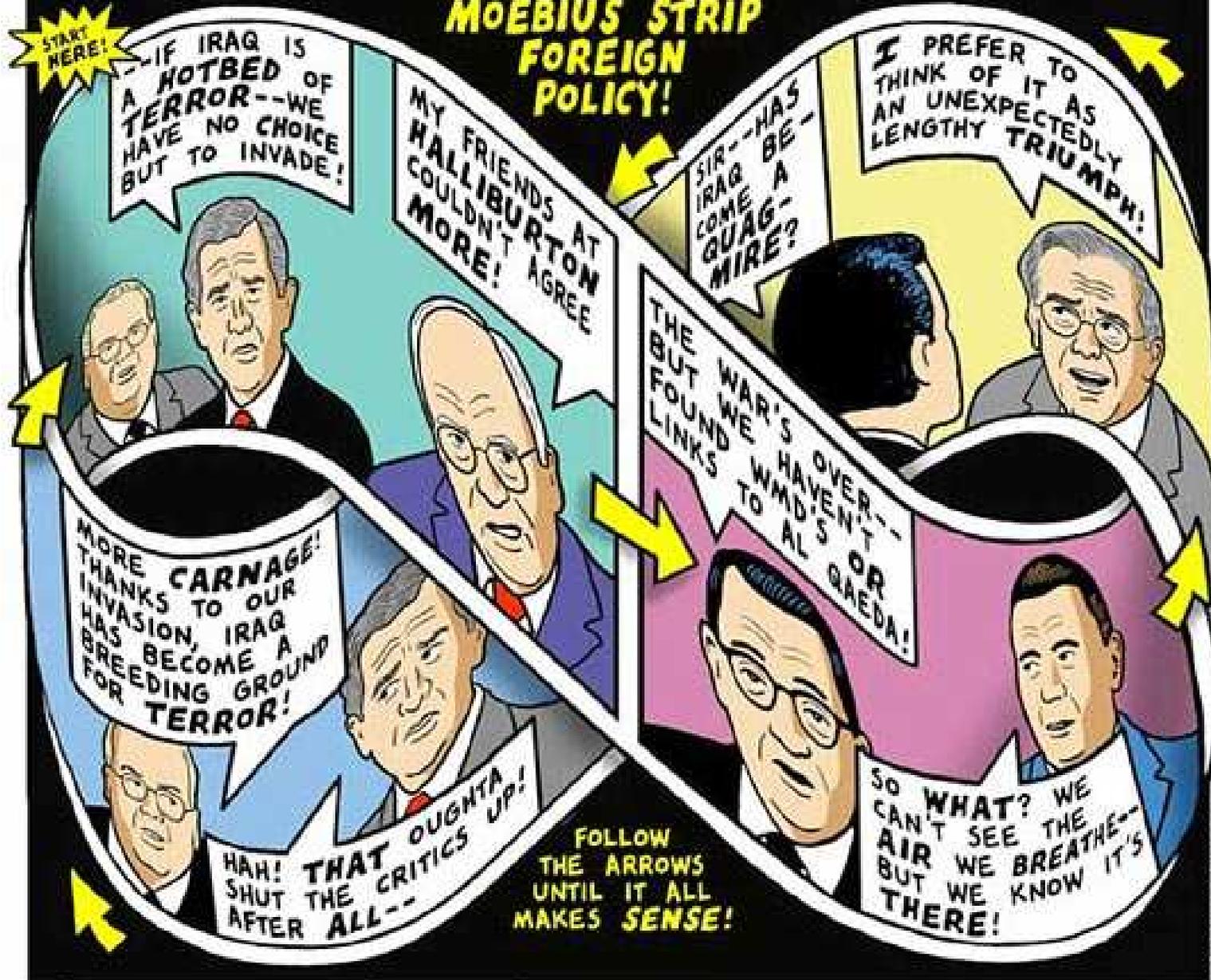
1. *El muro de oscuridad* de Arthur C. Clarke: en un mundo poblado sólo por una estrella y el planeta Trilorne, existe un muro que rodea la parte habitada; ¿qué hay del otro lado? Trilorne, ya que el muro ¡es una banda de Möbius!
2. *El disco* de Jorge Luis Borges: el disco es el anillo de Odín, de una sola cara.
3. *Un metropolitano llamado Moebius* de Armin Joseph Deutsch.
4. *La cantante calva* de Eugène Ionesco, donde es la obra la que posee estructura de banda de Möbius, al terminar como ha comenzado.
5. *Flutterland* de Ian Stewart, donde la vaca *Moobius* posee una larga cola pegada a su nariz: *Moobius* posee un solo lado.
6. *Paul Bunyan versus the conveyer belt* de William Hazlett Upson donde se optimiza la extracción de uranio de una mina gracias a una cinta transportadora de Möbius.
7. *Mobius Dick* de Andrew Crumey, novela que relaciona las vidas de los ¿diferentes personajes? Thomas Mann, de Schrödinger, de Melville, de Schumann ...

THIS MODERN WORLD

by TOM TOMORROW

WHICH COMES FIRST--CAUSE OR EFFECT? IT'S HARD TO TELL--WITH GEORGE BUSH'S

MOEBIUS STRIP FOREIGN POLICY!



Web de Tom Tomorrow

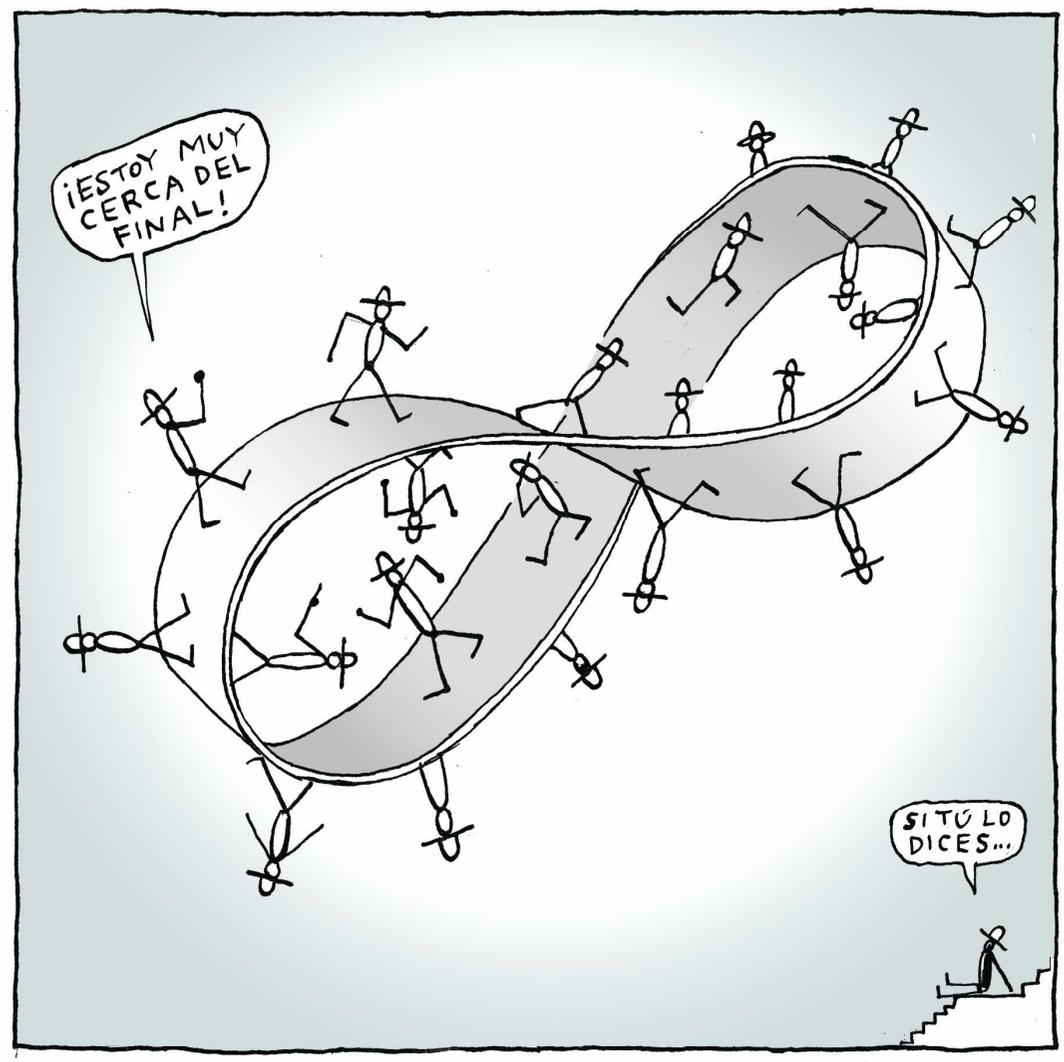
Qué viene primero ¿la causa o el efecto? Es difícil de decirlo con la Moebius Stripp Foreign Policy de George Bush

Siga las flechas antes de que todo cobre sentido

EH CVT!
¿CÓMO VA ESA METAFÓRICA BÚSQUEDA INTERIOR?

★EL★BUENO★DE★
★CUTTLAS★

BIEN! PUEDO SENTIRLO!



El artista e ilustrador Calpurnio hace caminar en una de sus viñetas al **Bueno de Cuttlas** (<http://www.calpurnio.com>) por una banda de Möbius... Viñeta aparecida en **20minutos** el 16 de julio de 2007 (<http://www.20minutos.es/viñeta/654204/0/07/2007/cuttlas/>)

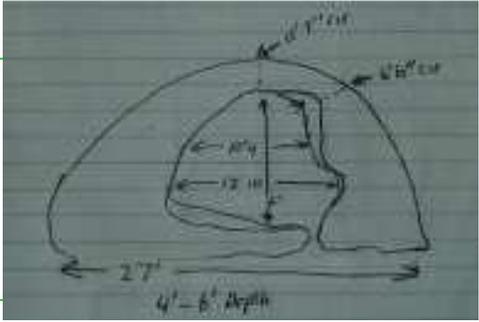
Y Mingote...



¿Qué vamos a ver?

- Para empezar... un poco de matemáticas
- La banda en ciencia e ingeniería
- La banda en arquitectura
- La banda y el diseño
- La banda y la música
- La banda en el cine y el teatro
- La banda en literatura
- **La banda en la vida cotidiana**

Möbius Arch



**ARCHES OF
ALABAMA
HILLS (California)**

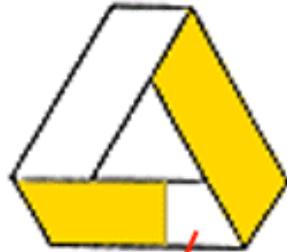
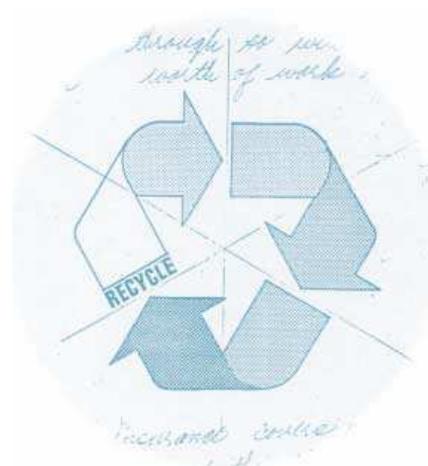


El símbolo del reciclaje



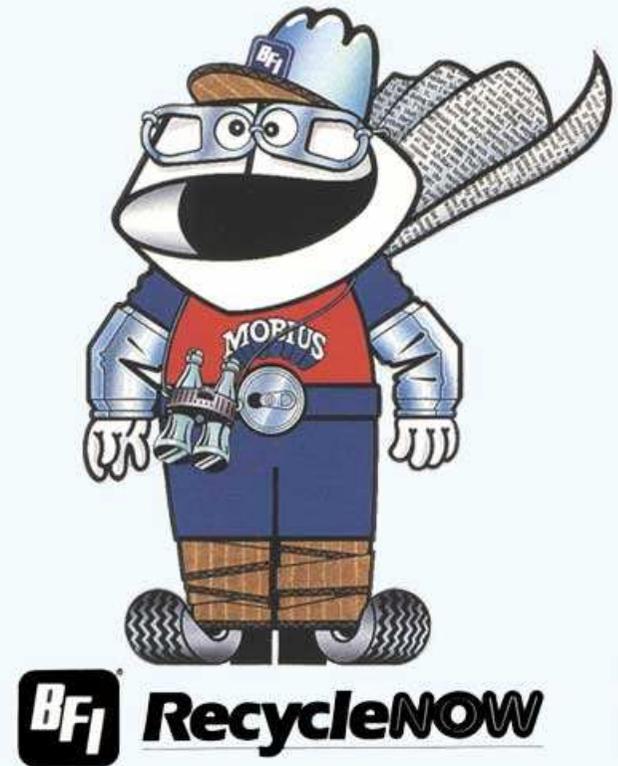
El símbolo del reciclaje, que consiste en tres flechas que se persiguen sobre las aristas de un triángulo, no es más que una banda de Möbius. Fue creado por Gary Anderson en 1970, y representa el proceso de transformación del material de deshecho en recursos útiles.

http://en.wikipedia.org/wiki/Recycling_symbol

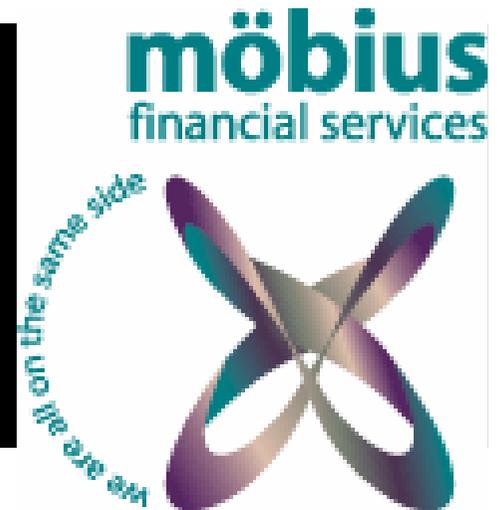


Rotazione di 180°
in senso ANTIORARIO

Tre rotazioni di 180°
in senso ANTIORARIO



Logotipos de Möbius



caixanova



Caixa Geral de Depósitos



HOME EXPERTISE SERVICES

Education with a Twist

In education we address the same questions and concerns repeatedly. What moves us forward is looking at the issues differently.

The focus of education is timeless: teaching and learning. But in this era of massive technological advances we need to explore the impact of new and emerging tools on our practices. Mobius Consulting supports individuals, schools and districts in looking at current situations and planning for change – especially in the areas of educational technology and distributed learning.

Expertise

- Distributed and Online Learning
- Learning with Technology
- Educational Leadership

Services

- Mentoring Leadership
- Project Management
- District Technology Planning

Contact

→ Mobius Consulting
7815 Susses Avenue
Burnaby, BC V5J 3W1
Phone: 778 868-7211
jdallas@mobiusconsulting.ca



möbius



MOEBIUS = Mobile Experimental Broadband Interconnection
Using Satellites, IIA Research Centre (Helsinki Univ. of Tech.)



Logo del *institut suisse de la propriété intellectuelle*, cuyo título está escrito en 4 lenguas

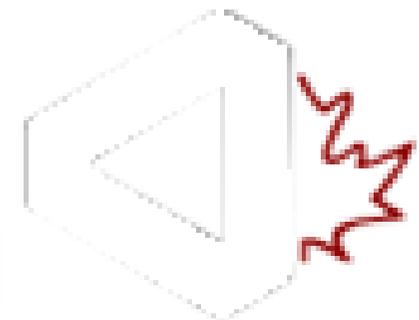


Logo Société Mathématique Canadienne



Logo de una universidad alemana

<http://www.fernuni-hagen.de/TOPOLOGIE/pages/Heimatseite.html>





Le logo de Renault es un lazo con dos vueltas... por lo tanto no es una banda de Möbius...



CampusAnuncios.com



Juego de rayuela de Möbius

Möbius hopscotch

(or how to keep kids busy for a long, long time)



Rayuela de Möbius

(o como hacer que los niños estén ocupados durante mucho, mucho tiempo)



Möbius PLAY

es un juego que conjuga la destreza manual y la concentración del jugador. Consta de un anillo de Möbius y una especie de peonza magnética que rueda continuamente ...

mobiusplay

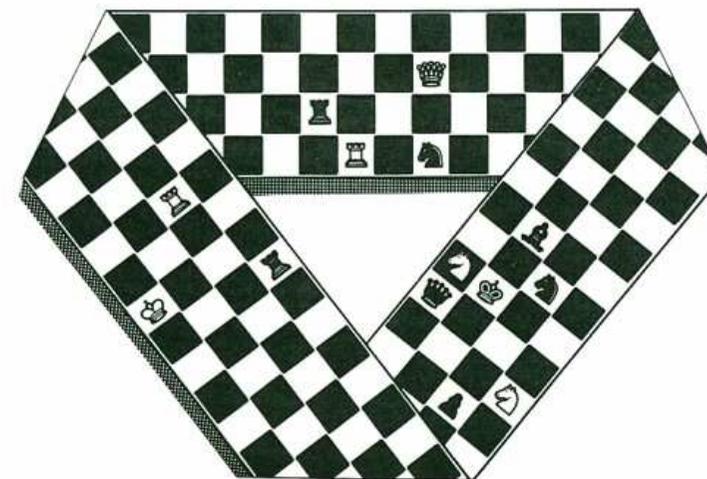
think forever!

<http://www.coroflot.com/suhasini>



Forever Up-Down (*arriba-abajo para siempre*) es un pedazo de plástico por el que hay que hacer rodar una pelota sin que se caiga... con trayectoria de Möbius...

a8	b8	c8	d8	e8	f8	g8	h8	a1'	b1'	c1'	d1'	e1'	f1'	g1'	h1'
a7	b7	c7	d7	e7	f7	g7	h7	a2'	b2'	c2'	d2'	e2'	f2'	g2'	h2'
a6	b6	c6	d6	e6	f6	g6	h6	a3'	b3'	c3'	d3'	e3'	f3'	g3'	h3'
a5	b5	c5	d5	e5	f5	g5	h5	a4'	b4'	c4'	d4'	e4'	f4'	g4'	h4'
a4	b4	c4	d4	e4	f4	g4	h4	a5'	b5'	c5'	d5'	e5'	f5'	g5'	h5'
a3	b3	c3	d3	e3	f3	g3	h3	a6'	b6'	c6'	d6'	e6'	f6'	g6'	h6'
a2	b2	c2	d2	e2	f2	g2	h2	a7'	b7'	c7'	d7'	e7'	f7'	g7'	h7'
a1	b1	c1	d1	e1	f1	g1	h1	a8'	b8'	c8'	d8'	e8'	f8'	g8'	h8'



M. Dekker de Haarlem (Holanda) inventó el ajedrez de Moebius en los años 1990. Se considera un tablero de 8 por 8, dibujado en ambas caras de una pieza de papel, con la que se fabrica una banda de Möbius, consiguiendo un tablero con 8 filas y 16 columnas: las primeras 8 columnas forman un tablero normal y las restantes una tabla *reflejada*. Los cuadrados del tablero reflejado se denotan con un acento para distinguirlos. Al principio del juego, las piezas se colocan como en una partida estándar. Las reglas son como en el juego normal, pero se añaden algunas más. Por ejemplo, las piezas pueden realizar dos tipos de movimientos: los normales (de este modo se pueden mover sobre todo el tablero de 16 por 8) y los *movimientos de fase*. En los desplazamientos de este último tipo, una pieza se mueve de la casilla donde está situada sobre la misma casilla del otro lado del tablero (que ya es una banda de Möbius), es decir, va de una casilla a otra del mismo nombre con o sin tilde. No se permite llegar al jaque-mate mediante un movimiento de fase... <http://www.chessvariants.org/shape.dir/moebius.html>.

Joyería



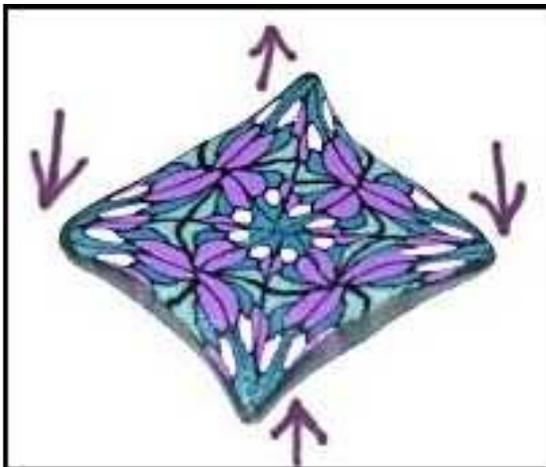
14K Gold Mobius Jewelry. Gold ~ Retorcido por el Sol.
Atrae la prosperidad y proporciona una iluminación especial a su dueña/o.

El anillo de sólo un lado: un símbolo de la unidad...





Abalorio de Möbius de Kellie Prather Robinson



Sellos





La publicidad de productos muy dispares utiliza la banda de Möbius, como la de este suplemento en calcio

<http://en.wikipedia.org/wiki/Caltrate>

Here's how to get
your valuable coupon

You'll also be eligible to receive other **exclusive offers** and **informative health tips**.



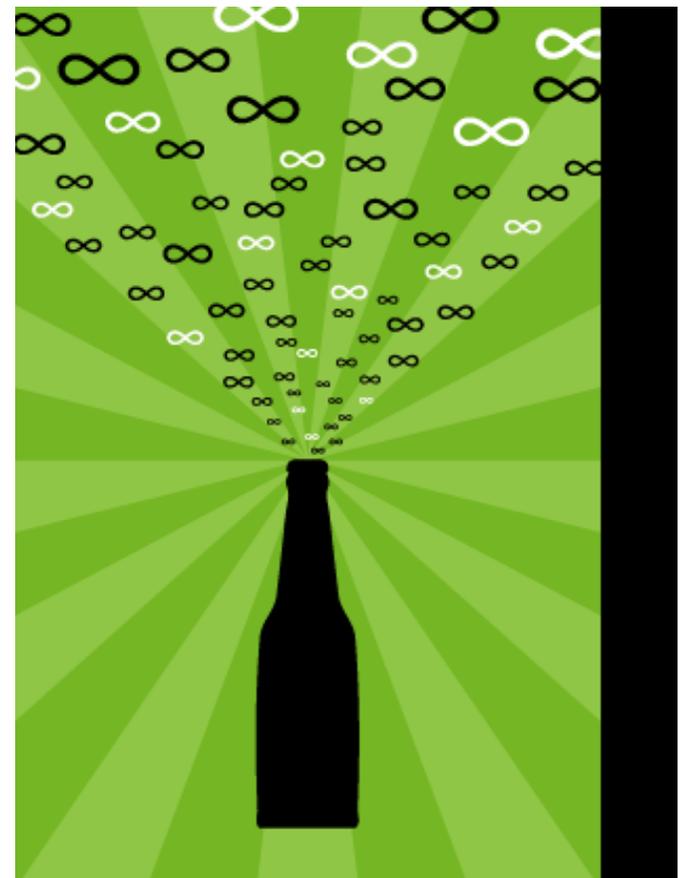
MOBIUS™ INFUSED LAGER™ WELCOMES YOU!



Esta cerveza *energética* (con TAURINA, GINSENG y CAFEINA) se recomienda para noches muy largas

<http://www.mobiusbeer.com/...>

Según la publicidad, es la cerveza perfecta para noches largas y happy hours.





El **vestido Möbius** propone, como reza su publicidad, la ropa dentro-fuera y exterior-interior. El material de fieltro usado para el vestido no tiene costuras, ni deformaciones, ni trama. Estructurado únicamente por el cuerpo, el vestido se tuerce y da vueltas para formar una superficie en continuo desarrollo, que cambia eternamente con los movimientos de la persona.



<http://www.yankodesign.com/index.php/2007/06/19/mobius-dress-inside-outside-garment-by-my-studio/>



Varias bufandas, chales y gorros de Möbius, ...
“*Möbius knitting*”...

Elisabeth Zimmermann introdujo en 1983 las
bufandas de Möbius, excelentes para el frío, que no
han dejado de ser imitadas por numerosas firmas.

http://en.wikipedia.org/wiki/Elisabeth_Zimmermann



Gourmet
Crochet

Grace Lynn

Collection

Lacy Möbius Wraps

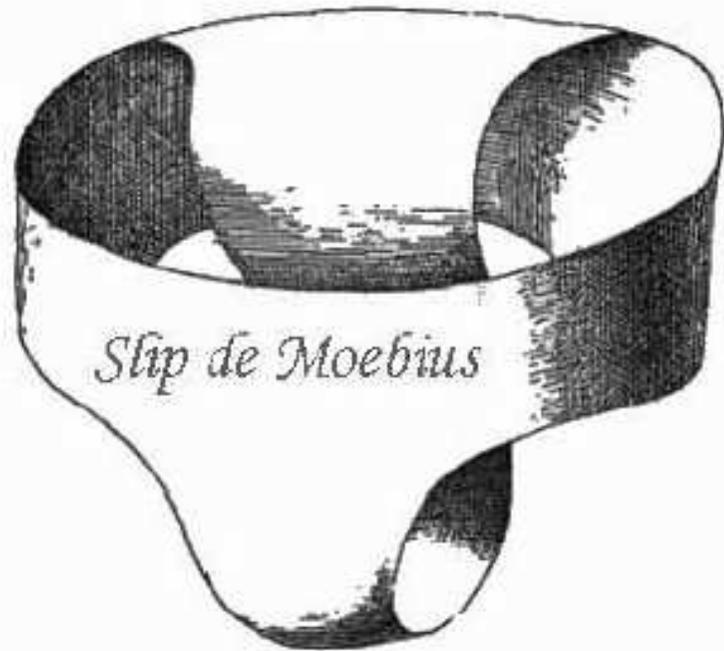




La tan de moda labor de *Quilt* también se ha dejado seducir por la banda de Möbius, como muestra esta labor de Amy Szczepanski.

<http://cerebro.cs.xu.edu/~smbelcas/mkas2005/mkas2005.html>
<http://cerebro.cs.xu.edu/~smbelcas/handouts.html>
<http://cerebro.cs.xu.edu/~smbelcas/math-knit.html>





Hay desde calzoncillos de Möbius...

... Hasta agro-combustibles...



Monday, December 18 12:00 AM ET

Científicos del MIT Crean Pizza de Möbius Con Un Solo Lado

Por Ima Fish

Traducido por [Victor Argüelles](#)

Cambridge, Massachussets, EEUU. - Científicos del Instituto de Tecnología de Massachusetts han logrado por fin crear la tan codiciada pizza de möbius, una pizza de un solo lado completamente cubierta de ingredientes.

Desde hace tiempo, Möbius PizzaScience ha reconocido que a los amantes de las pizzas les gustan más los ingredientes que la simple masa de abajo. "Hemos intentado resolver el problema añadiendo saborizantes y/o queso a la orilla, o haciendo una pizza profunda como plato y cubriéndola de ingredientes", declaró el Científico en Jefe de Comidología del MIT, el Dr. John Jacobs. "Por supuesto que esas acciones no hicieron nada en cuanto a la siempre ignorada parte de la pizza: la parte de abajo".

Los científicos, filósofos y teólogos de la pizza han teorizado por mucho tiempo la existencia de una pizza de un lado cubierta completamente de ricos ingredientes chiclosos que alcanzara la cumbre del placer pizzero.

<http://www.bbspot.com/News/2007/01/mobius-pizza-espanol.html>

Platón escribió en 412 AC que la típica pizza de dos lados no era más que una materialización imperfecta de la forma ideal de la verdadera pizza, con sólo un lado. René Descartes continuó esta línea de pensamiento en sus Principios y Pasiones sobre la Pizza, donde escribió que dado que la parte de abajo de la pizza estaba hacia abajo e invisible al ojo, no podía siquiera probar su existencia, y por lo tanto debía existir una pizza perfecta cuyos lados fueran todos visibles. En años más recientes, Alexander Graham Bell dedicó décadas y cientos de asistentes investigadores al problema, pero su máximo logro fue una pizza de 1.999999 lados. Incluso Albert Einstein observó una vez que lamentaba no llegar a ver la creación de la pizza de un lado, una vez que su tristemente célebre ecuación $E=mc^2$ fuera incapaz de producir resultados en la práctica.

Hasta hace poco tiempo, los científicos podían crear una pizza de 1.0000001 lados, pero su peso atómico estaba distribuido irregularmente, permitiéndole existir sólo unas milésimas de segundo antes de colapsar sobre sí misma. Sin embargo, los investigadores del MIT han logrado finalmente formalizar las bases matemáticas. "Resulta que durante tres mil años hemos olvidado llevar un tres en la cuenta. Estamos muy avergonzados", admitió el Dr. Jacobs.

Related News

[Teen Using MySpace to Lure Bands to Los Angeles](#)

[Turing Test Proves 2-Year-Olds Not Human](#)

[Bush Proposes Faith-Based Firewalls for Government Computers](#)

La pizza de möbius sólo puede ser creada en un horno en gravedad cero diseñado específicamente para el ejército de los Estados Unidos. Se espera que salga a la venta en próximo año en exclusiva en las tiendas Halliburton Pizza por sólo USD\$9,999.97, con tres ingredientes a elegir.



Un San Valentín de Möbius: instrucciones

Construye dos bandas de Möbius (con papel rojo). Pégalas de manera que quede la una perpendicular a la otra. Corta cada banda de Möbius por la mitad (de este modo el cuadrado central por el que están pegadas se cortará dos veces)... y...



<http://threesixty360.wordpress.com/2008/02/14/valentines-day-math/>

Y queda....



GRACIAS