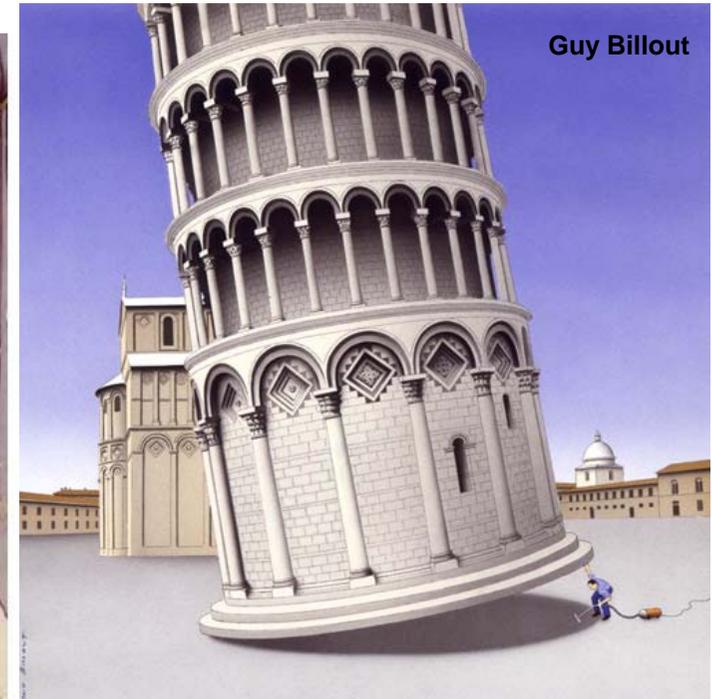
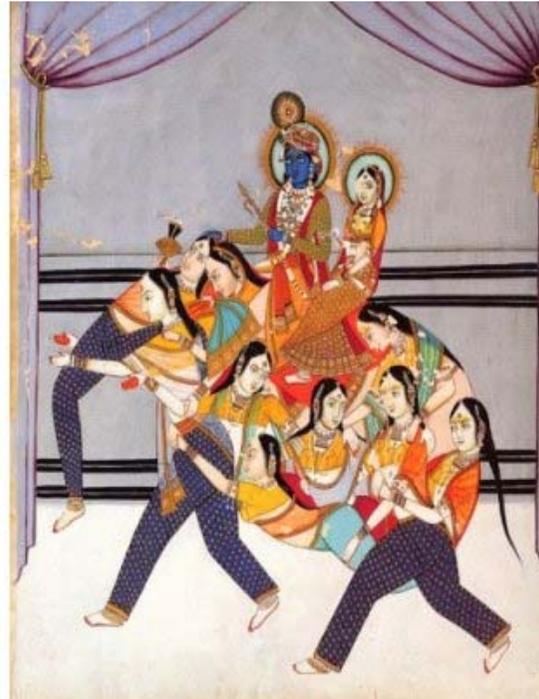
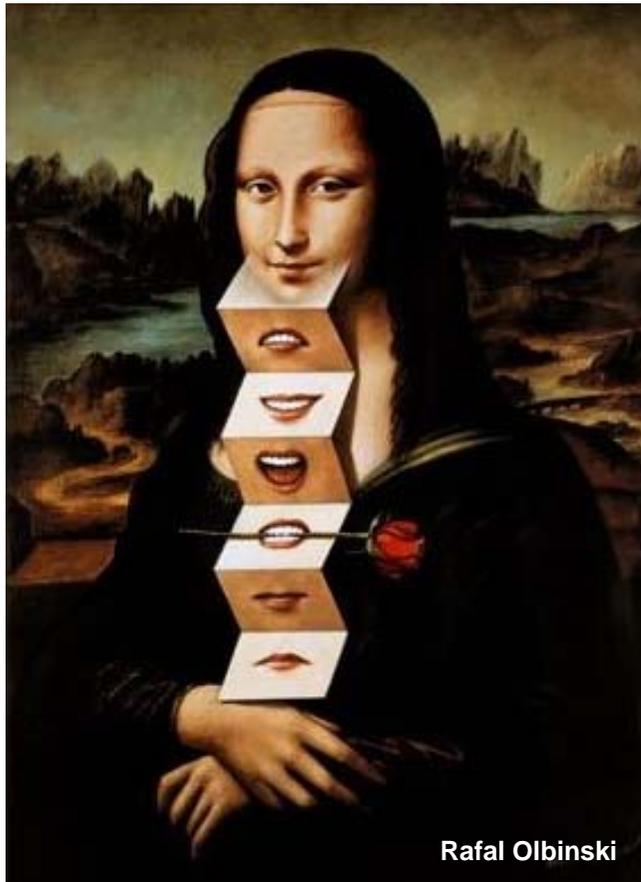


Sorpresas y desengaños

Marta Macho Stadler (UPV-EHU)



Santiago de Compostela

16 de abril de 2007



M. Nakamura

Las paradojas han tenido un papel crucial en la historia intelectual, a menudo presentando los desarrollos revolucionarios de las Ciencias, de las Matemáticas y de la Lógica. Cada vez que, en cualquier disciplina, aparece un problema que no puede resolverse en el interior del cuadro conceptual susceptible de aplicarse, experimentamos un choque, choque que puede constreñirnos a rechazar la antigua estructura inadecuada y a adoptar una nueva. Es a este proceso de mutación intelectual al que se le debe el nacimiento de la mayor parte de las ideas matemáticas y científicas.



***“Escapar a la paradoja”
1967***

**Anatol Rapoport
(1911-2007)**



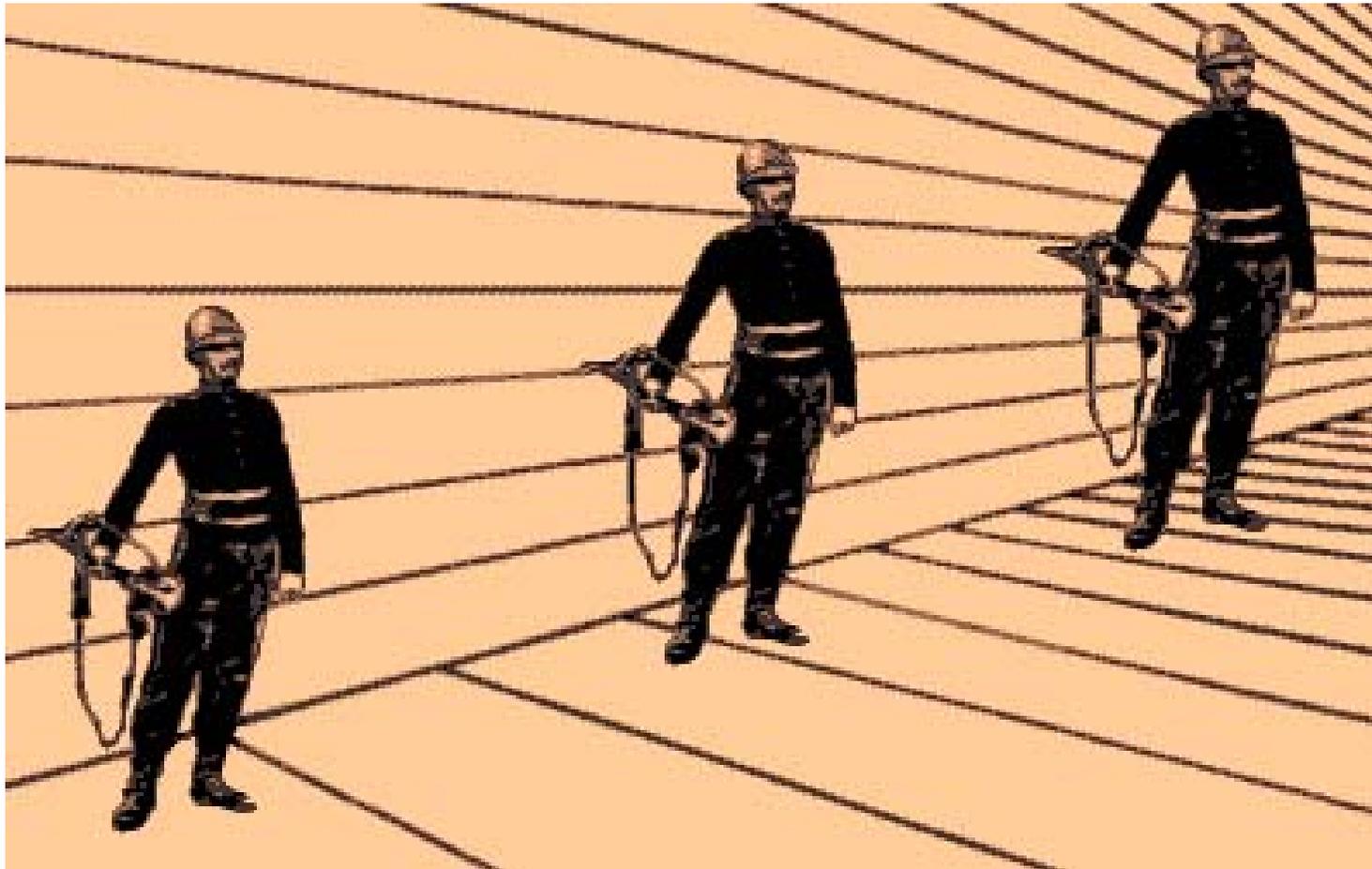
**Las paradojas
aparecen a diario,
aunque no nos demos
cuenta...**



Guión de la charla

- 1. Paradojas visuales y geométricas**
- 2. Paradojas del infinito**
- 3. Paradojas lógicas**
- 4. Paradojas semánticas**
- 5. Paradojas de la vaguedad**
- 6. Paradojas de la confirmación**
- 7. Paradojas de la predicción**
- 8. Paradojas físicas**
- 9. Paradojas topológicas**

Paradoja de la perspectiva

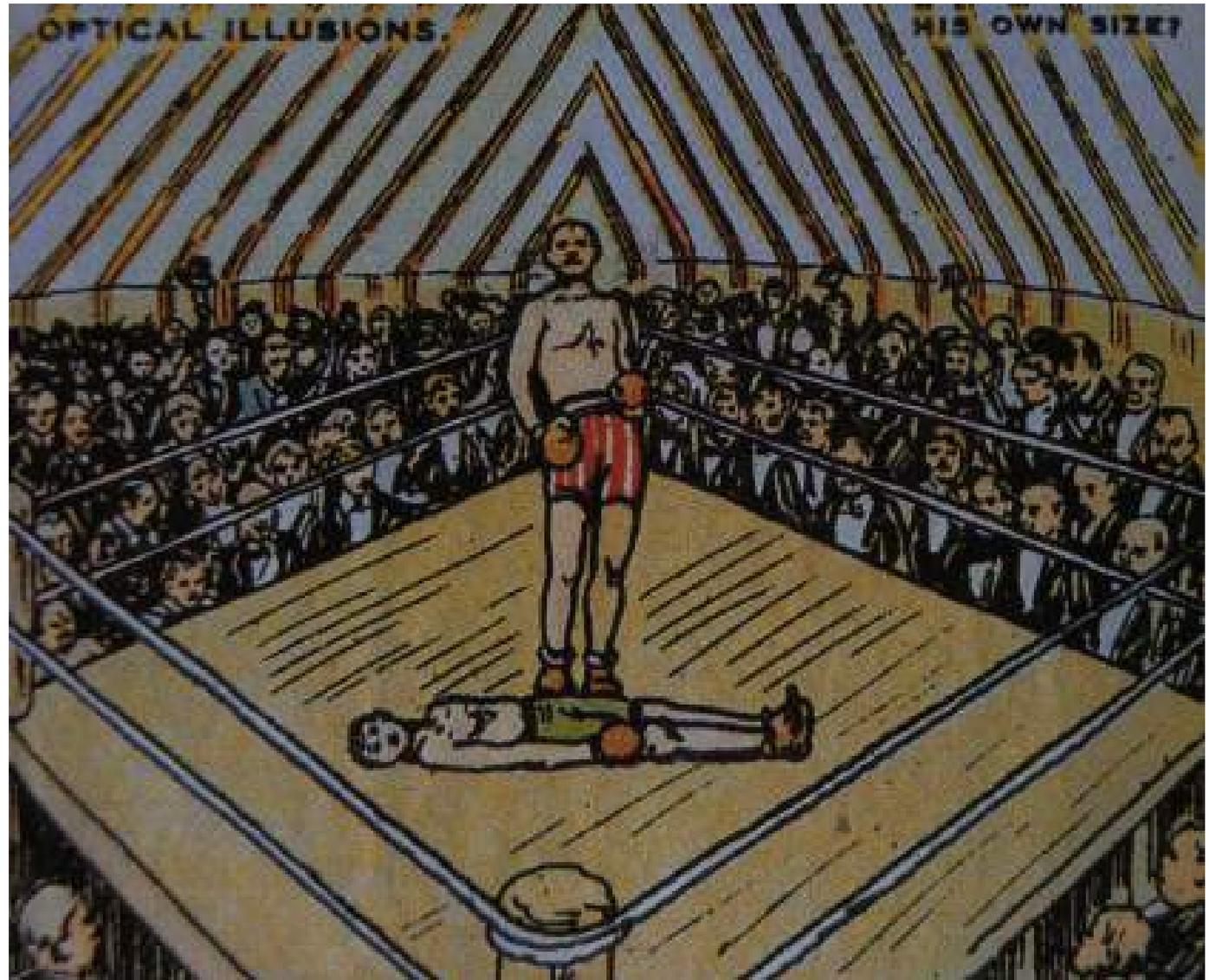


Paradoja
de la
perspectiva
ascendente

*¿Son los
soldados
del
mismo
tamaño?*

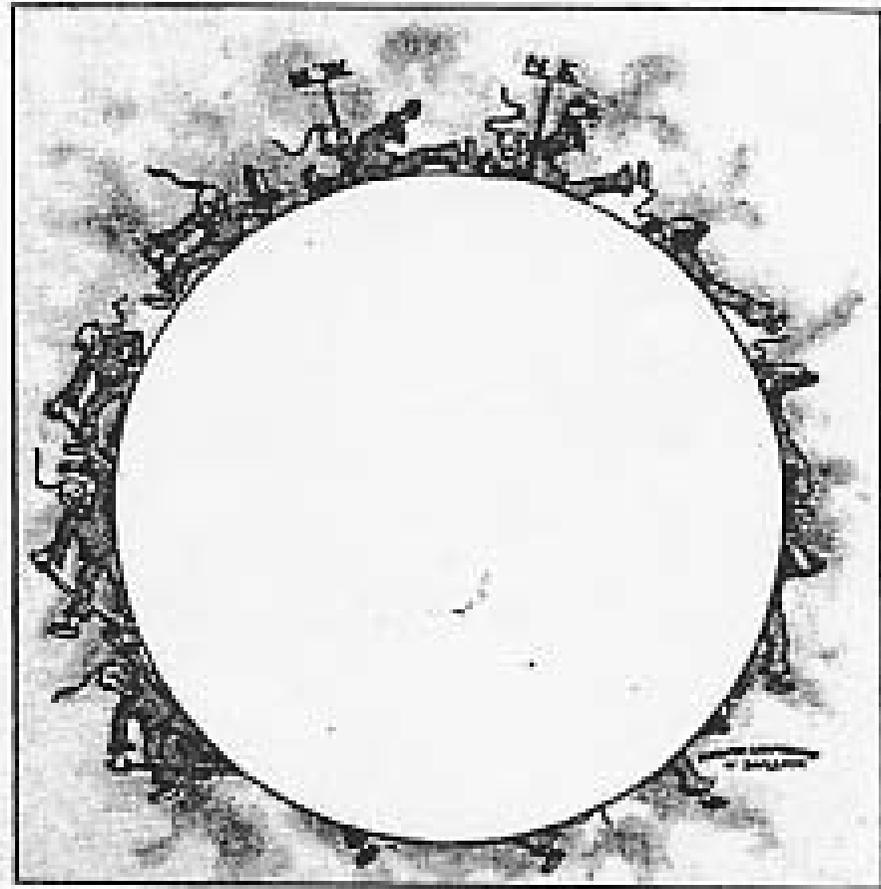
Paradoja de la perspectiva

¿Cuál de los dos boxeadores es más alto?

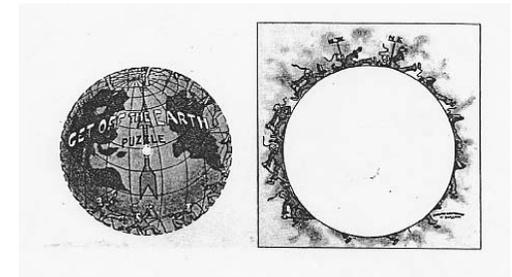


Rompecabezas “*Abandone la Tierra*”, Sam Loyd

<http://www.mathpuzzle.com/loyd/>



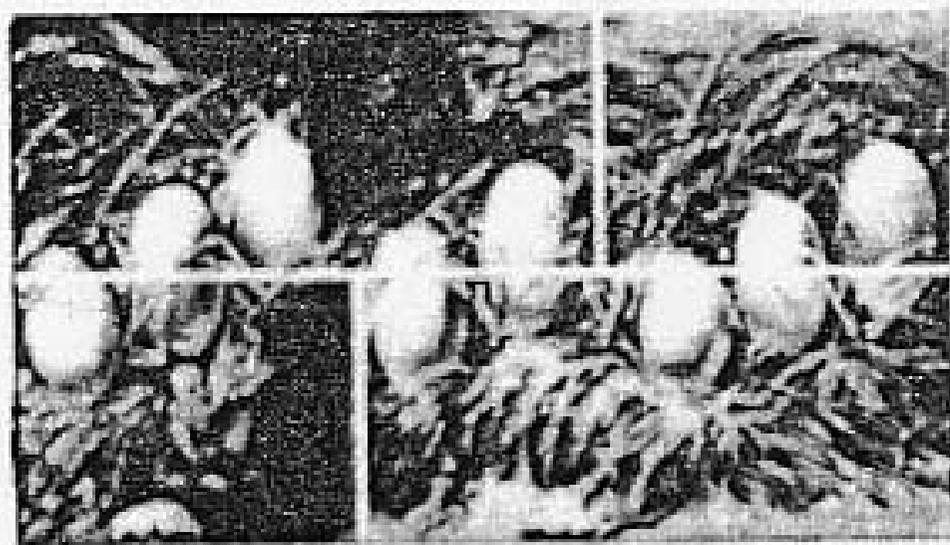
“Abandone la Tierra”, Sam Loyd



13 guerreros al norte... y 12 guerreros al noroeste

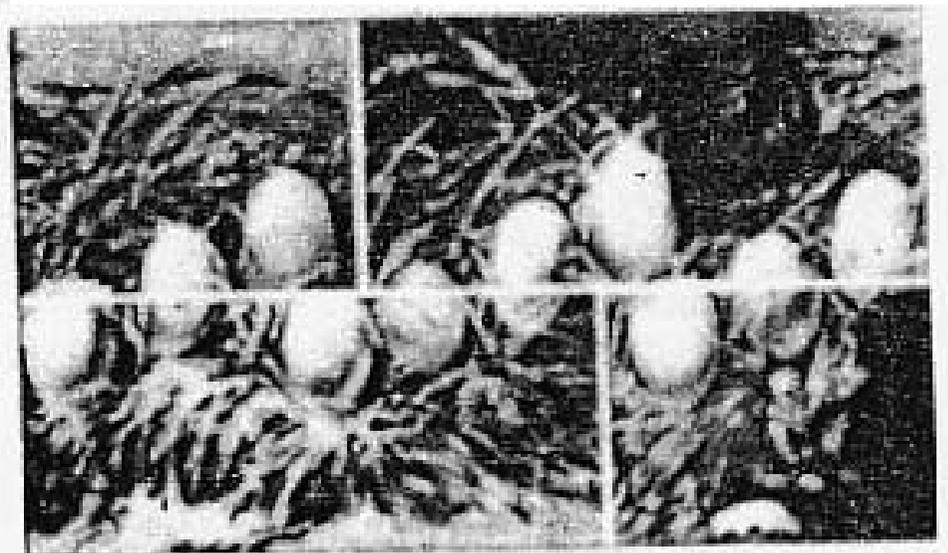
Desapariciones geométricas

La paradoja del *huevo desapareciendo*: los cuatro trozos que pueden redistribuirse para obtener seis, siete, ocho, diez, once o doce huevos.

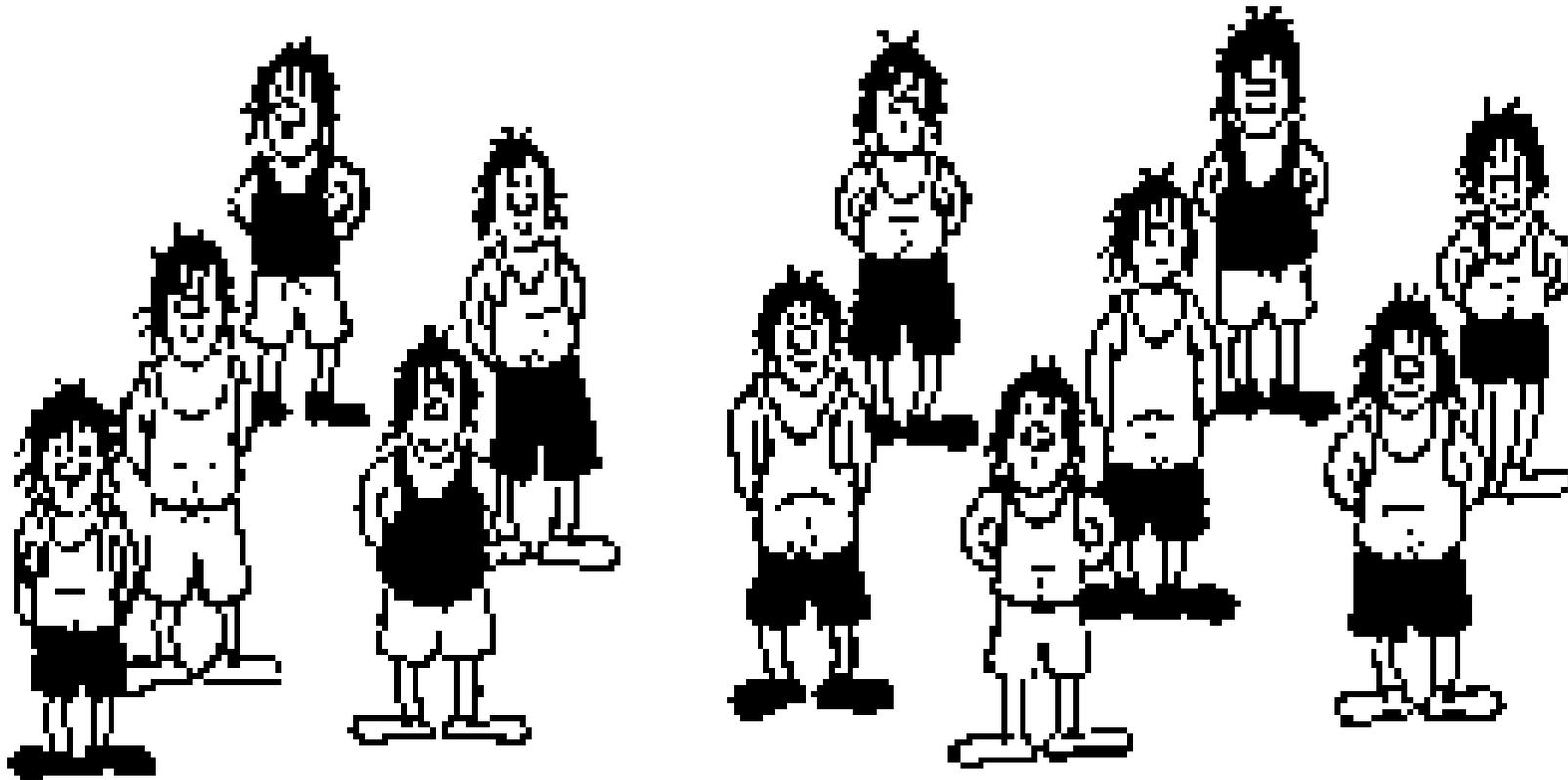


8 huevos

10 huevos

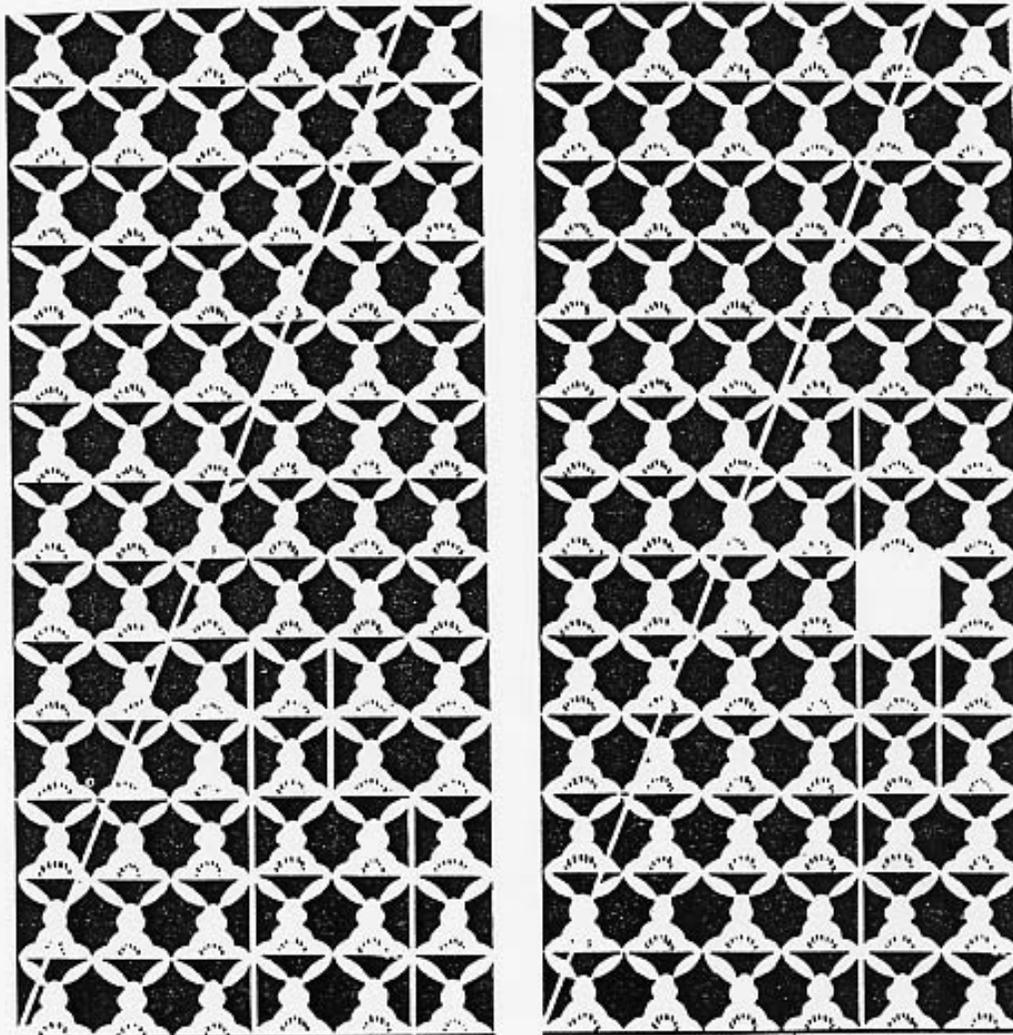


Desapariciones geométricas



¿Son 12 deportistas? ... ¿O serán 13?

Desapariciones geométricas



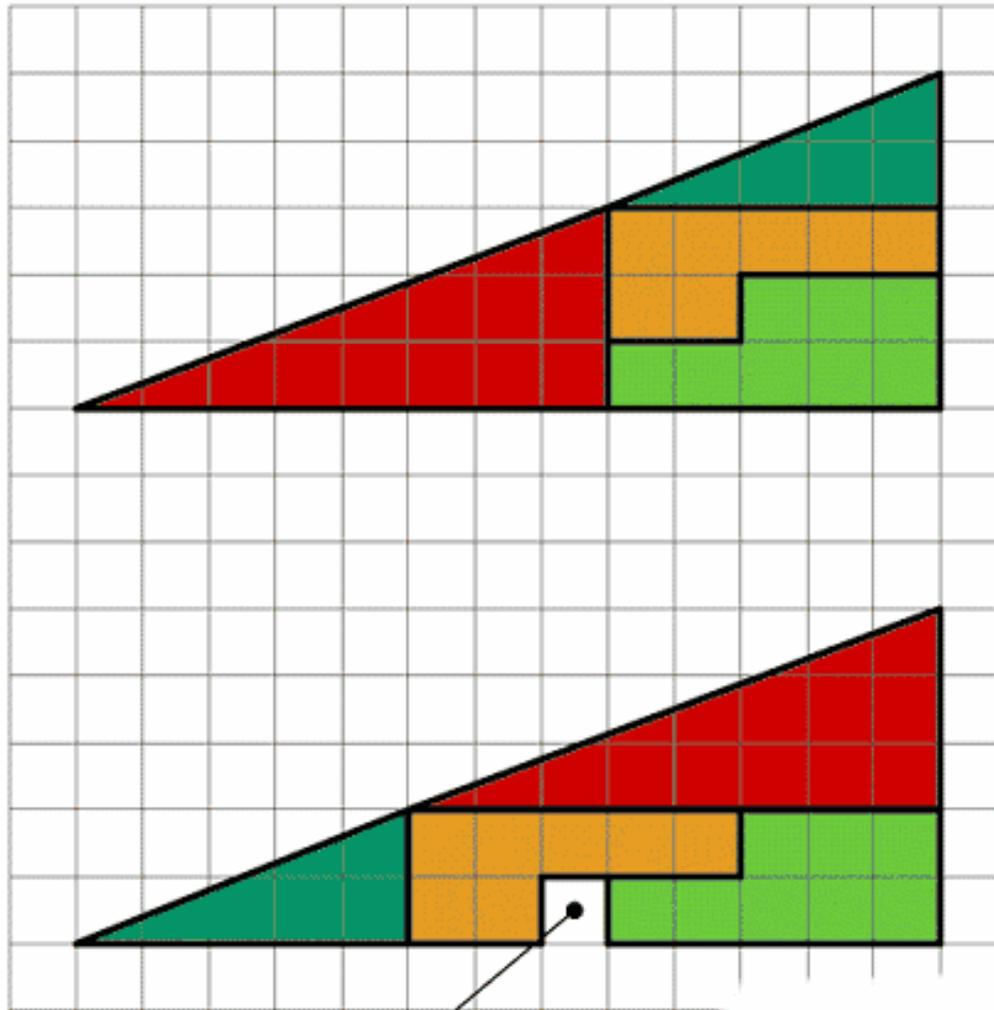
Paradoja de Curry

El primer rectángulo
tiene $6 \times 13 = 78$
conejos.

Tras cortar y
recolocar
quedan ¡77 conejos!
*¿Dónde ha quedado
el conejo que falta?*



Desapariciones geométricas



*Movemos
las cuatro piezas*

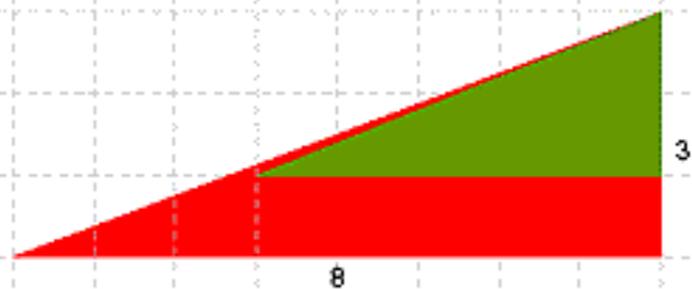
*Las piezas son
exactamente
iguales que las
empleadas arriba*

¿De dónde sale este "agujero"?

***Una
paradoja
de Hooper***

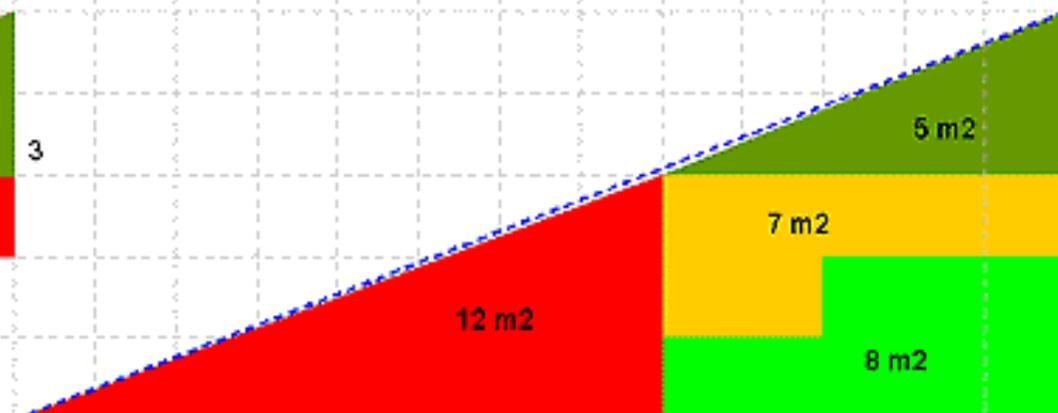
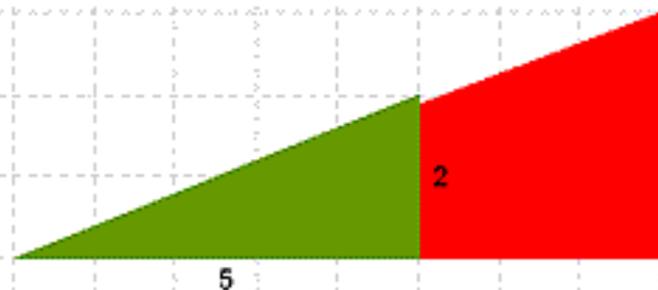
La aparente pérdida de superficie es debida al reajuste de los trozos.

EL TRUCO ESTA EN EL BORDE NEGRO QUE OCULTA QUE LOS DOS TRIANGULOS NO SON PROPORCIONALES
 LOS DOS TRIANGULOS NO TIENEN LA MISMA PENDIENTE



Los dos triángulos no tienen la misma pendiente

$$\frac{8}{3} \neq \frac{5}{2}$$

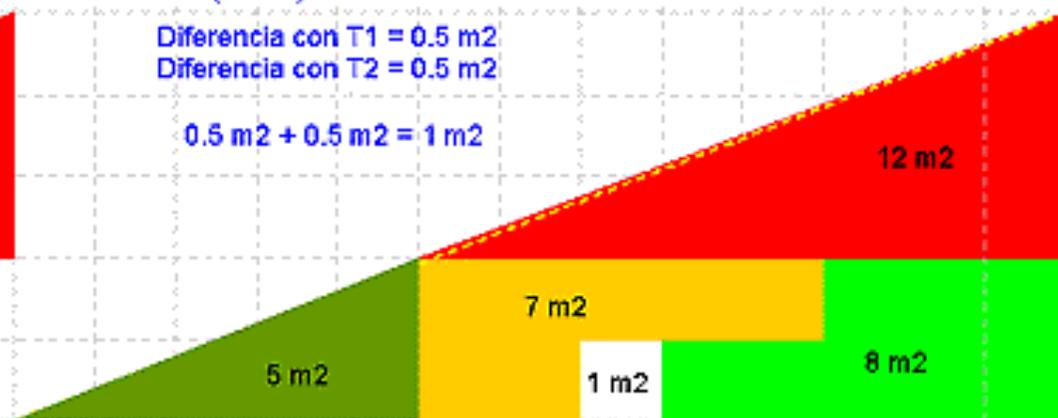


T1 Total 32 m²

Area del triángulo ficticio 13 x 5
 $(13 \times 5) : 2 = 32.5 \text{ m}^2$

Diferencia con T1 = 0.5 m²
 Diferencia con T2 = 0.5 m²

$$0.5 \text{ m}^2 + 0.5 \text{ m}^2 = 1 \text{ m}^2$$



T2 Total 33 m²

Formas geométricas

¿En que aspecto de la vida aparecen representadas más formas geométricas? ¿En arquitectura? ¿Arte?

Parece que no... existen unos **350** tipos diferentes de pasta... y aparecen cada día más...

Las siguientes son sólo unas muestras (ordenadas alfabéticamente) disponibles en los supermercados italianos...



Alfabeto

Abissini
Acini di pepe
Agnoli
Anellini
Anelloni
Anolini



Agnolotti



Anelli lisci



Anelli rigati



Armелlette



Avemarie



Ballerine



Barbina



Boccolotti (pasta lunga)



Bucatini (pasta lunga)

Bavette
Bombonini
Brichetti



Cappelletti



Cavatappi



Capelli
d'angelo



Chifferi



Conchiglie





Eliche con spinaci



Eliche tricolori



Elicoidali tricolore



Fagottini



Farfalle



Farfalline



Fusilli



Fidelini



Filini



Fettuccine (pasta lunga)



Fagioloni



Farfalle rotonde



Festonati



Fettucce

Farfalloni
Fischietti
Fili d'angelo
Fiori di sambuco
Gentili rigati



Gnocchetti sardi



Gnocchi di patate



Gomiti



Garganelli



Gnocchi



Gigli



Genovesini
rigati



Gemelli



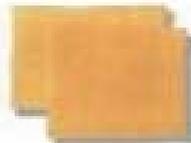
Ghiottole



Gramigna



Gnocchetti di ziti



Lasagne



Lumaconi
giganti



Lumaconi
rigati



Linguettine (pasta lunga)



Linguine (pasta lunga)



Lasagne ondulate,
con spinaci e
normali

Lagane
Lancette
Lentine



Manicotti



Maccheroni
rigati



Mezzelune



Mezze penne



Millerighe
giganti



Mezzi cocci



Mezzemani (pasta lunga)



Maccheroncini (pasta lunga)





Maccaroni (pasta lunga)



Mafalde

Mista
Malfatti
Maltagliati
Mostaccioli



Nidi fettucce



Nidi Pappardelle



Nidi Capellini



Occhi di pernice



Ondine



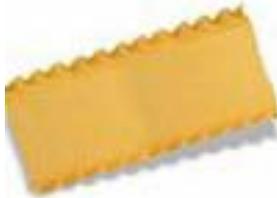
Orecchiette



Orzo



Orecchiette
tricolori



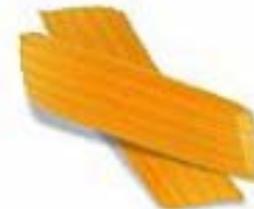
Lasagne



Linguine



Maccaroni



Manicotti

Nocchie
grosse
Occhialini
Occhioni



Panzerotto



Penne lisce



Pennette



Pennette rigate



Pennine lisce



Paglia e fieno



Pennoni rigati



Pepe bucato



Penne zita



Pappardelle



Penne agli spinaci



Perciati

Papardelle
Passatelli
Pater noster
Peperini
Perciatelli
Picagge verdi
Pipe rigate
Pisellini
Pitaloni
Puntette



Quadrucci



Piombi



Perline



Penne a candela



Ravioli



Ravioloni



Rigatoni



Rocchetti



Regina (pasta lunga)

Raganelle
Risetto
Rosmarino
Rotelloni



Racchette



Ruote



Radiatori



Risone



Rotini



Sigarette



Spaghetti alla chitarra



Stelline col buco



Strigoli



Strozzapreti



semi di melone



Spaghetti (pasta lunga)



Spaghettoni (pasta lunga)



Stellette



Spirali

- Sedanini
- Scucuzun
- Semi di cicoria
- Semi di grano
- Semi di peperoni
- Sorpresine
- Stelle

- Stivaletti
- Tagliardi
- Tajarin
- Tempesta
- Trebuchi
- Trenette
- Viandina
- Vincisgrassi



Tagliatelle



Tagliolini



Tortellino



Tortiglione



Tagliatelle spianate



Tortiglioni



Trottole



Truciolini



Taglierini al nero di seppia



Trofie



Tubetti



Tagliolini a nido



Tufoli



Tubettini



Tagliatelle zigrinate



Tofe tricolori



Tripoline



Tempestina



Vermicelli (pasta lunga)



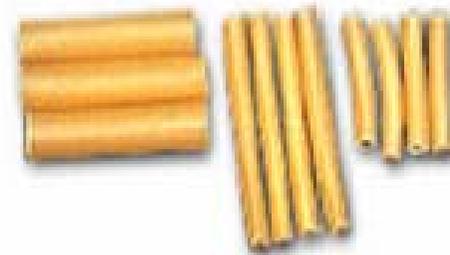
Ziti (pasta lunga)



Zitoni (pasta lunga)



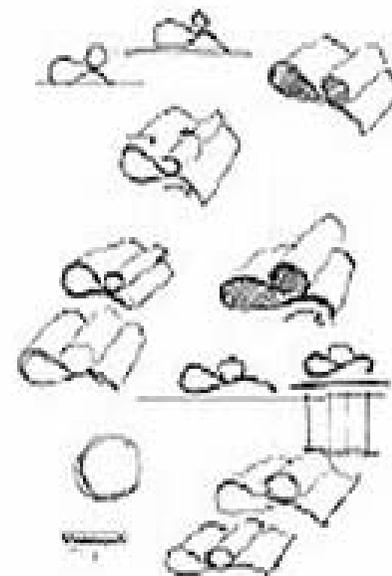
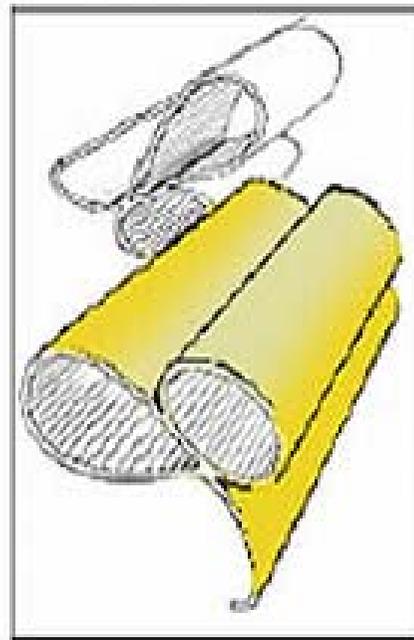
Zitellini



Ziti tagliati

...and to end,
New pasta:
Marille,
designed by
Giorgio Giugiaro

To get more information
about pasta visit also:



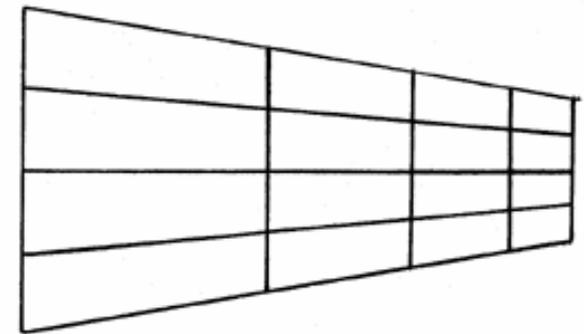
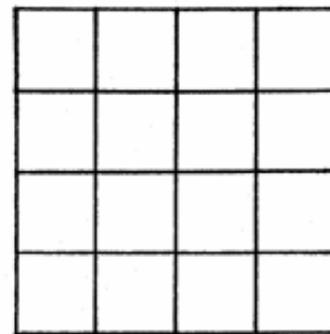
Anamorfosis



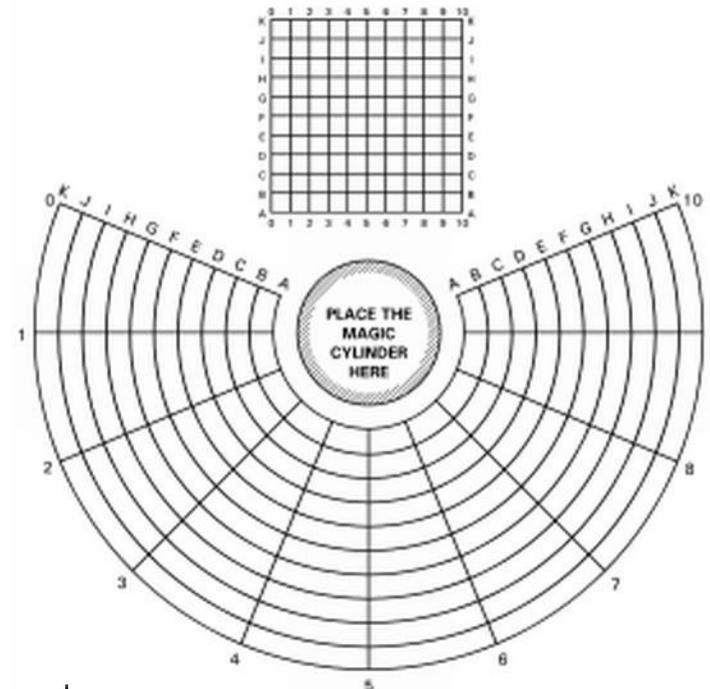
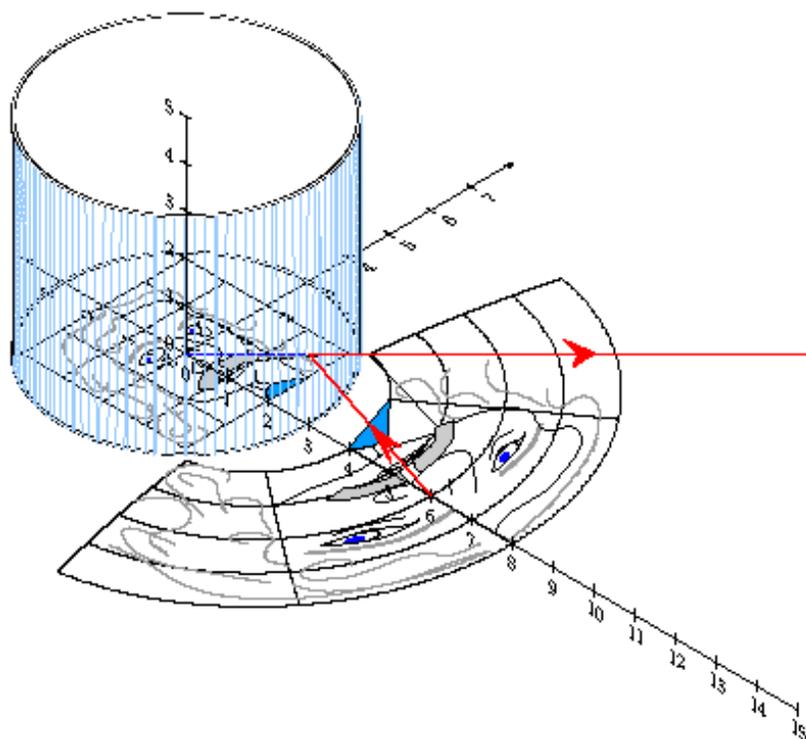
Una anamorfosis es una deformación reversible de una imagen a través de procedimientos matemáticos u ópticos.

En este grabado de Dürero (velo de Alberti), el artista usa un retículo para guardar las proporciones de la modelo.

¿Y si no se coloca el enrejado de forma perpendicular?



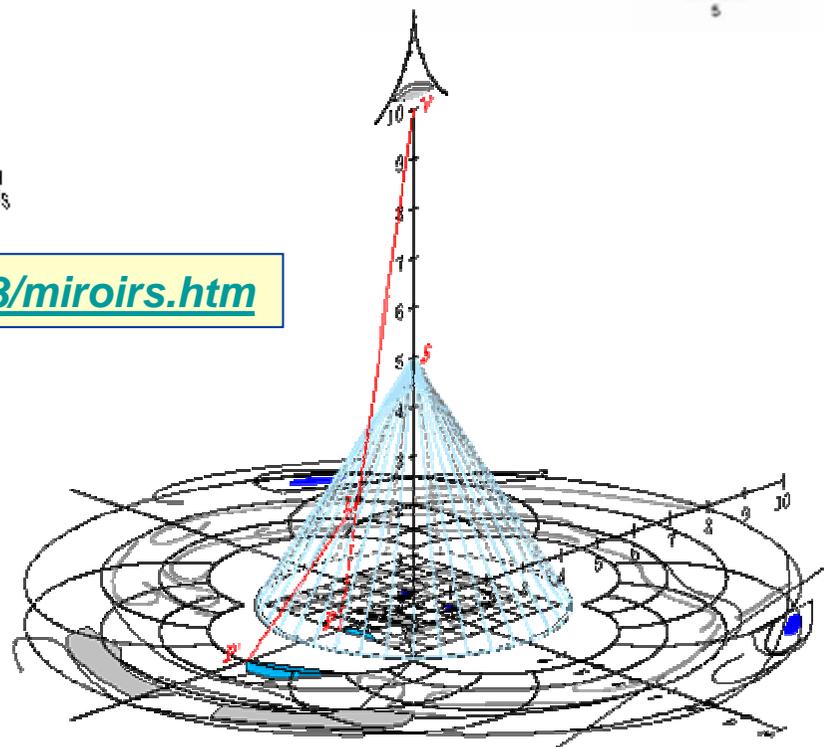
Anamorfofosis cilíndrica



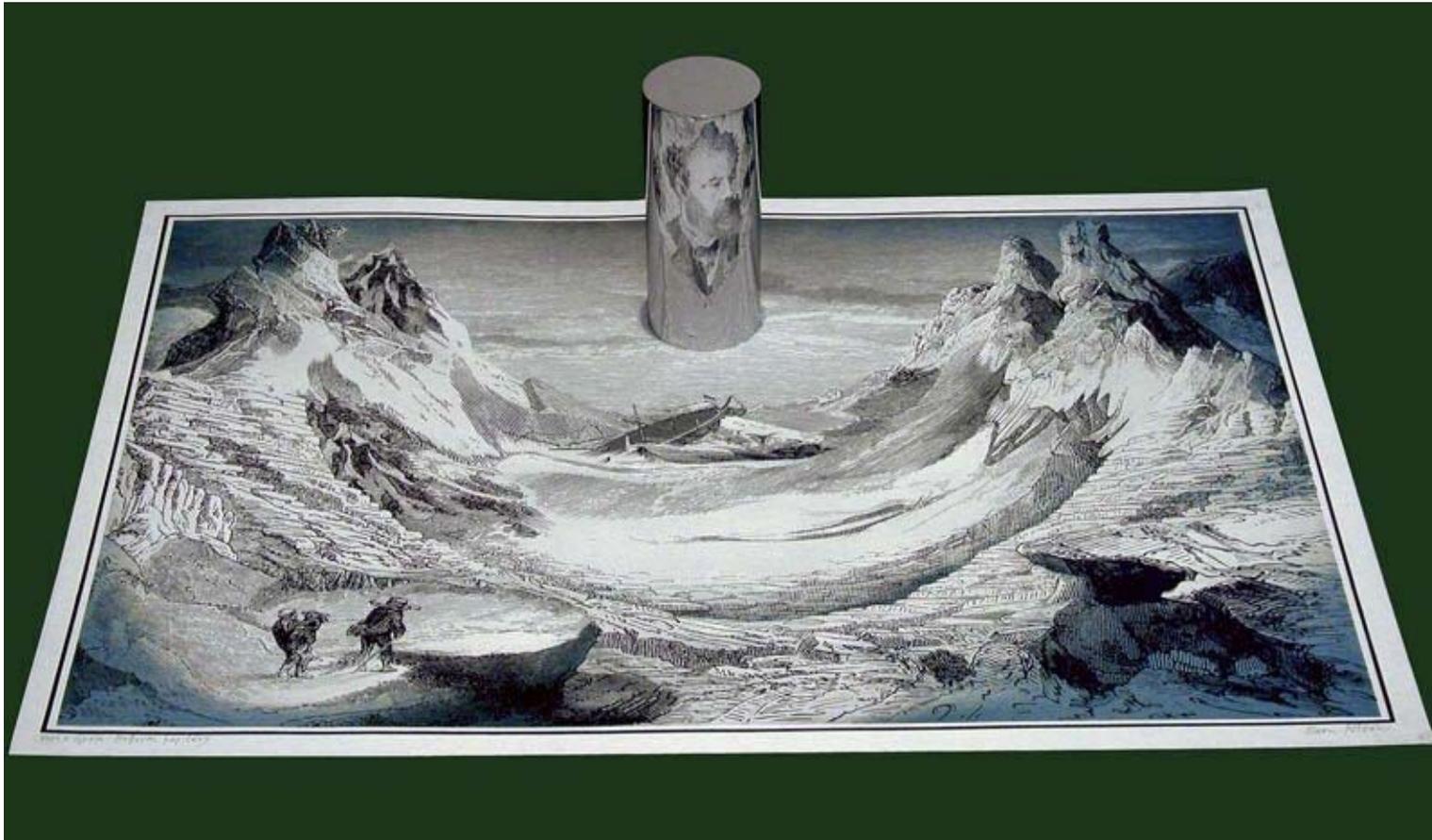
<http://members.aol.com/ManuelLuque3/miroirs.htm>

<http://www.anamorphosis.com/>

Anamorfofosis cónica



Anamorfosis cilíndrica



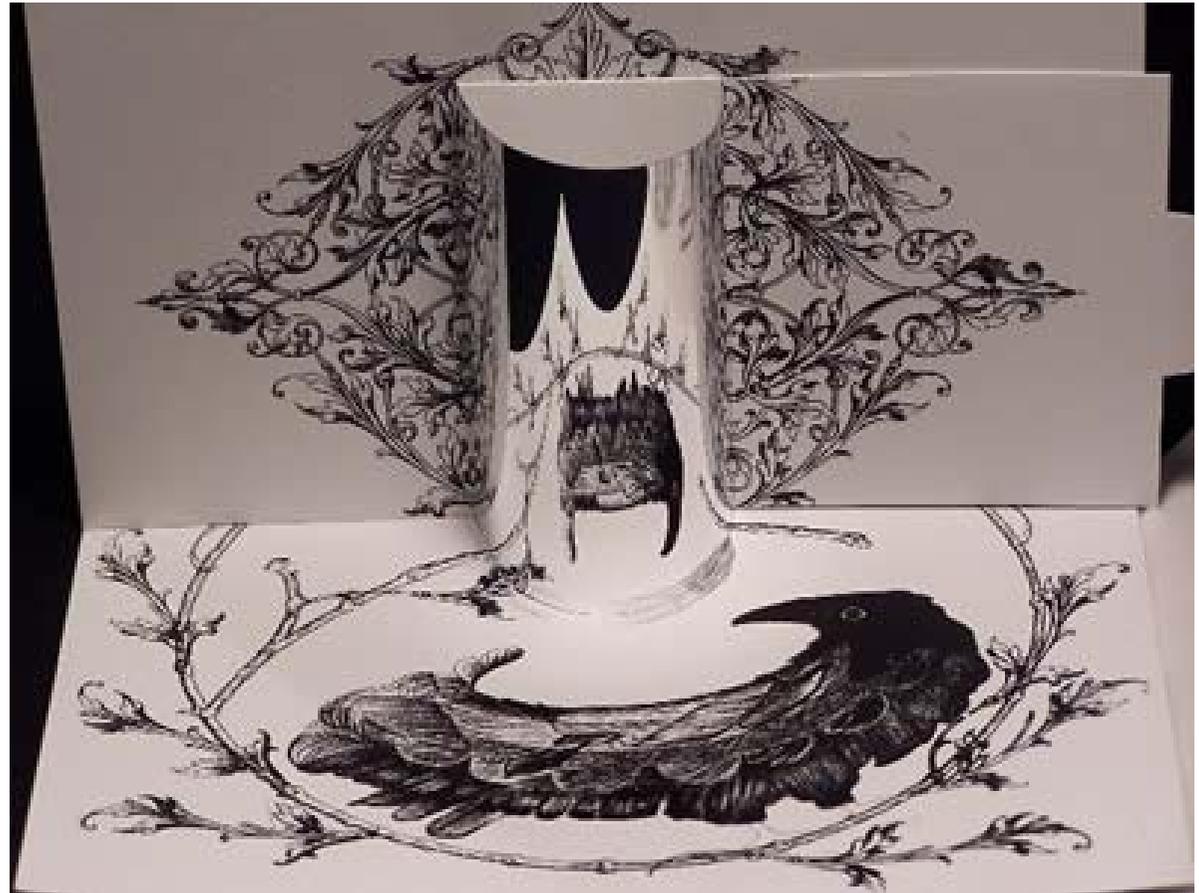
István Orosz; *“La isla misteriosa y el retrato de Julio Verne”*

<http://www.geocities.com/SoHo/Museum/8716/>

Video

Anamorfosis cilíndrica

El murciélago



Anamorfosis



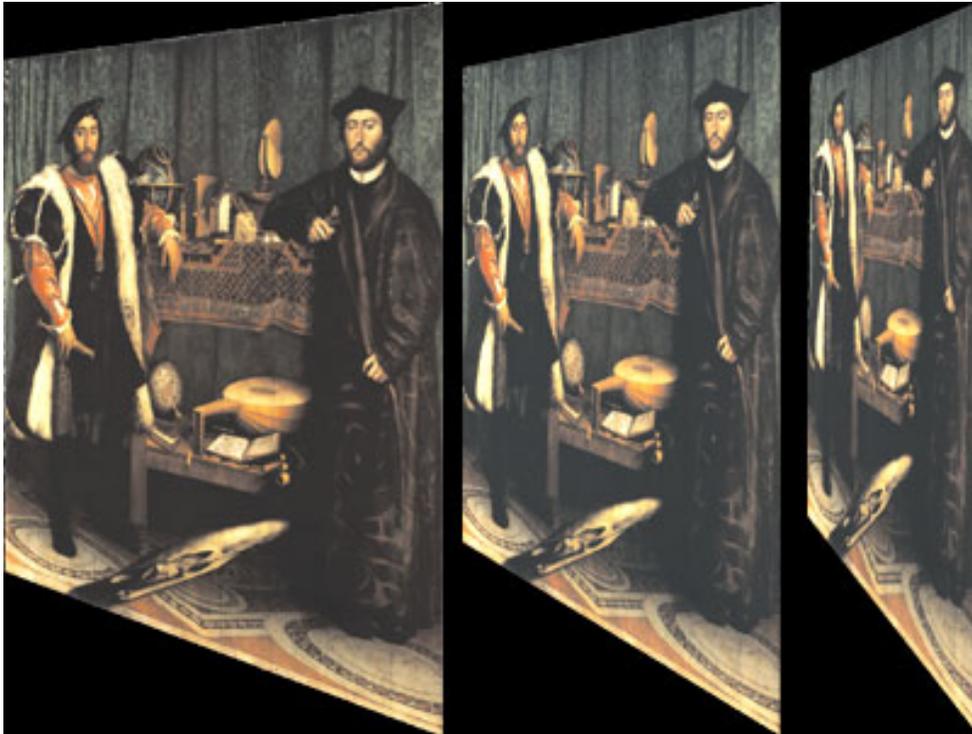
“Los Embajadores”
(1533)

por

Holbein el joven
(1497-1543)

[http://www.math.nus.edu
.sg/~mathelmr/teaching/h
olbein.html](http://www.math.nus.edu.sg/~mathelmr/teaching/holbein.html)

Y, al salir de la sala, al mirar el cuadro desde otro punto de vista, aparece...



Video

Anamorfosis



**Vista desde el suelo, la imagen se ve totalmente deformada.
Desde el segundo piso se observa la imagen real.**

"Robotmur" es un robot capaz de reproducir anamorfosis sobre edificios, etc. <http://jourdain.ifrance.com/>

Anamorfosis



Kurt Wenner

Dies Irae, Italia

Musas, Suiza

<http://www.kurtwenner.com/>

Anamorfosis



Make Poverty History

Dibujo encargado para la
campana de presión al G8.
Vista de frente

Edinburgh City Centre
Visto de lado: 13 metros

Julian Beever

<http://users.skynet.be/J.Beever/pave.htm>

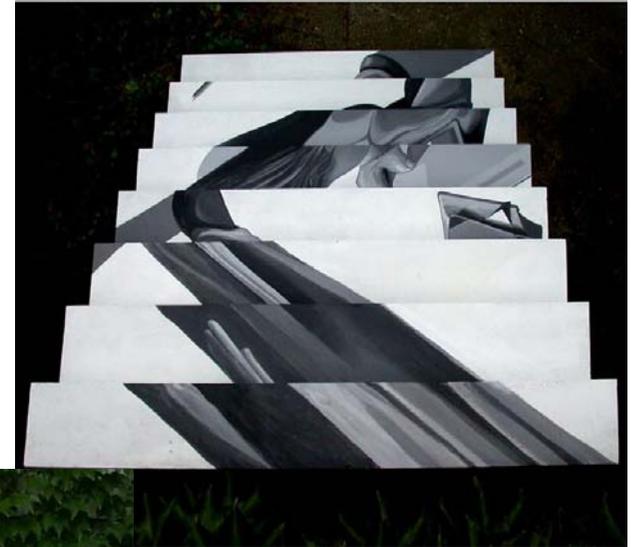




Anamorfosis

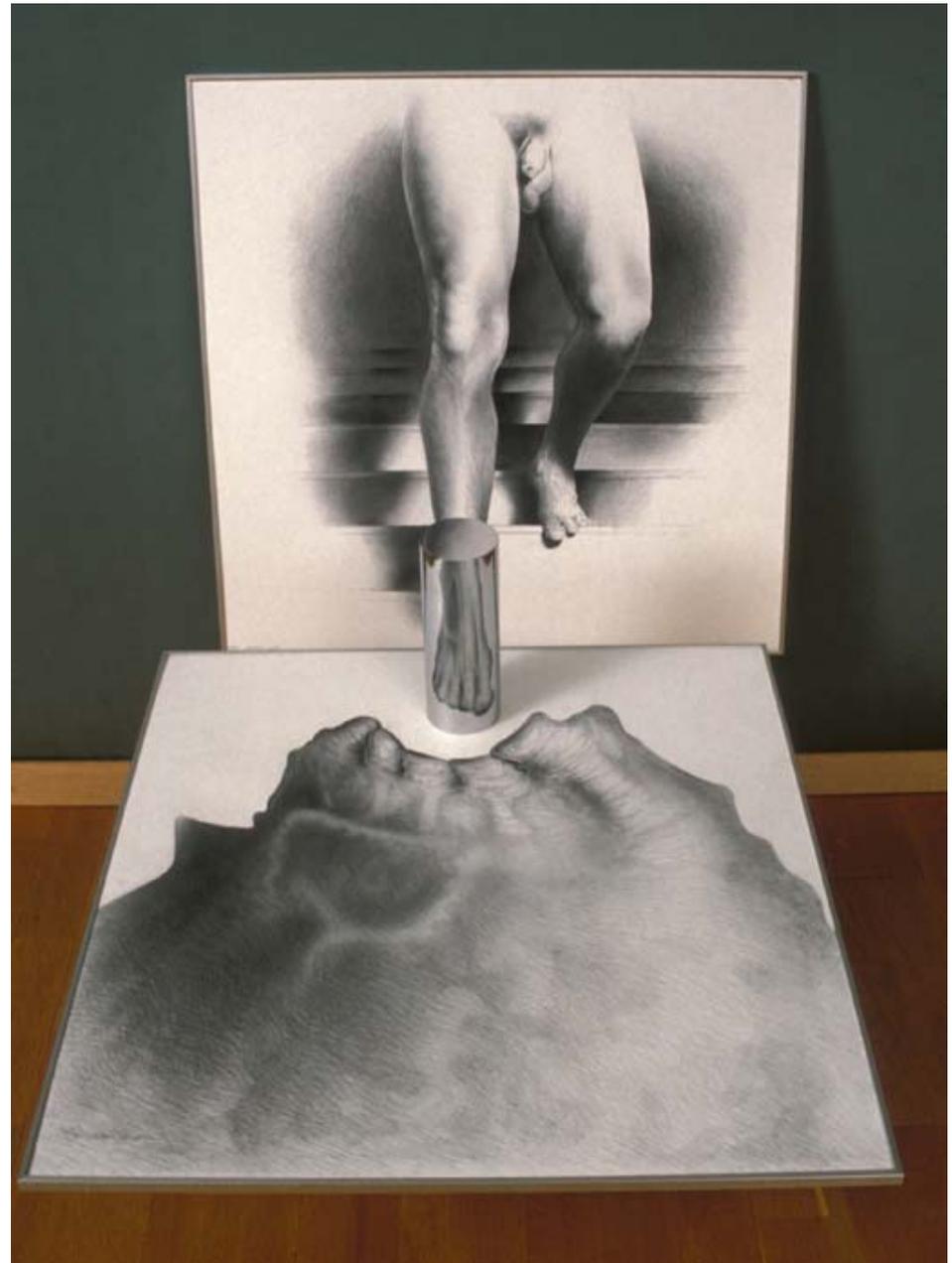


Escalera de dimensión tres,
vista desde diferentes
ángulos.



István
Orosz
(1951-)

Pie



**István
Orosz**

Anna



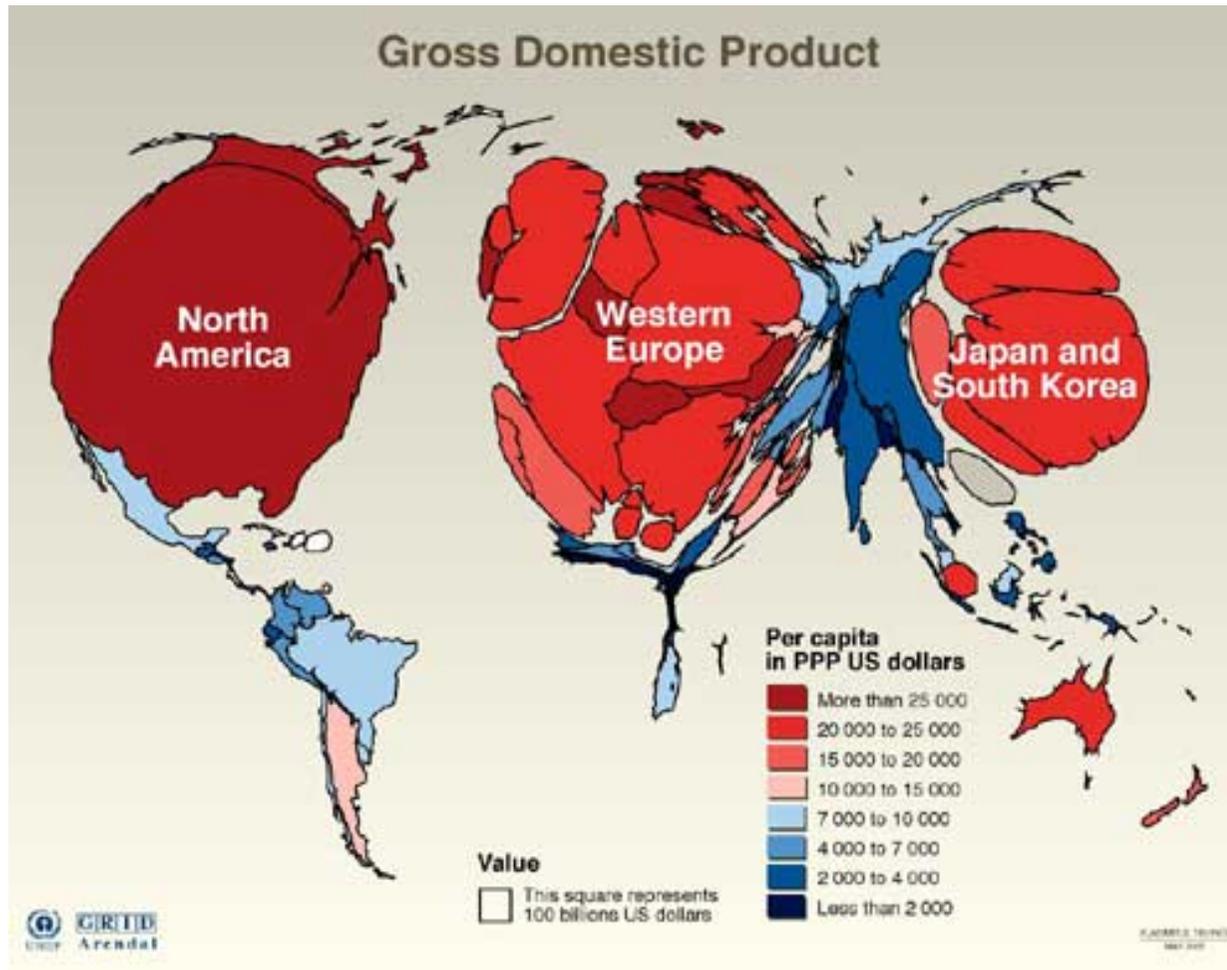
Anamorfosis y señalización



Las anamorfosis se usan a menudo en señales de tráfico, para que los símbolos sean correctamente interpretados por los conductores.



Anamorfosis y cartografía estadística

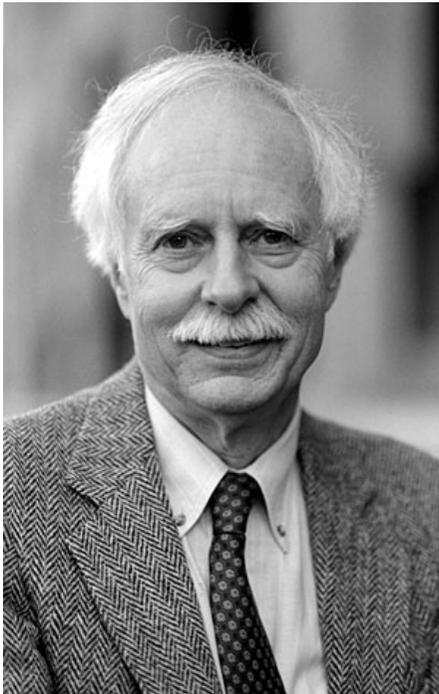


Las anamorfosis se utilizan en cartografía estadística para mostrar la importancia de un fenómeno dado. El mapa ya no representa la realidad geográfica, sino la del fenómeno.

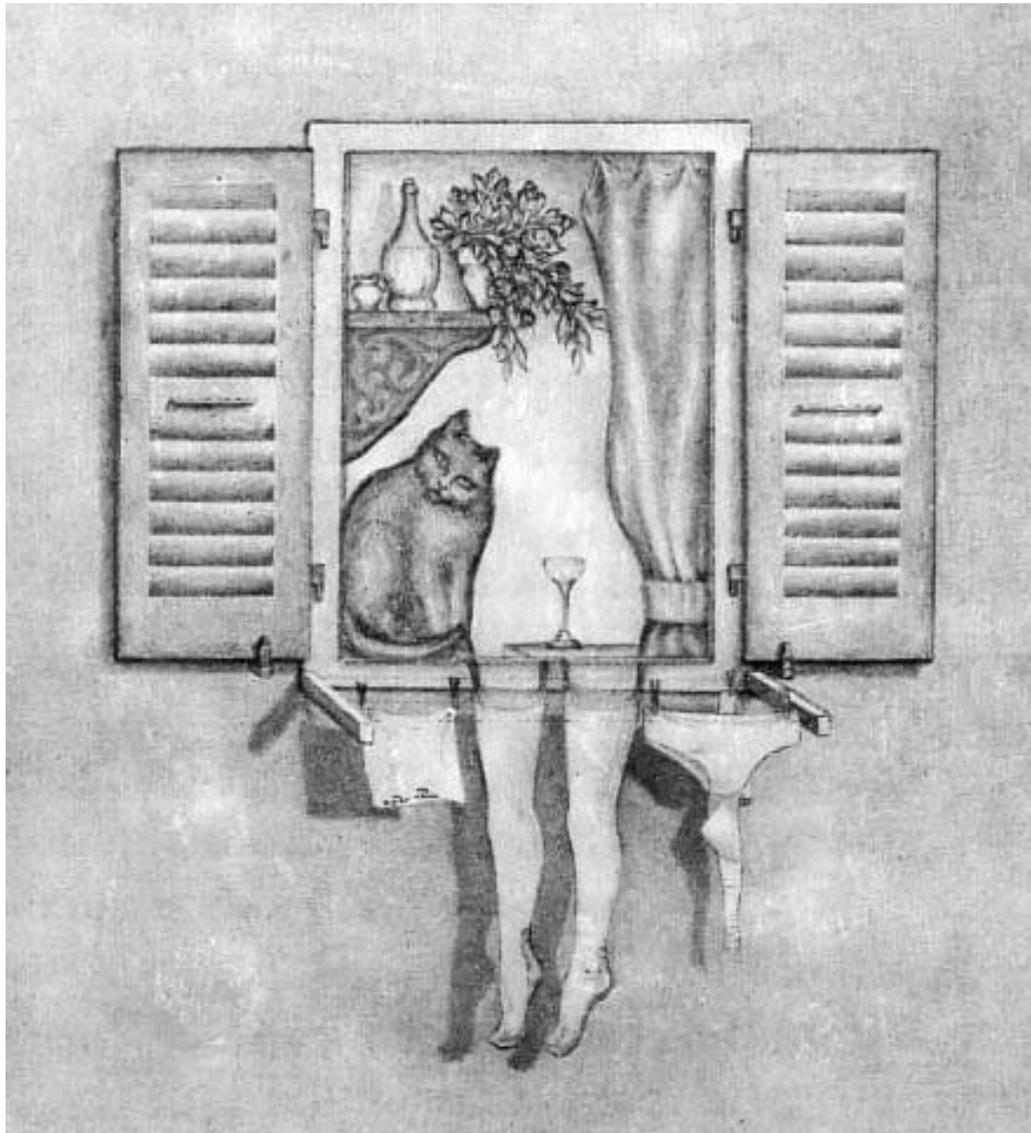
La deformación se realiza usando transformaciones matemáticas.

Figuras ambiguas

Roger N. Shepard
(1929-)
Sara Nader

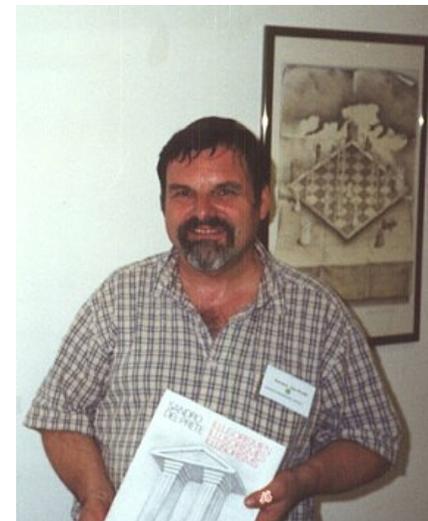


Figuras ambiguas



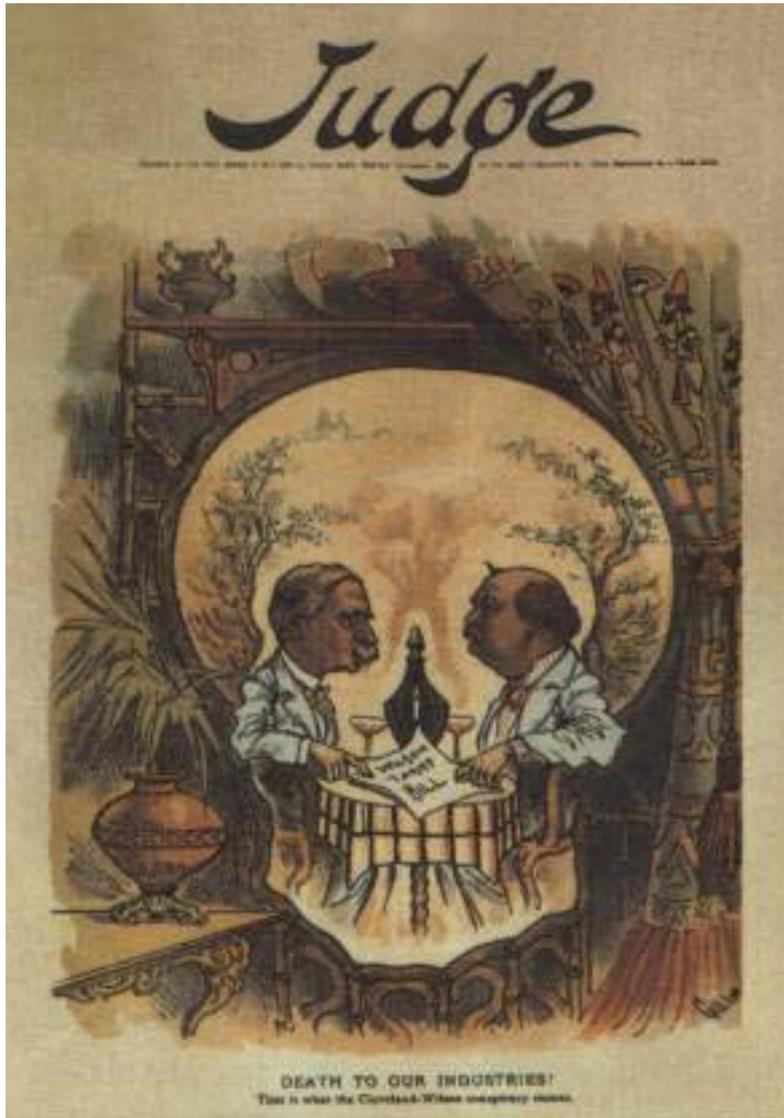
Sandro del Prete
(1937-)

*Todo lo que vemos
puede ser visto de otra
manera*



<http://www.del-prete.ch/index.html>

Figuras ambiguas



**Gillam: Cubierta del Magazine
JUDGE 26, 1894
Cartel reivindicativo contra los
aranceles**

**En el papel del cartel:
“Wilson Tariff Bill”**

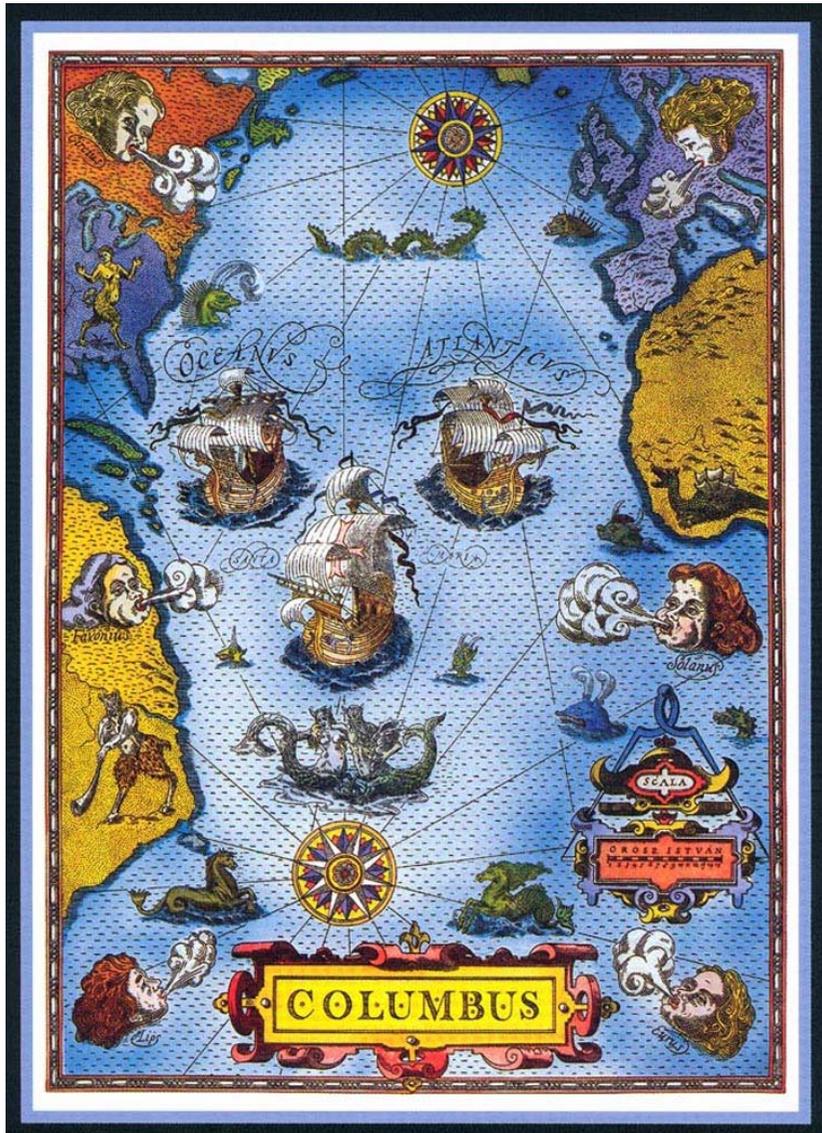
**Base del cartel:
“Death to our industries.
That is what Cleveland-Wilson
conspiracy means”**

Figuras ambiguas

Columbus

Itsván Orosz

Durero en el bosque



Figuras ambiguas



Peter Brookes
De cerca se ve el ratón
y
de lejos, el gato

Ambigramas

infinite

016270

FALSE
true

**Scott
Kim
(1955-)**

<http://www.scottkim.com/>



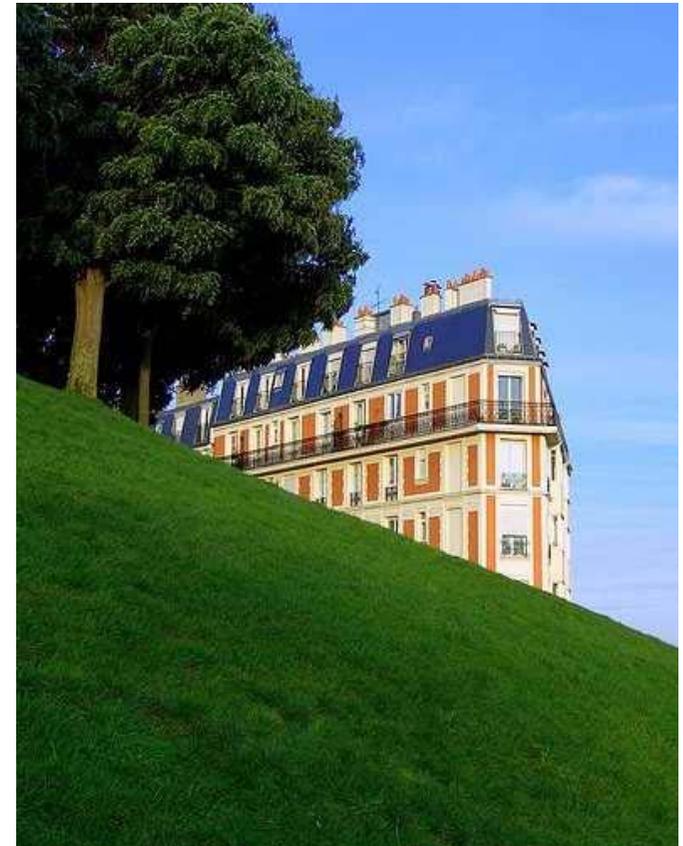
Ilusión fotográfica



Este castillo francés parece hundirse en el césped: sólo es una foto, que no ha sido manipulada ni retocada. La segunda imagen es del mismo edificio, pero tomada desde otro punto de vista.

En la primera imagen se ha inclinado la cámara, y se ha tenido cuidado de incluir parte del árbol, pero no el tronco. Nuestra mente interpreta que la hierba marca la línea del horizonte...

... en la imagen le indica lo contrario. La segunda figura muestra que hay una inclinación en el césped, y que el edificio no está hundiéndose. La vista del tronco ratifica la realidad de la imagen.



Ilusión óptica



PITTSBURGH ZOO[®]



PITTSBURGH ZOO[®]

¿Ilusión?



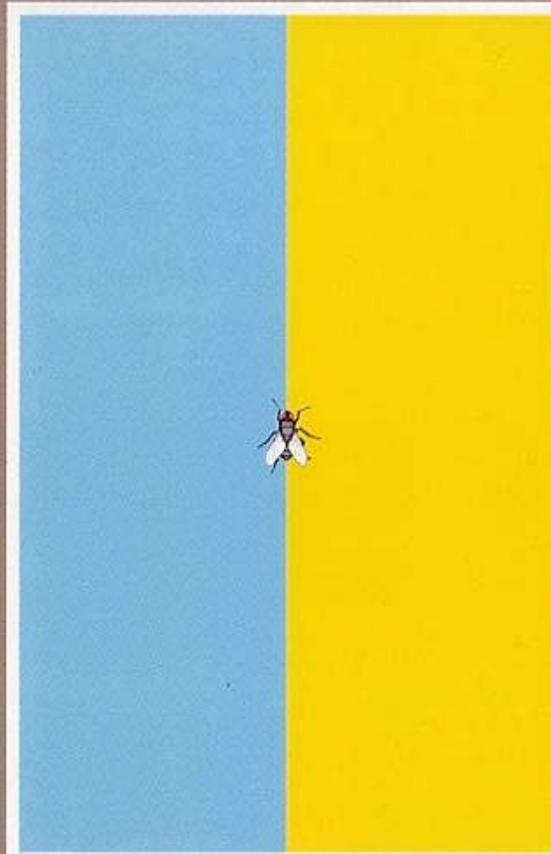
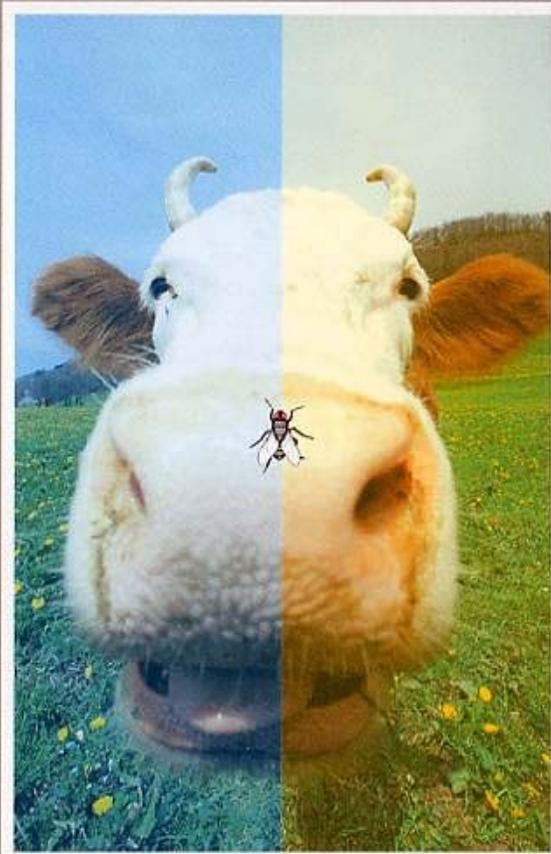
El jardín de los sueños, diseñado por M. Hall y H. Yarrow

EVA

2006, Chelsea Flower Show, Londres.

Ilusión óptica

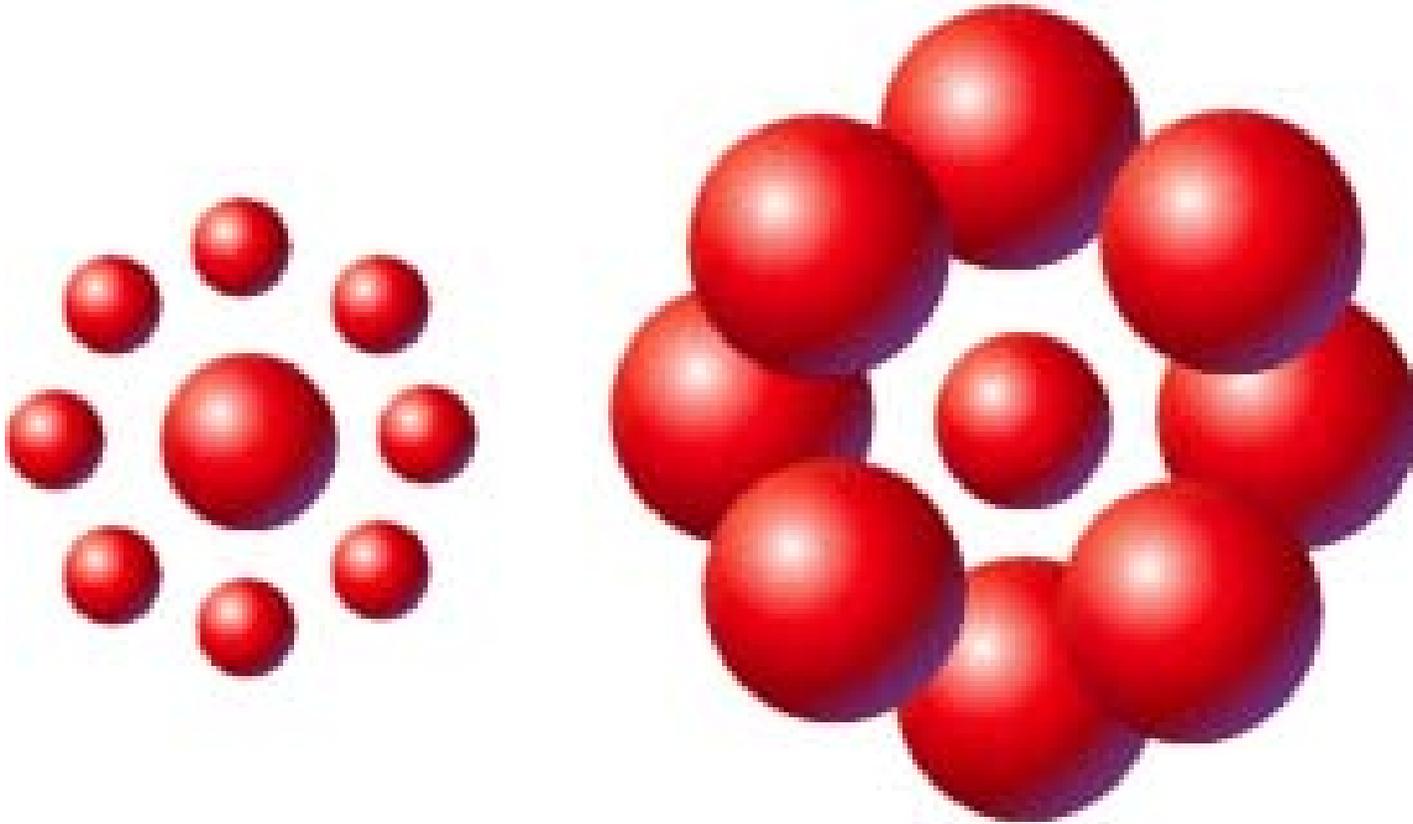
http://www.archimedes-lab.org/Gallery/new_optical_illusions/index.html



El color en esta foto de una vaca no está bien equilibrado; el lado izquierdo es menos amarillo que el derecho...

Para restaurar el color, mira la mosca del 2º diagrama por 30 segundos y mira después a la vaca de nuevo...

Ilusión óptica

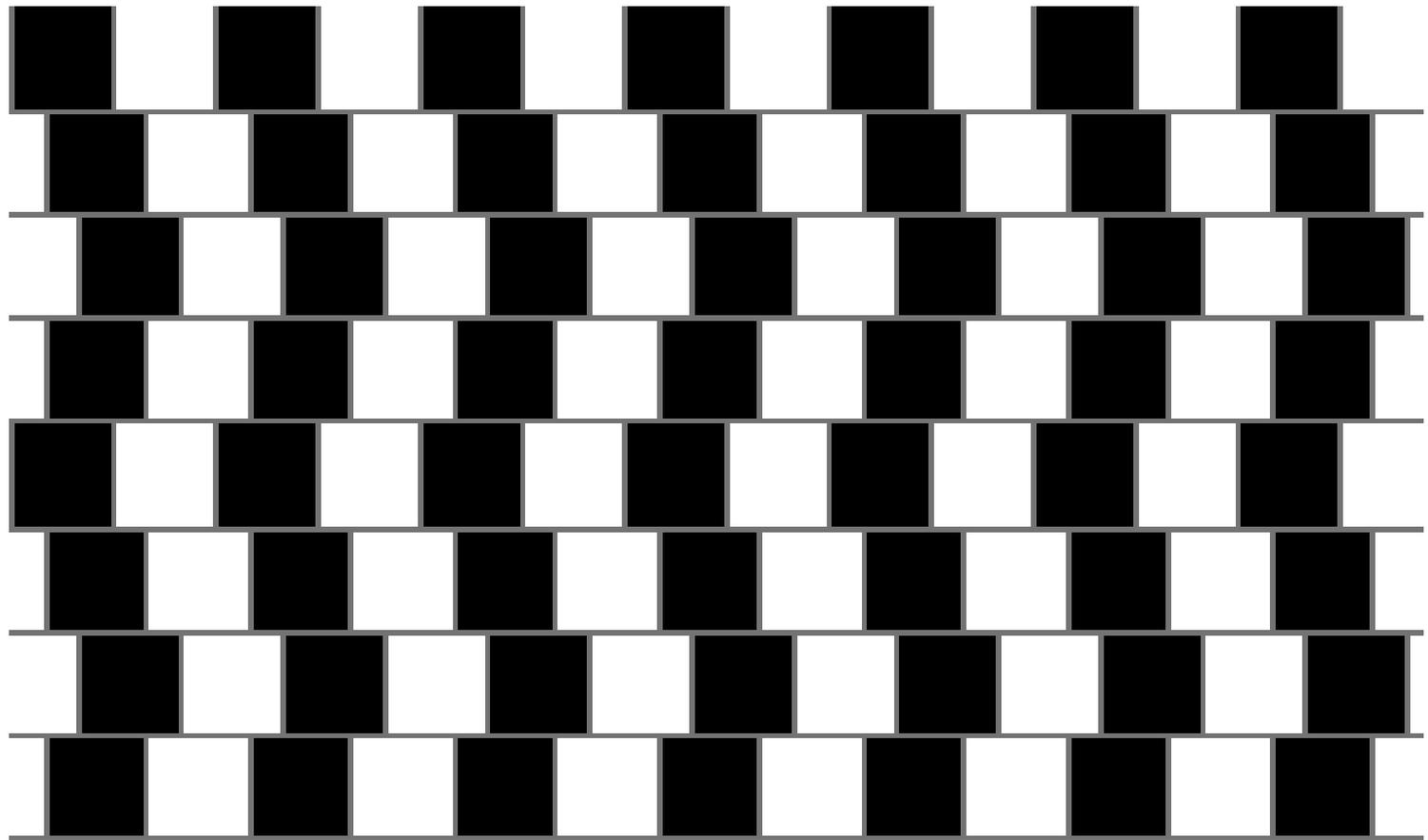


Titchener y Delboeuf

¿Cuál de los dos círculos centrales es de mayor tamaño?

Ilusión óptica

¿Son
paralelas
las
líneas?

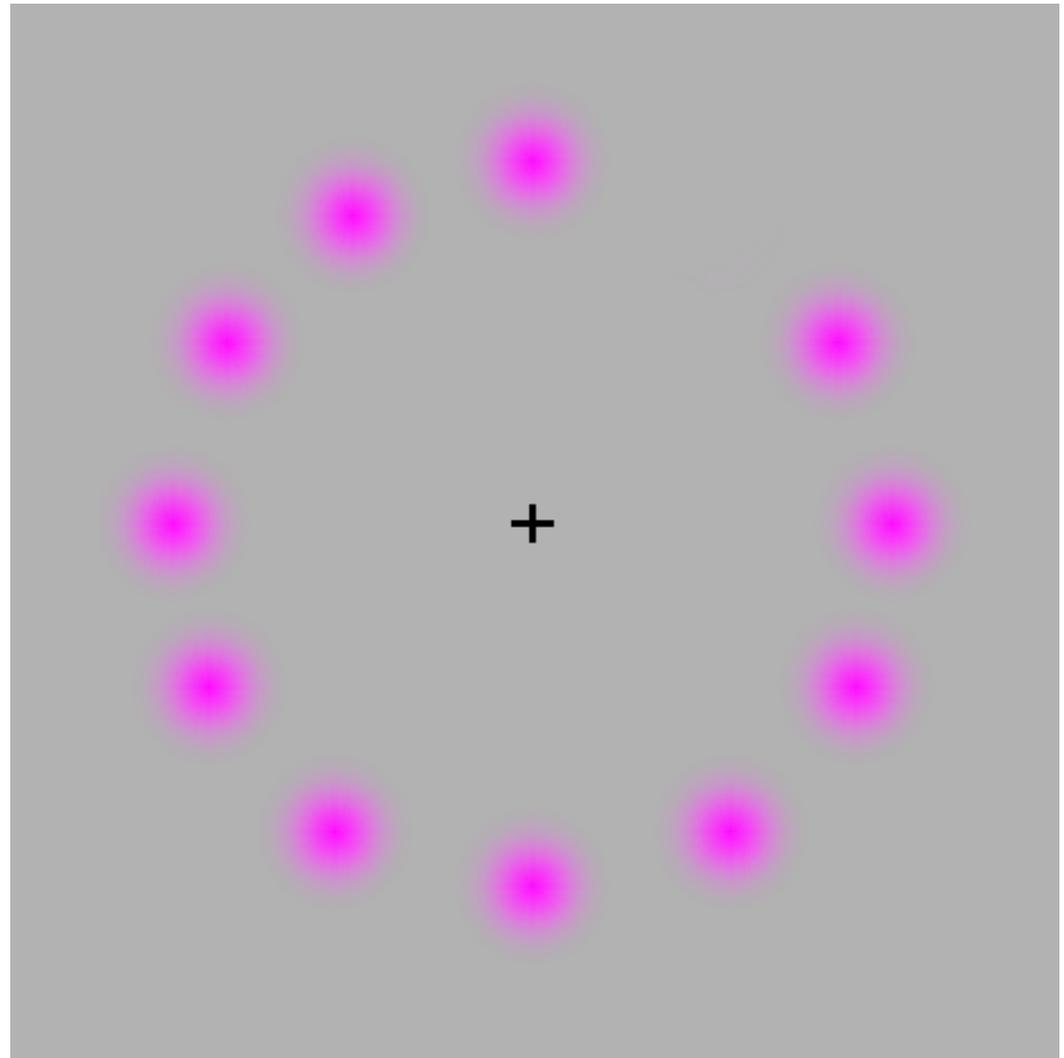


Ilusión óptica

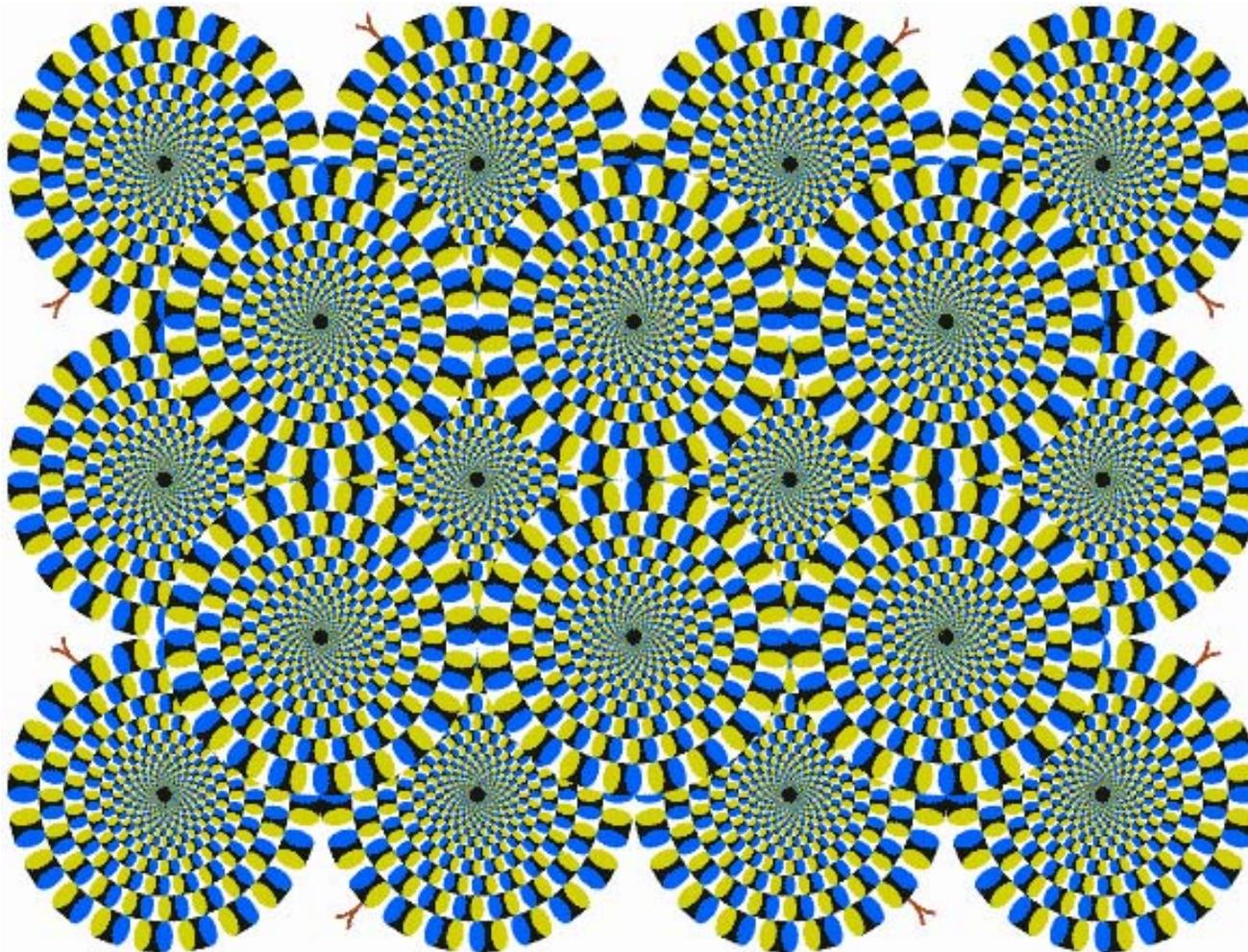
Si tus ojos siguen el movimiento del punto rotativo rosado, sólo verás un color: rosado.

Ahora, concéntrate en en la cruz del centro. Después de un breve periodo de tiempo, todos los puntos rosados desaparecerán y sólo verás un único punto verde girando.

En realidad no hay ningún punto verde... y los puntos rosados no desaparecen...



Ilusión óptica



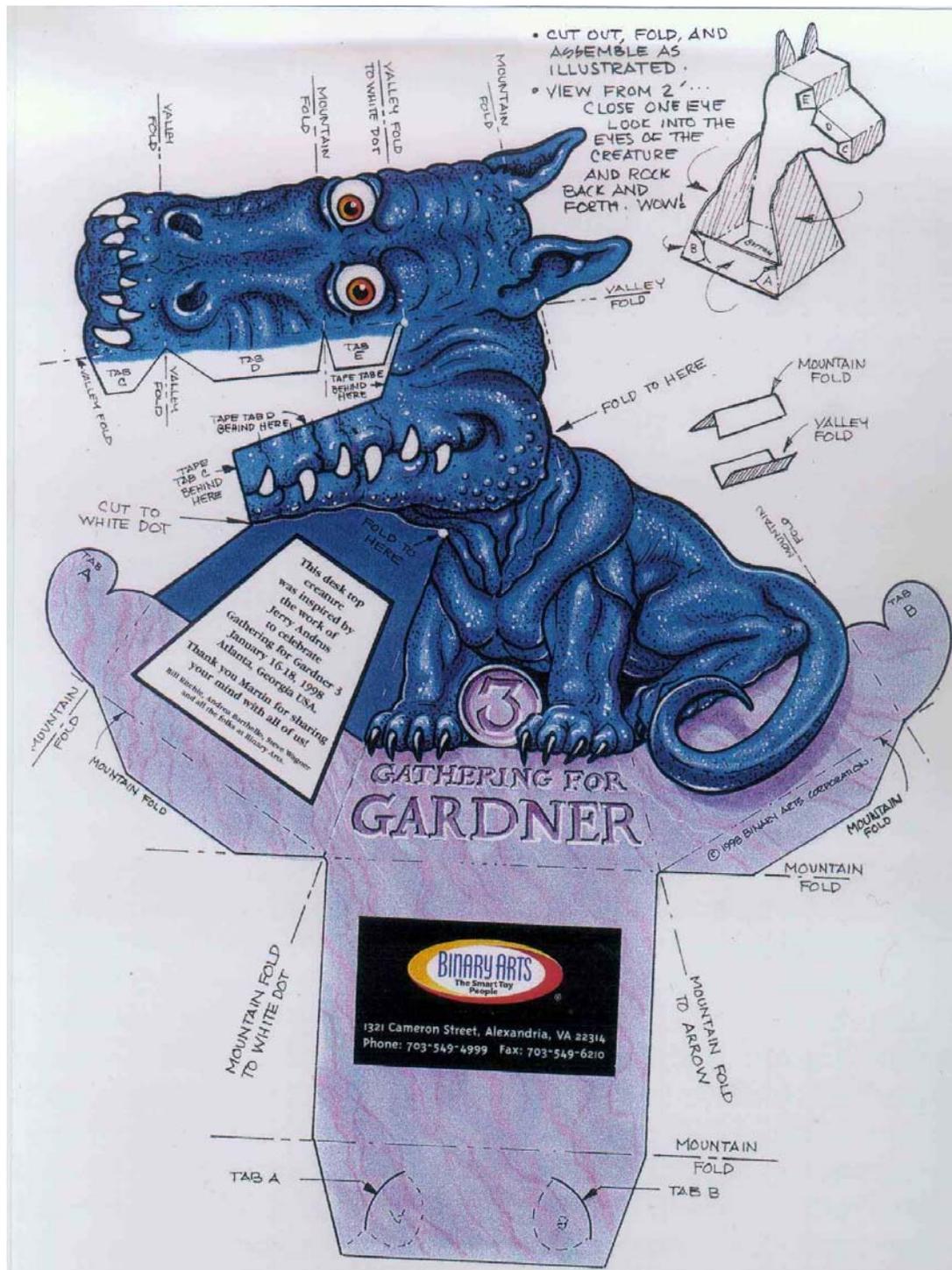
**Akiyoshi
Kitaoka**

*Serpientes
rotando*

<http://www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka/index-e.html>

Ilusión óptica en 3D





Si te mueves alrededor de este dragón de papel, parece que te sigue a lo largo de la habitación.

¿Qué sucede? Cuando te mueves alrededor de un objeto sólido, tu cerebro sabe como se comporta. Pero este dragón nos da “falsas pistas”... interpretamos que la nariz del dragón apunta hacia nosotros, cuando de hecho su cara es cóncava...

<http://www.grand-illusions.com/opticalillusions/dragonillusion/>

Figuras imposibles



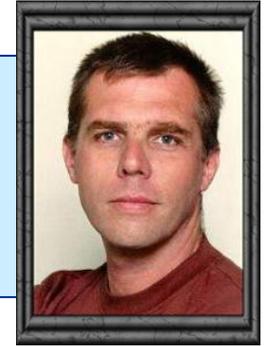
Guido Moretti (1947-)

http://www.guidomoretti.it/S_terzavia.htm



Anillo y Paralelepipedos imposibles

Figuras reversibles



Sergio Buratto
¿sapo o caballo?



Figuras reversibles



Shigeo
Fukuda
(1932-)



Encore



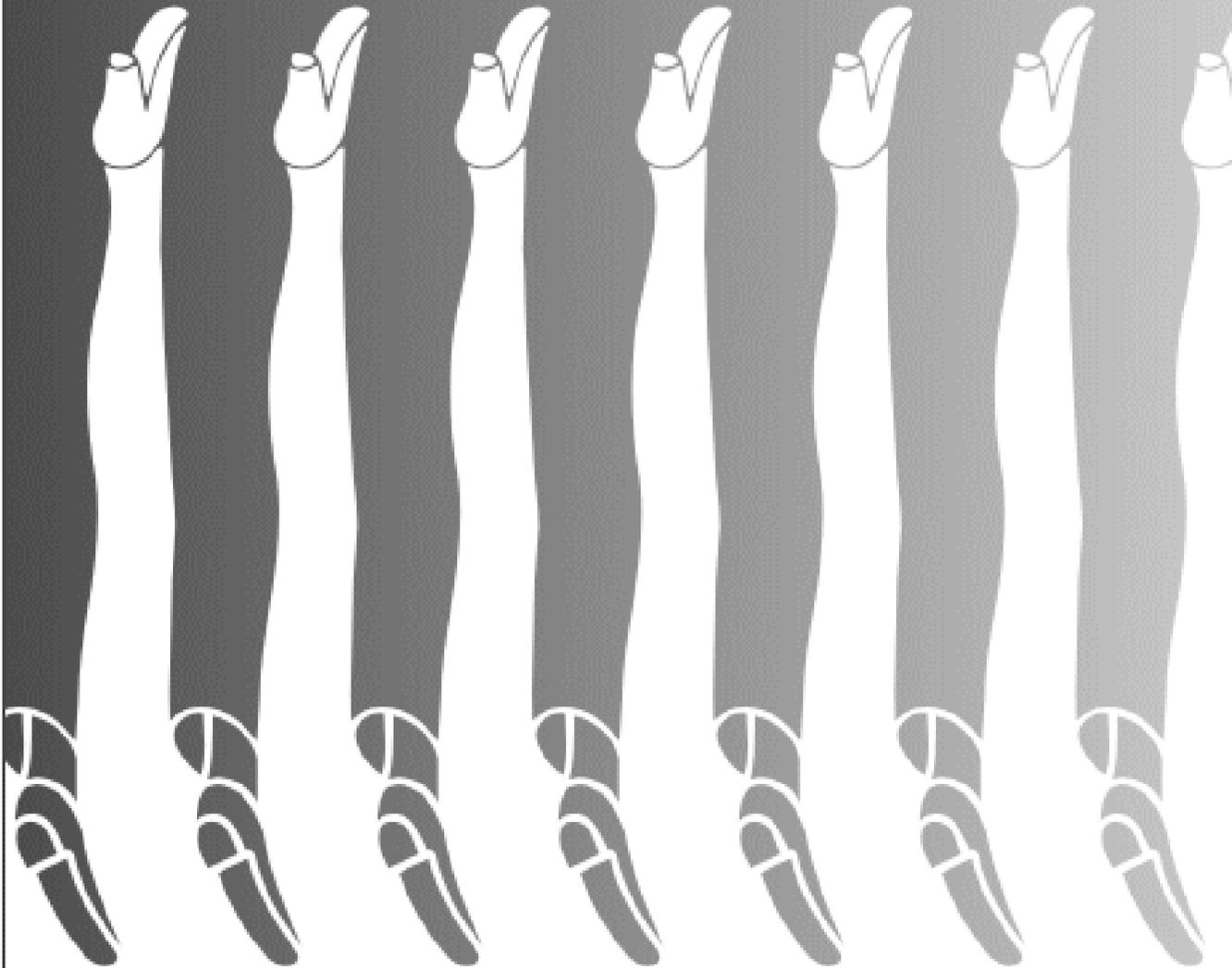
Escultura
en madera

Video

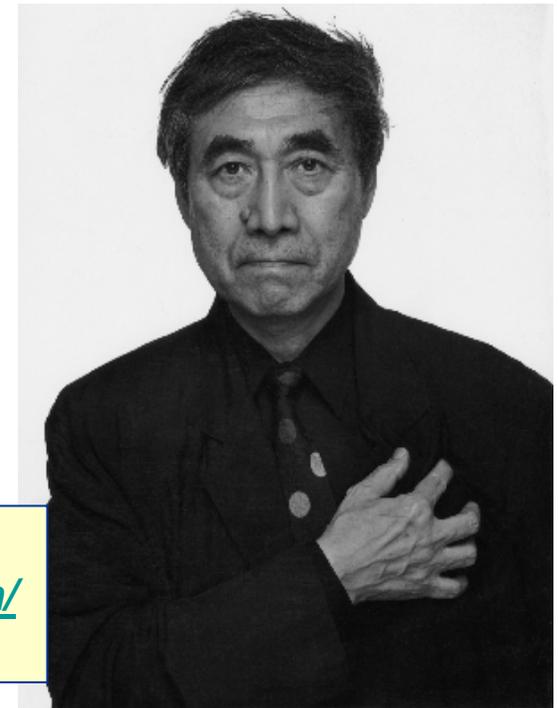
www.ilusaodeotica.com

***Piernas de
dos géneros
diferentes
(1975)***

**Shigeo
Fukuda**



http://psylux.psych.tu-dresden.de/i1/kaw/diverses%20Material/www.illusionworks.com/html/art_of_shigeo_fukuda.html



Figuras reversibles



Hombre saliendo del agua...

“Topsys and turvys”

<http://wwar.com/masters/n/newell-peter.html>

... o ahogándose.



**Peter Newell
(1862-1924)**

G. Verbeek

Figuras reversibles



Gustave Verbeek (1867-1937)
"A fish story"



El mayor de los pájaros la
coge por su vestido...

... Justo cuando llega cerca de la isla, otro pez le ataca, golpeándole
furiosamente con su cola...

Gustave Verbeck, *Little lady Lovekins and Old man Muffaroo: the Thrilling Adventure of the Dragon*

4 NEW YORK HERALD, SUNDAY, MAY 8, 1904.

THE UPSIDE-DOWNS OF LITTLE LADY LOVEKINS AND OLD MAN MUFFAROO THE THRILLING ADVENTURE OF THE DRAGON

12. Then he gets Lovekins, and homeward they go, talking about their exciting rides.



1. Lovekins and Muffaroo are startled by a loud roar and a sound of whirring wings.

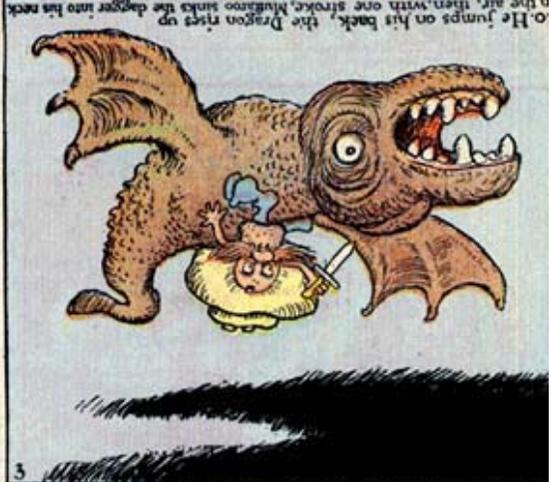
(COPYRIGHT, 1904, BY THE NEW YORK HERALD CO.)

11. The Dragon falls dead, and Muffaroo cedes down on the soft marsh, unhurt.



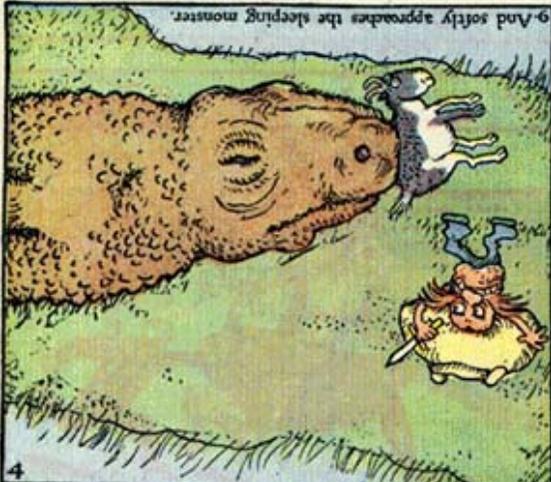
2. It is a terrible Dragon that comes swooping down on them. Muffaroo escapes, but little Lady Lovekins gets caught.

10. He jumps on his back, the Dragon rises up in the air, then, with one stroke, Muffaroo links the dagger into his neck.



3. She tries to stab the monster, but his scales are very hard, as he just flies along without feeling the knife at all. For two days and two nights they travel thus, until at last the Dragon begins to feel hungry!

9. And softly approaches the sleeping monster.



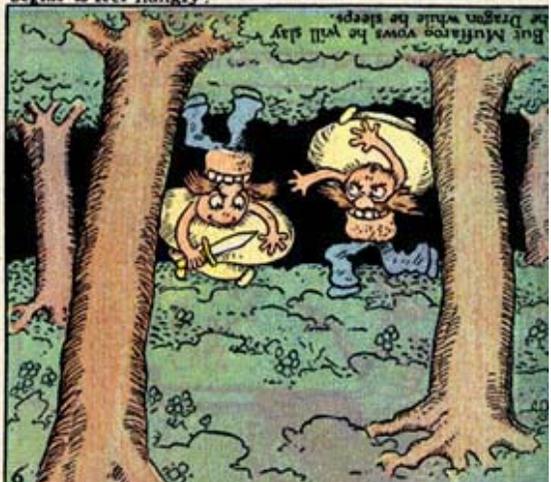
4. So he kills some goats that are grazing in a field, and eats them, watching Lovekins all the while. But he eats too much, and with one goat still in his mouth he falls asleep.

8. So taking Lovekins's knife, he creeps through the woods.



5. Then Lovekins steals quietly away and hides herself in some woods. Suddenly she hears something tramping over the leaves toward her.

7. But Muffaroo vows he will slay the Dragon while he sleeps.



6. It turns out to be Old Man Muffaroo who has been following along the ground in the direction taken by the Dragon. Lovekins waits for the dragon to fall asleep.

Figuras reversibles



**Rex
Whistler
(1905-1944)**

*¿Sherlock
Holmes o
Robin
Hood?*

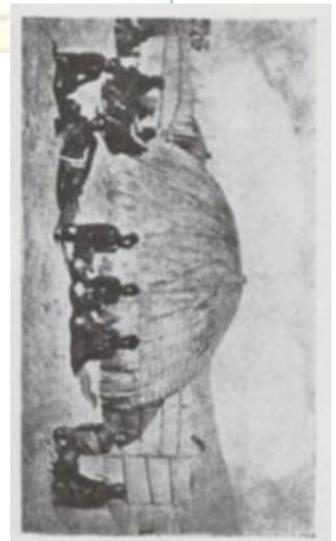


<http://wwar.com/masters/w/whistler-rex.html>

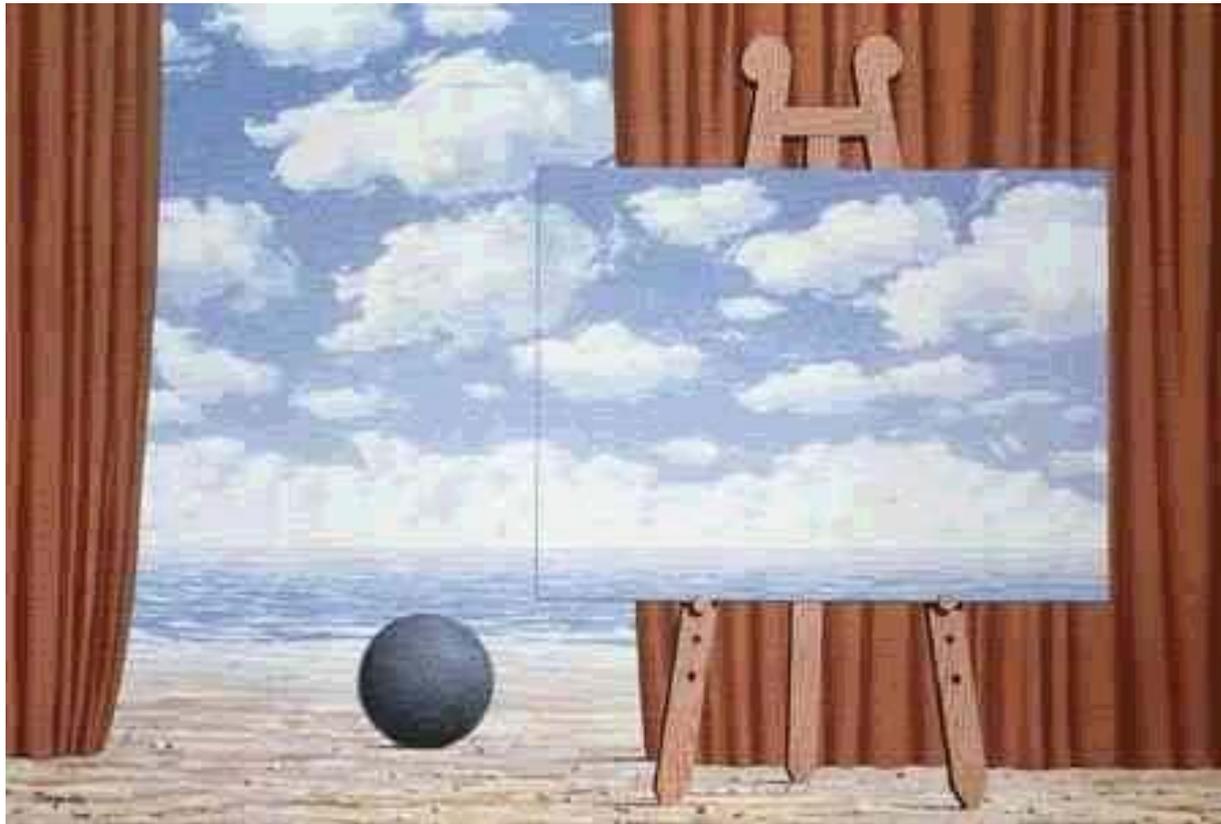
Salvador Dalí (1904-1989)



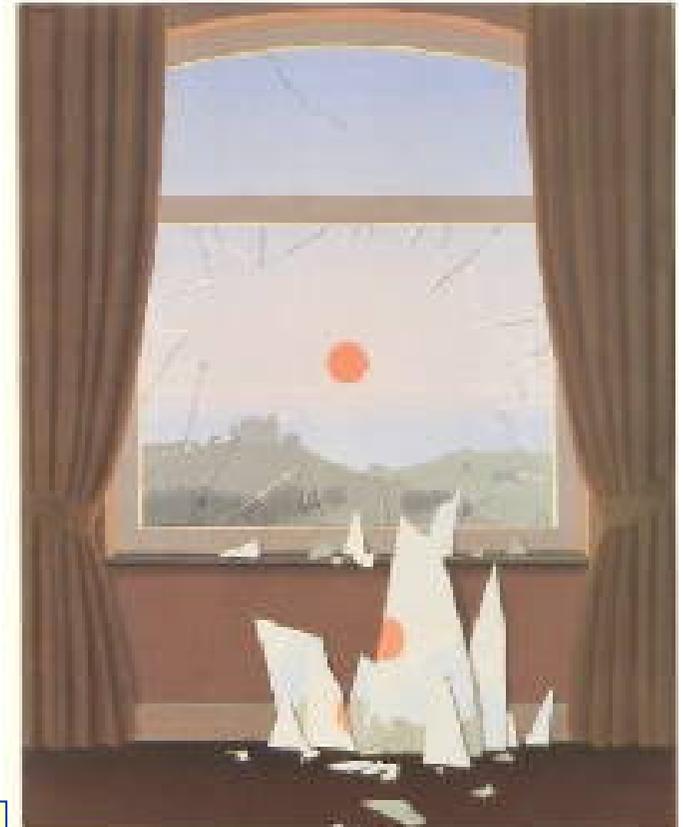
***Rostro
paranoico: la
tarjeta postal
transformada
en Picasso***



René Magritte (1898-1967)

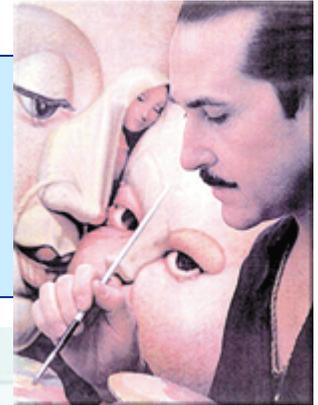


La bella cautiva



La noche que cae

Octavio Ocampo (1943-)



La evolución del hombre

Rafal Olbinski (1945-)



*La
bohème*

*Cartas a
Europa*

<http://www.tendreams.org/olbinski.htm>



Paradojas en arquitectura



Nationale Nederlanden Building

**Se conoce populamente
como “Ginger & Fred”.**

**Es uno de los edificios más
sorprendentes en Praga.
Se construyó entre 1992 y
1995, por los arquitectos V.
Milunic y F. Gehry.**

Paradojas en arquitectura



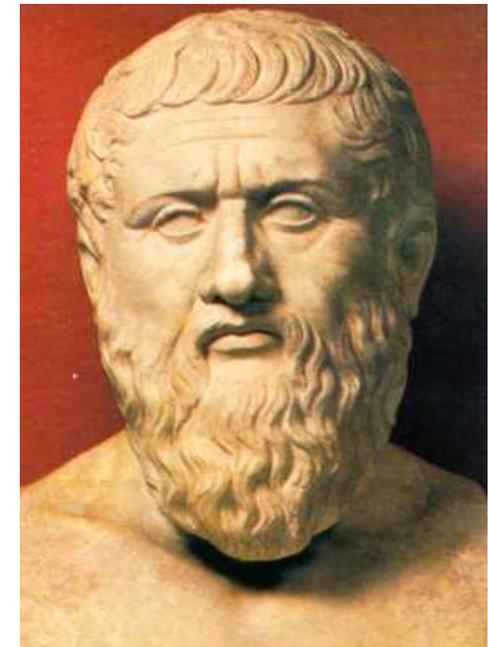
135 Degree Angle: construida por arquitectos orientales tiene una azotea rosada y toda una distorsión visual. Restaurante Masaka, Japón.

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas topológicas

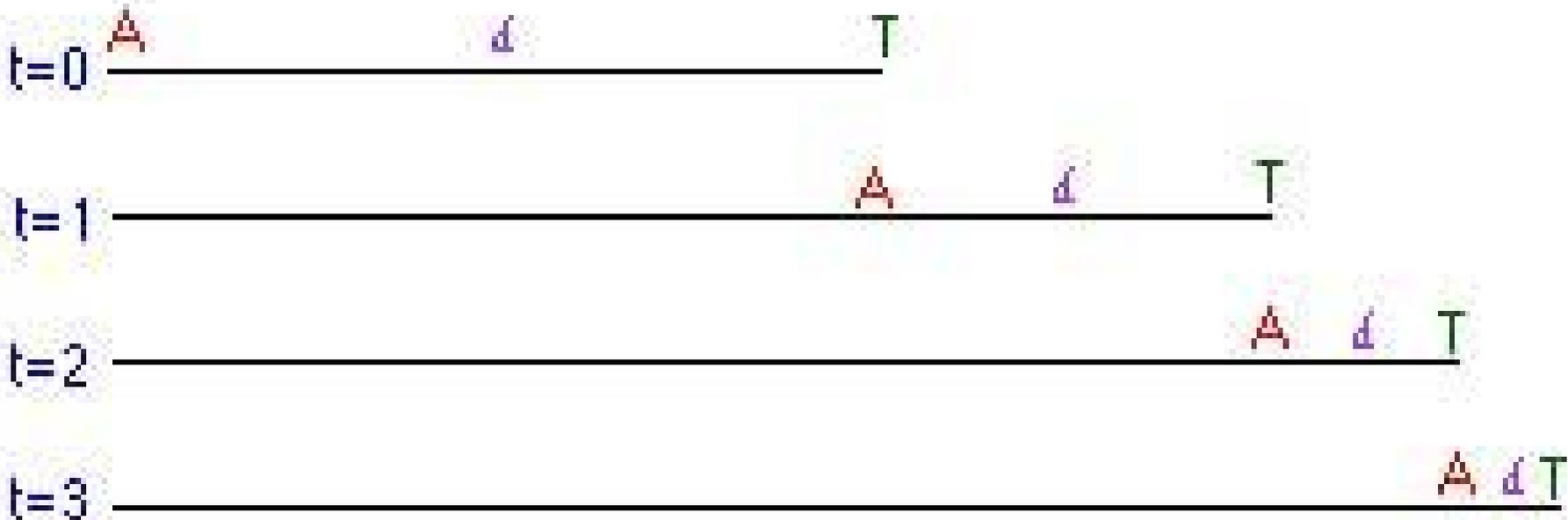
Aquiles y la tortuga

Se arregla una carrera entre Aquiles y la tortuga. Como Aquiles es mucho más veloz que la tortuga, el héroe permite una cierta ventaja al “lentísimo” animal.



Zenón

Paradoja: Aquiles no puede *nunca* alcanzar a la tortuga, independientemente de lo rápido que corra y de lo larga que sea la carrera: cada vez que el perseguidor alcanza un lugar donde ha estado la perseguida, la tortuga se adelanta un poco...



Achilles and the Tortoise

Algo debe ser falso en el argumento... la falacia que surge es la noción equivocada de que cualquier sucesión infinita de intervalos de tiempo debe sumar toda la eternidad... Si el espacio y el tiempo son indefinidamente divisibles, el movimiento sería imposible...



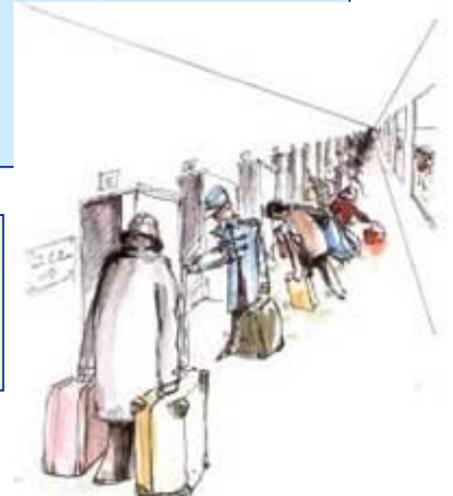
Solución: convergencia de la serie
 $1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots + 1/2^n + \dots = 1$

El hotel infinito

Érase una vez un hotel con infinitas habitaciones (numeradas), con el lema: “*Se garantiza el alojamiento de cualquier nuevo huésped*”.

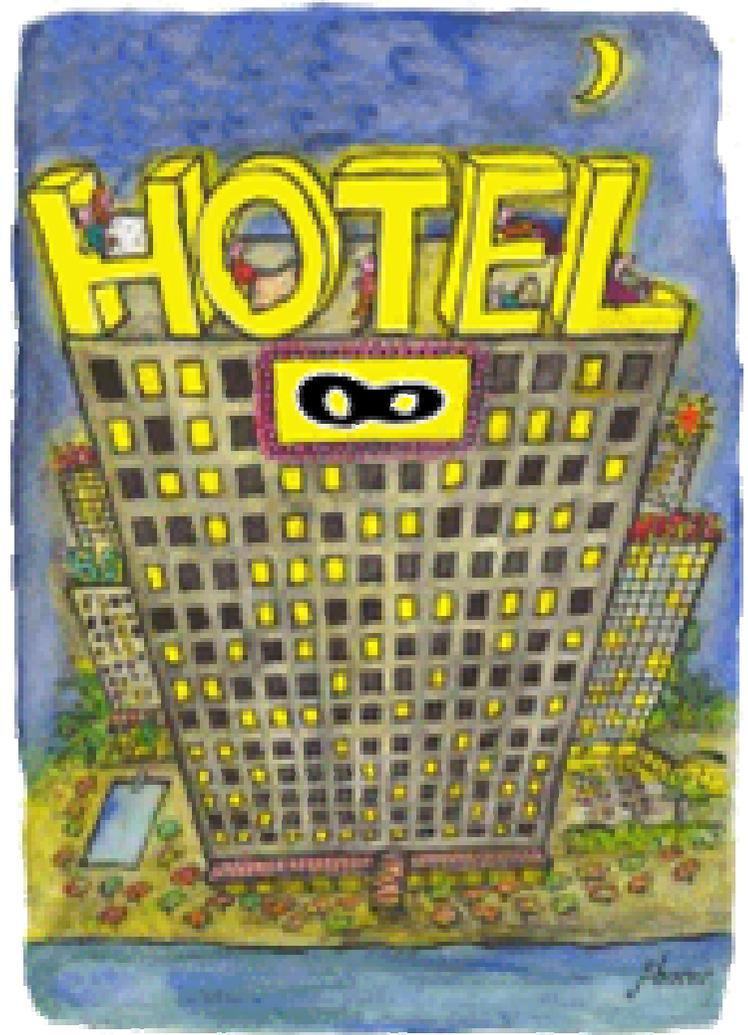
Primera paradoja: llega un hombre al hotel que se encuentra lleno, ... el recepcionista, fiel al lema del *Hotel Infinito* avisa por megafonía a todos sus clientes, para que se cambien a su número de habitación más uno, con lo que la habitación número 1 queda libre para el nuevo huésped...

Duda: ¿Qué pasa con el huésped que se encontraba en la última habitación?



Segunda paradoja: llega al *Hotel Infinito* (que está lleno) una excursión con infinitos pensionistas...
¿se pueden alojar?

Por supuesto: el eficaz recepcionista solicita por e-mail a todos sus clientes que se cambien a su número de habitación multiplicado por 2, ... de esa forma todos los huéspedes se mudan a una habitación par, y todas las habitaciones impares quedan libres para los pensionistas ...



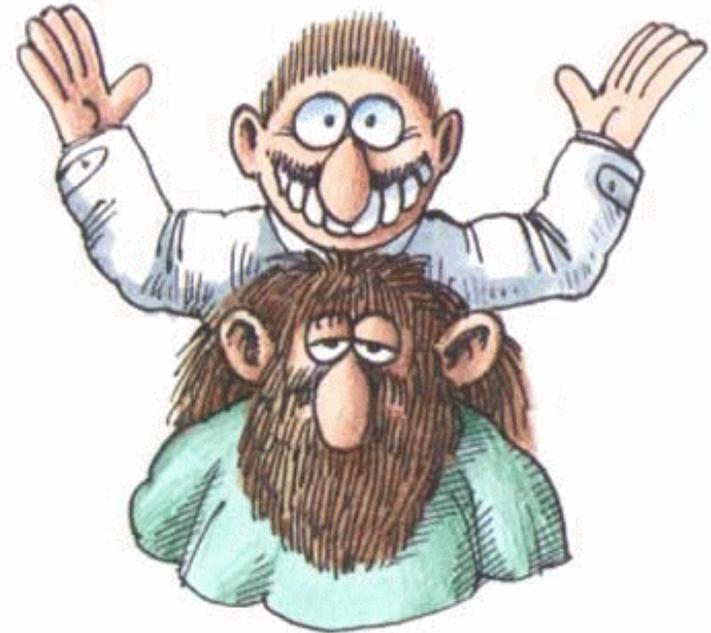
Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. **Paradojas lógicas**
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas topológicas

Paradoja del barbero

En Barbilandia, hay un único barbero, *Jon*, que afeita a los que no se afeitan a sí mismos.

¿Quién afeita al barbero de Barbilandia?



www.HelloCrazy.com

Si **Jon** no se afeita a sí mismo, será una de las personas de Barbilandia que no se afeitan a sí mismas... con lo cual **Jon** debería de afeitarse, siendo por lo tanto una de las personas que se afeitan a sí mismas... no debiendo por tanto afeitarse.

Solución: Russel define su famosa *teoría de tipos*, donde se eliminan los conjuntos auto-contradictorios, así que **Jon**, el barbero de Barbilandia...

¡... no existe!

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. **Paradojas semánticas**
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas topológicas

La paradoja del mentiroso

L: Lo que estoy diciendo ahora es falso.



L: Lo que estoy diciendo ahora es falso.

Si L es verdad, es falsa, y si es falsa, es verdad. ¿Es esto paradójico?

Tenemos dos afirmaciones condicionales:

- 1) si L es verdad, entonces es falsa.**
- 2) si L es falsa, entonces es verdad.**

Asumiendo que cuando algo es falso no es verdad, y que todo lo que es verdad no es falso, 1) y 2) quedan:

- 1*) si L es cierta, entonces es no cierta.**
- 2*) si L es falsa, entonces es no falsa.**



Existe un principio de razonamiento llamado *consequentia mirabilis*: dice que si algo implica su propia negación, se puede inferir su negación.

Ambas 1*) y 2*) dan argumentos para este principio. El primero nos asegura que L es cierto, implica su negación, luego el principio nos lleva a inferir que L es no cierto.

El segundo, de manera exactamente paralela, nos lleva a inferir que L no es falso.

Así que un razonamiento estándar nos garantiza que L es no cierto y no falso. Luego L no es cierto ni es falso.

¿Es esto paradójico?

No, excepto si se admite un *principio de bivalencia*, que dice que toda sentencia es cierta o falsa.

¿Es todo principio de *bivalencia* cierto? Las preguntas se expresan en sentencias, pero no toda pregunta es o bien cierta o bien falsa. Supongamos entonces que restringimos el principio a sentencias declarativas. Aún hay contraejemplos... Consideremos la afirmación

Has dejado de fumar.

Si tú nunca has fumado, la sentencia es no cierta, pero decir que es falsa sugiere que sigues fumando...



El principio de bivalencia se alcanza debido a la creencia de que toda representación no defectuosa de como las cosas están en el *mundo*, debe ser o bien correcta o incorrecta, verdadera o falsa.

Solución: Una solución a esta paradoja es la famosa *jerarquía de Tarski*: el concepto ordinario de *verdad* es incoherente y debe ser rechazado y reemplazado por una serie de “conceptos de verdad”, jerárquicamente ordenados, y cada uno expresado en un lenguaje diferente de cada lenguaje natural (es decir, de cada lenguaje que evoluciona de manera natural).

Mucha gente ha pedido una solución menos radical, una respuesta que preserve más de nuestro pensamiento y lenguaje ordinario. Una de estas respuestas, se basa en la anterior noción, pero afirma que esta jerarquía está de hecho implícita en nuestro actual uso de “verdad”, y *los defectos son una mera apariencia*.

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. **Paradojas de la vaguedad**
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas topológicas

Paradojas de Sorites

Sorites es la palabra griega para “montón” o “pila”. Las paradojas “sorites” es el nombre dado a una clase argumentos paradójicos, que se derivan de los límites indeterminados de aplicación de los predicados envueltos. Se trata de una serie de puzzles atribuidos al lógico Eubulides de Mileto, que incluyen:

- ***El hombre calvo***: ¿describirías a un hombre con un pelo en la cabeza como calvo?





- Un *grano de arena no es un montón*, si 1 grano de arena no es un montón, tampoco 2 granos de arena lo son... Si 9.999 granos de arena no son un montón, tampoco los son 10.000 granos.

¿Cuántos granos tiene un montón?

Algunas respuestas a esta paradoja son:

- el acercamiento a un *lenguaje ideal*, cuyo atributo clave es su precisión: la vaguedad del lenguaje natural es un defecto a eliminar (Frege y Russell);
- lógicas multivaluadas (no clásicas), como la *lógica difusa* de Goguen y Zadeh (1969) que sustituye a la usual (dos-valuada), que reconocen para un objeto “los grados” de verdad;
- aceptar la paradoja: ninguna cantidad de granos de arena hace un montón... o en otra versión...

¡ la calvicie no existe !



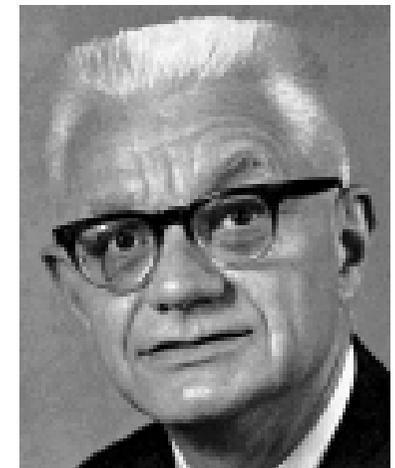
Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas topológicas

La paradoja del cuervo

Carl Hempel (1905-1997), inventor de esta paradoja, afirma que la existencia de una **vaca de color violeta** incrementa la probabilidad de que los cuervos sean negros.

¿Por qué?



Para responder, establezcamos la ley: *“Todos los cuervos son negros”*, de una manera diferente, pero lógicamente equivalente *“Todos los objetos no-negros no son cuervos”*.



Hempel dice: He encontrado un objeto no-negro - una vaca violeta. Esto confirma (débilmente) la ley “Todos los objetos no-negros no son cuervos”. Y así, también confirma la ley equivalente “Todos los cuervos son negros”.

Es fácil encontrar miles de objetos no-negros que no son cuervos, confirmando así de manera más fuerte la ley. El problema es que observando objetos no-negros se confirma la ley

Todos los cuervos son negros,

pero sólo a un nivel “infinitesimal”.

La clase de objetos que no son cuervos, es tan enormemente grande comparada con las que son cuervos que el grado con el cual un no-cuervo que es no negro confirma la hipótesis es despreciable...

Los detractores de Hempel opinan que la existencia de una **vaca de color violeta** confirma del mismo modo el **enunciado**

“Todos los cuervos son blancos”...



Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. Paradojas físicas
9. Paradojas topológicas

La paradoja del condenado

En la Edad Media, un rey de reconocida sinceridad, pronuncia su sentencia:

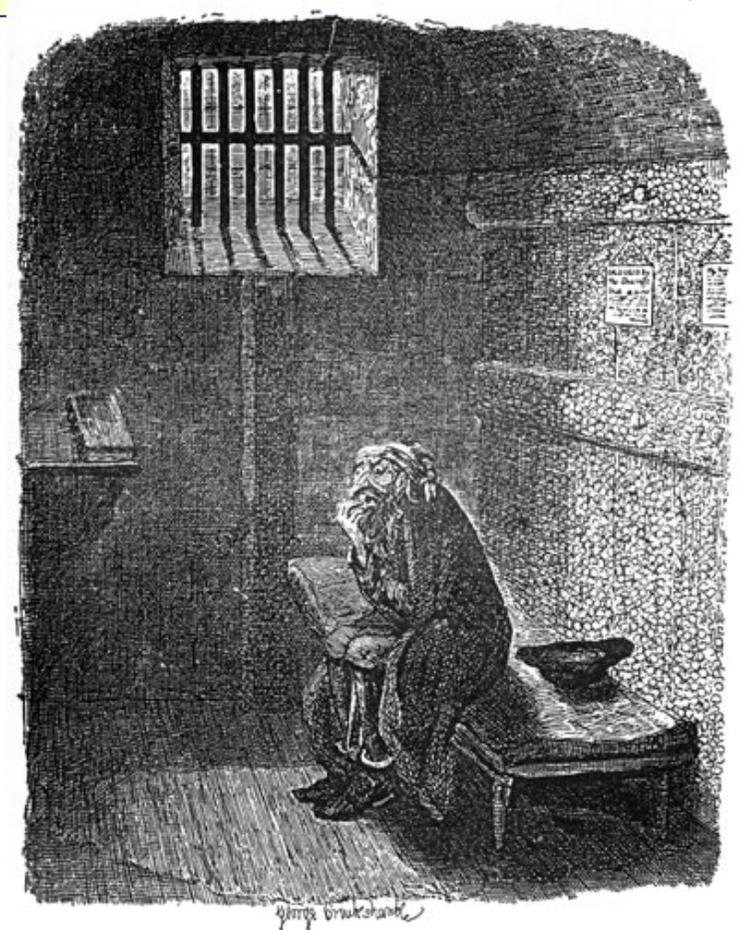


Una mañana de este mes serás ejecutado, pero no lo sabrás hasta esa misma mañana, de modo que cada noche te acostarás con la duda, que presiento terrible, de si esa será tu última sobre la Tierra...

En la soledad de su celda, el reo argumenta:

Si el mes tiene 30 días, es evidente que no podré ser ajusticiado el día 30, ya que el 29 por la noche sabría que a la mañana siguiente habría de morir. Así que el último día posible para cumplir la sentencia es el 29. Pero entonces, el 28 por la noche tendré la certeza de que por la mañana seré ejecutado...

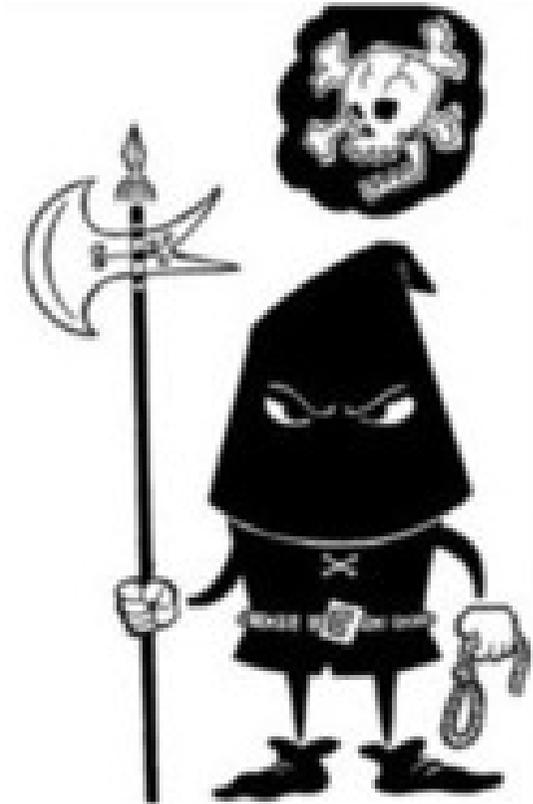
Continuando de este modo, el prisionero concluye triunfalmente que la condena es de ejecución imposible, y comienza a dormir aliviado, aguardando que transcurra el mes para pedir su libertad...



Sin embargo, sorpresa, un día cualquiera, por ejemplo el fatídico día **13 (era martes)**, el verdugo, con el hacha afilada en la mano, despierta al reo... que instantes más tarde es decapitado.

La sentencia se cumple literalmente.

¿Dónde ha fallado el razonamiento del condenado?



Una solución puede pasar por la noción fundamental de que no es lo mismo el día 30, más el día 29, más el día 28, etc., que **el mes**.

Un conjunto es diferente y contiene cualidades distintas de la mera adición de sus partes.

El análisis individual, día por día, por parte del prisionero es tan irreprochable como el análisis paso por paso de la carrera de Aquiles.

El defecto de su argumento aparece cuando atribuye al conjunto (**este mes**) las mismas y exclusivas cualidades que poseían sus partes (**cada día**), no advirtiéndole que el conjunto **mes** ha incorporado algunas características: entre otras la de contener...

... días sorpresa.

Hacia el siglo III, el filósofo chino Hui Tzu afirmaba:

Un caballo bayo y una vaca parda son tres: el caballo, la vaca, y el conjunto de caballo y vaca.

El razonamiento no es trivial, y es la esencia de la paradoja del condenado.

1



+



= 3!

Guión de la charla

1. Paradojas visuales y geométricas
2. Paradojas del infinito
3. Paradojas lógicas
4. Paradojas semánticas
5. Paradojas de la vaguedad
6. Paradojas de la confirmación
7. Paradojas de la predicción
8. **Paradojas físicas**
9. Paradojas topológicas

La paradoja de Fermi

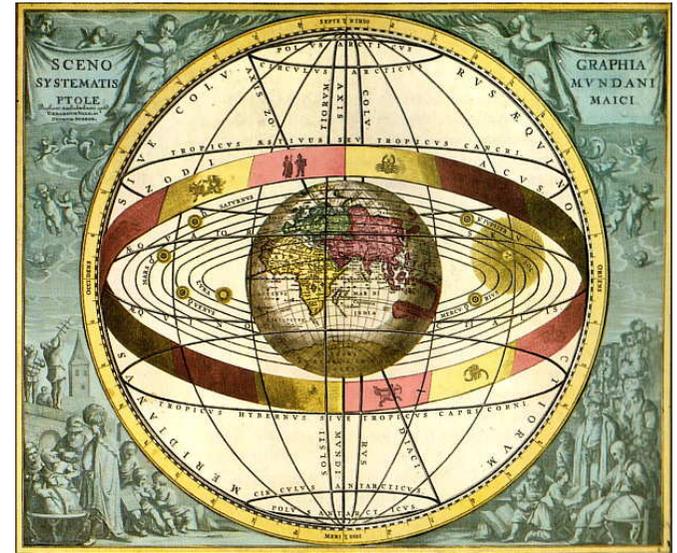
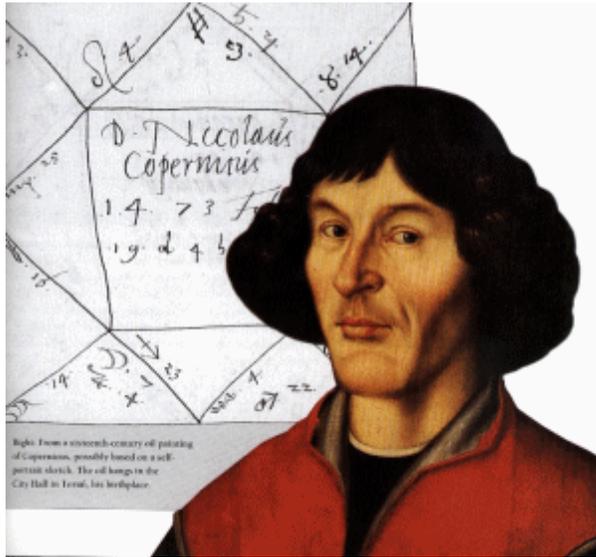
Si un pequeño porcentaje de los billones de estrellas en la galaxia fueran el hogar de civilizaciones con *tecnología*, capaces de colonizar a distancias interestelares, la galaxia completa estaría *invadida* en unos pocos millones de años.

La ausencia de tales civilizaciones extraterrestres visitando la tierra es *la paradoja de Fermi*.



¿Dónde están?





Existen dos corrientes principales en la visión de la vida:

- los ***copernicanos***: la tierra es un planeta cualquiera alrededor de una estrella cualquiera de la galaxia, la vida es un fenómeno corriente y lleva algún día a la aparición de civilizaciones tecnológicas;
- los ***geocéntricos***: el lugar del Hombre es la conquista de una galaxia “vacía” de civilizaciones.

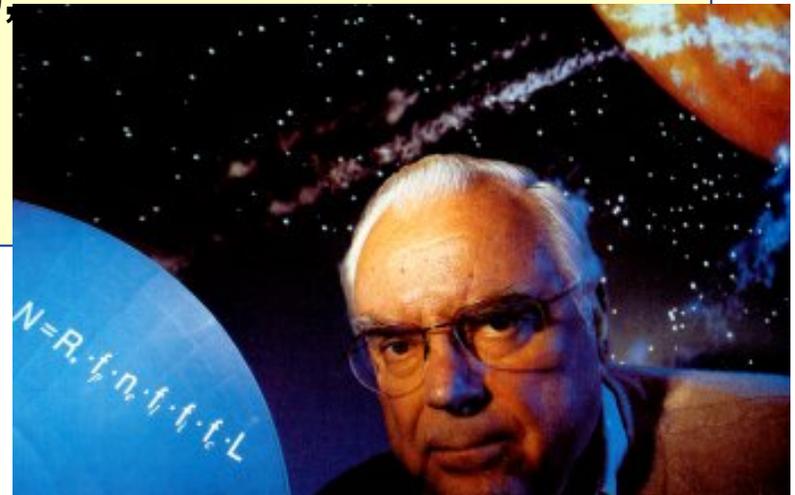
¡Los geocéntricos se han equivocado tanto a lo largo de la historia!

Existe una fórmula debida al astrónomo *Frank Drake* (1930-) que permite estimar el número de civilizaciones inteligentes tecnológicamente avanzadas susceptibles de estar presentes en nuestra galaxia, basada en conocimientos que van de la astrofísica a la biología: es el producto

$$N = E \times P \times F \times V \times I \times C \times L$$

- ***E***, número de estrellas en nuestra galaxia (400.000.000.000),
- ***P***, número medio de planetas alrededor de las estrellas (5 a 20),
- ***F***, porcentaje de planetas favorables a la vida (20 a 50%),
- ***V***, probabilidad de aparición de la vida (20 a 50%),
- ***I***, probabilidad de emergencia de seres inteligentes (20 a 50%),
- ***C***, probabilidad de aparición de una civilización tecnológica con capacidad de comunicación (20 a 50%),
- ***L***, duración de la vida de una civilización avanzada (100 a 10.000.000 años).

http://en.wikipedia.org/wiki/Fermi_paradox





El factor preponderante en la ecuación de Drake es el tiempo, es decir la fórmula tiene una gran dependencia del factor L .

- Si las civilizaciones tecnológicas viven un breve instante de tiempo antes de autodestruirse ¡el número de civilizaciones en el universo es **cercano a ... 1!**
- Al contrario, si la duración de la vida de estas civilizaciones se cuenta en millones de años, entonces ¡el universo debería estar **invadido** por mensajes de radio!

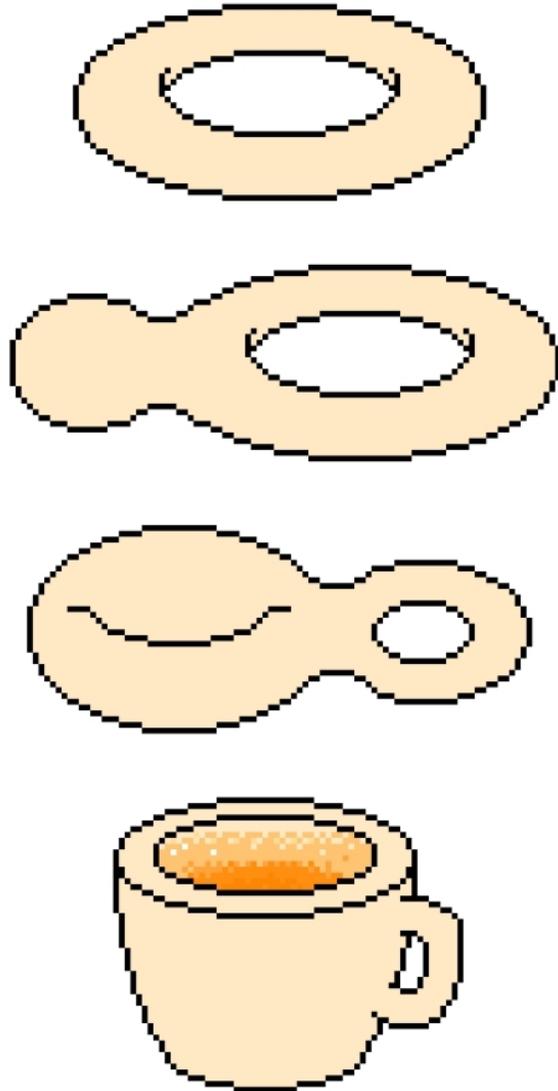
Para $L=10.000$ años (¿modelo terrestre?) existirían por esta fórmula unas 10.000 civilizaciones, y si estuvieran repartidas de manera aleatoria por las estrellas de la galaxia, la más cercana a nosotros estaría a 1.000 años-luz. Nuestras emisiones de radio datan de 50 años, así que estaríamos a muchos años de ser encontrados (y estudiados).

¿Estamos solos? No... estamos muy lejos.

Guión de la charla

- 1. Paradojas visuales y geométricas**
- 2. Paradojas del infinito**
- 3. Paradojas lógicas**
- 4. Paradojas semánticas**
- 5. Paradojas de la vaguedad**
- 6. Paradojas de la confirmación**
- 7. Paradojas de la predicción**
- 8. Paradojas físicas**
- 9. Paradojas topológicas**

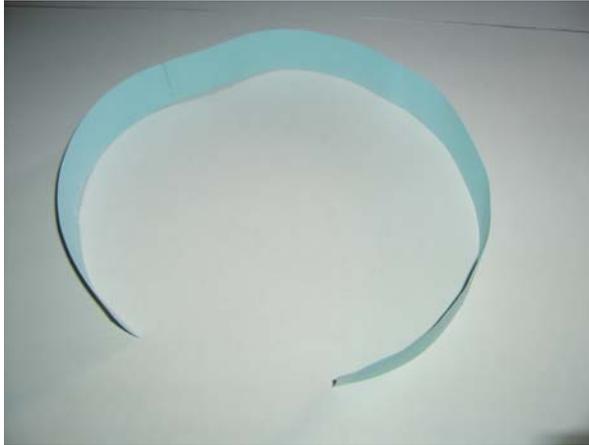
¿Qué es la topología?



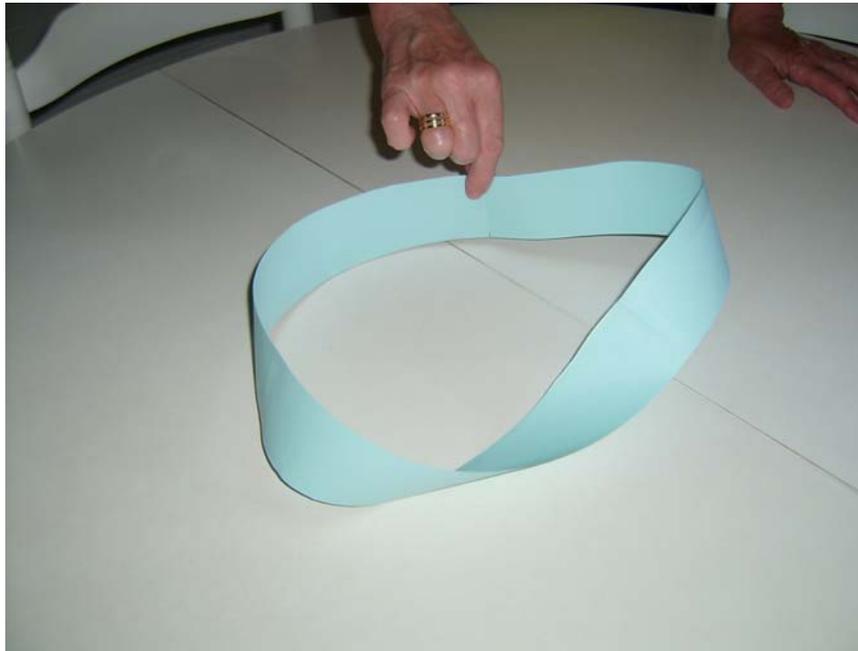
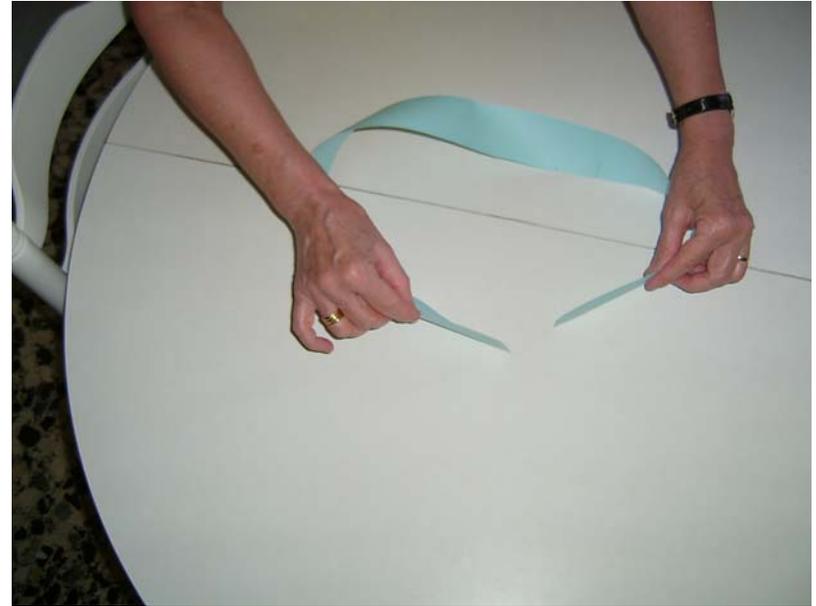
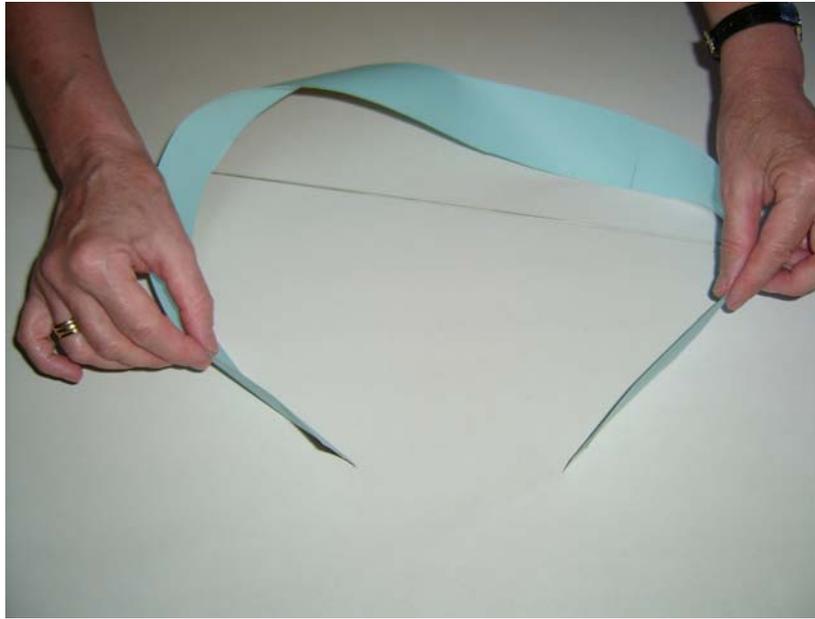
Es la parte de las matemáticas que estudia las propiedades de los objetos que son invariantes por *transformaciones continuas*.

Los tamaños, las formas y las posiciones no son importantes...

La banda de Möbius



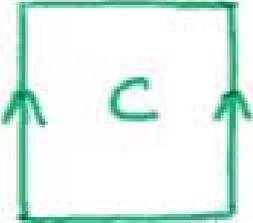
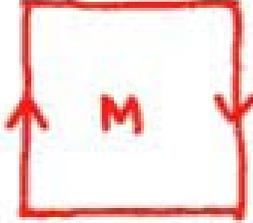
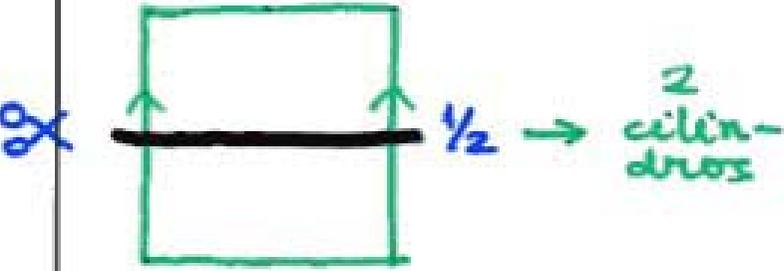
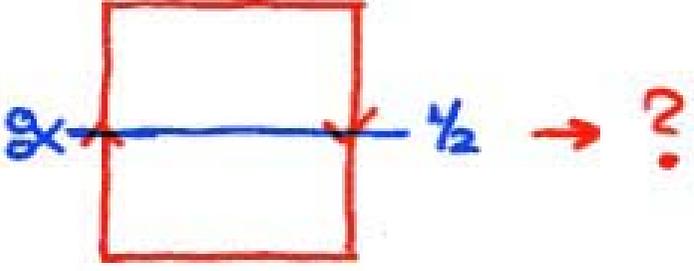
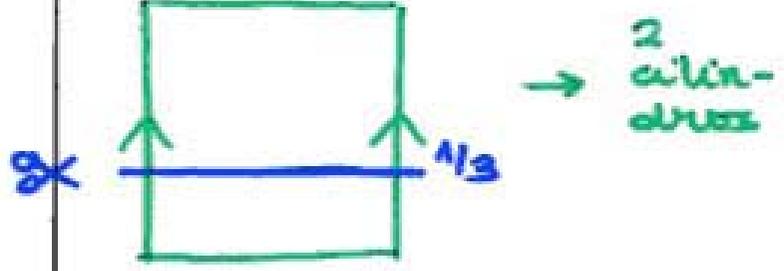
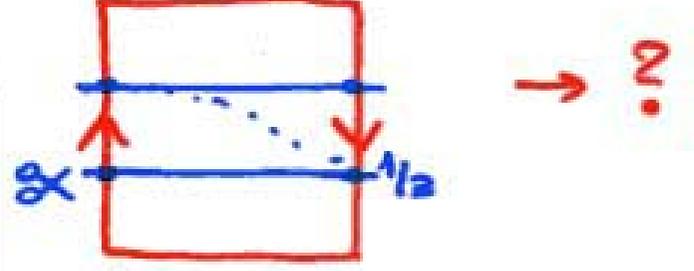
Cilindro

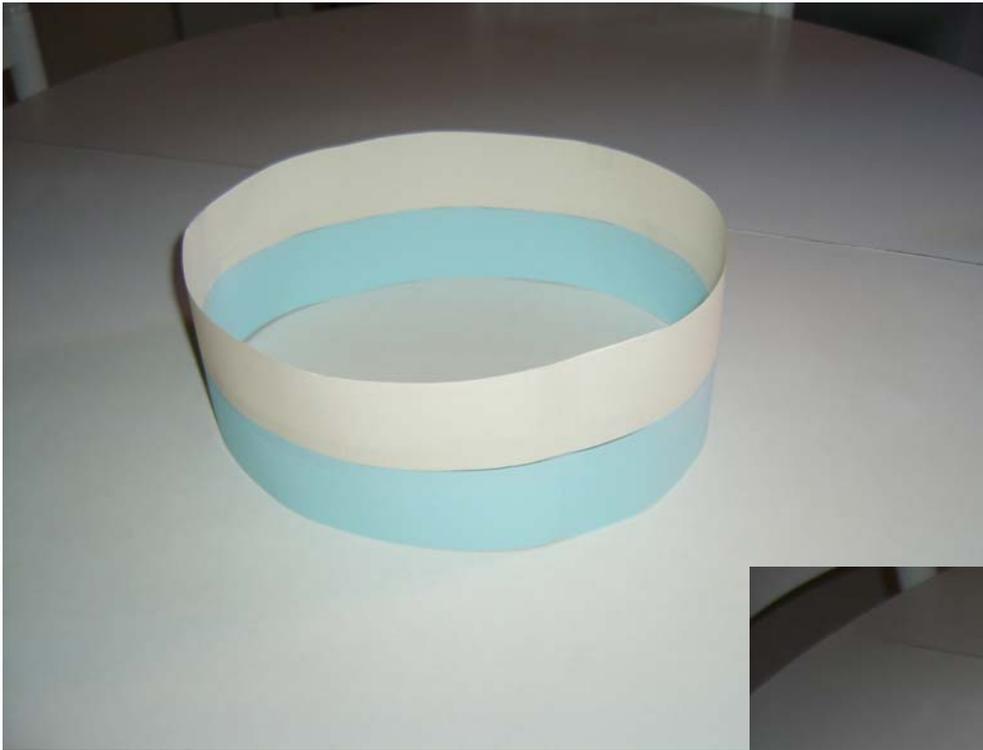


Banda de Möbius

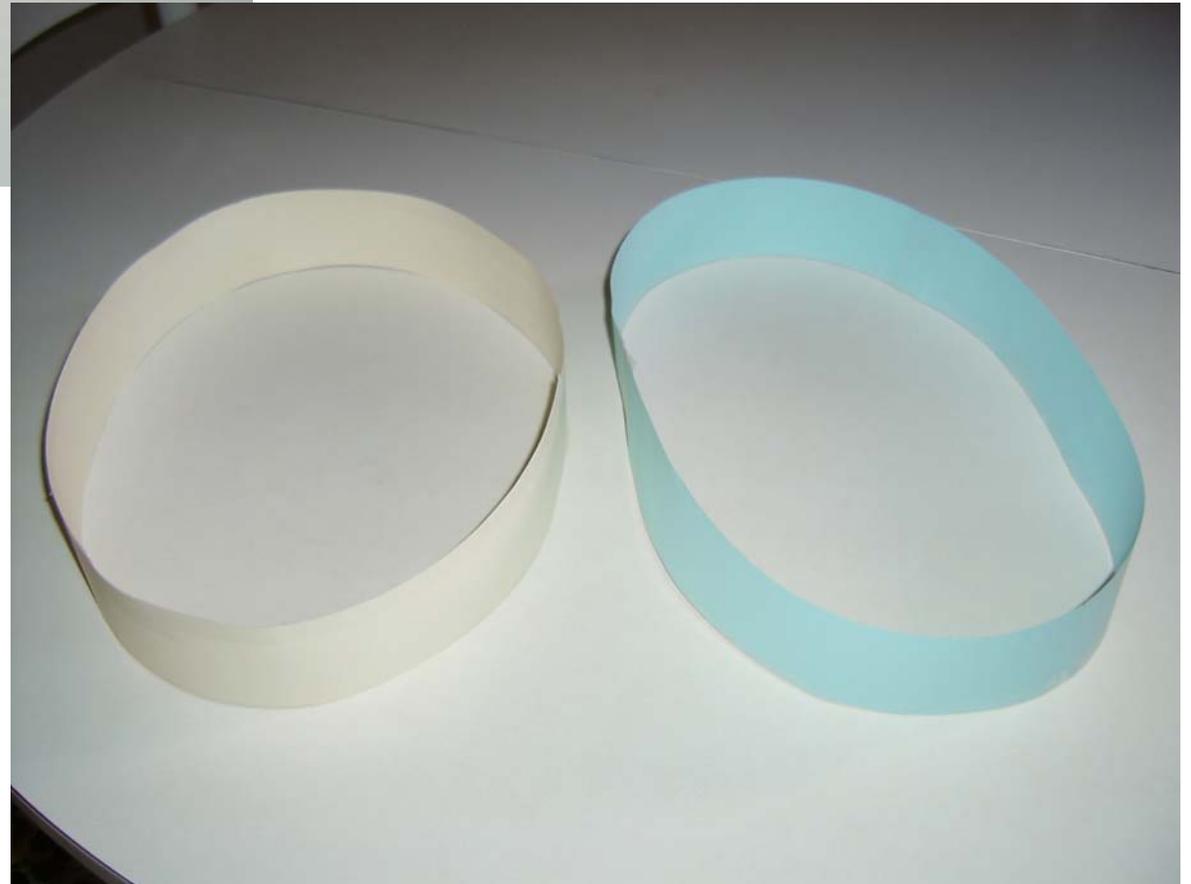
**Augustus Möbius
(1790-1868)**

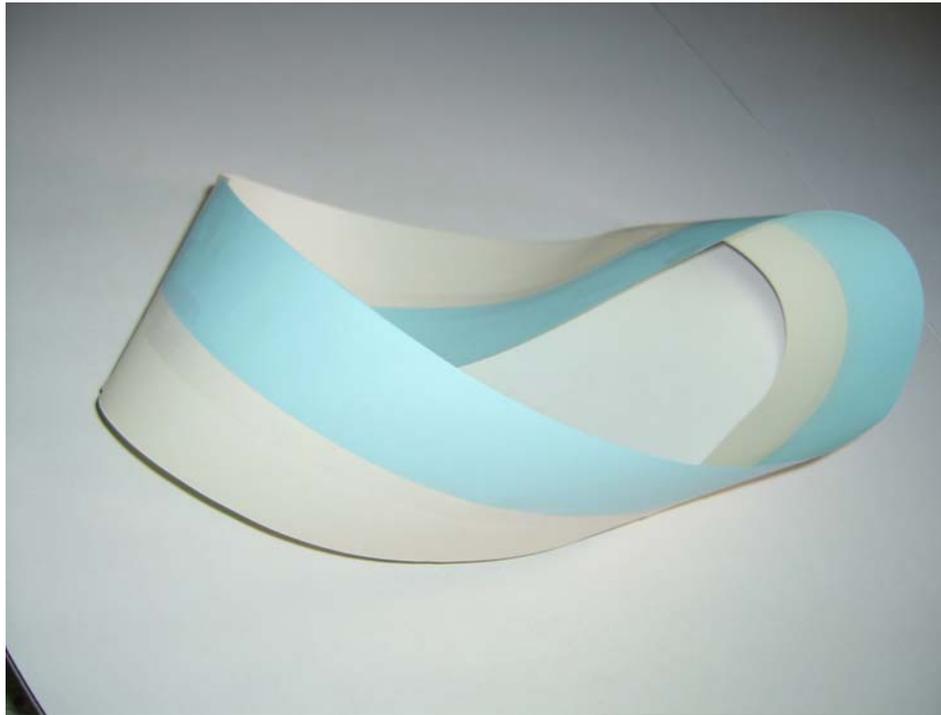


Cilindro	Banda de Möbius
	
<ul style="list-style-type: none"> • 2 caras: interior y exterior • 2 bordes (2 circunferencias) 	<ul style="list-style-type: none"> • 1 única cara • 1 borde (circunferencia larga)
 <p>→ 2 cilindros</p>	 <p>→ ?</p>
 <p>→ 2 cilindros</p>	 <p>→ ?</p>



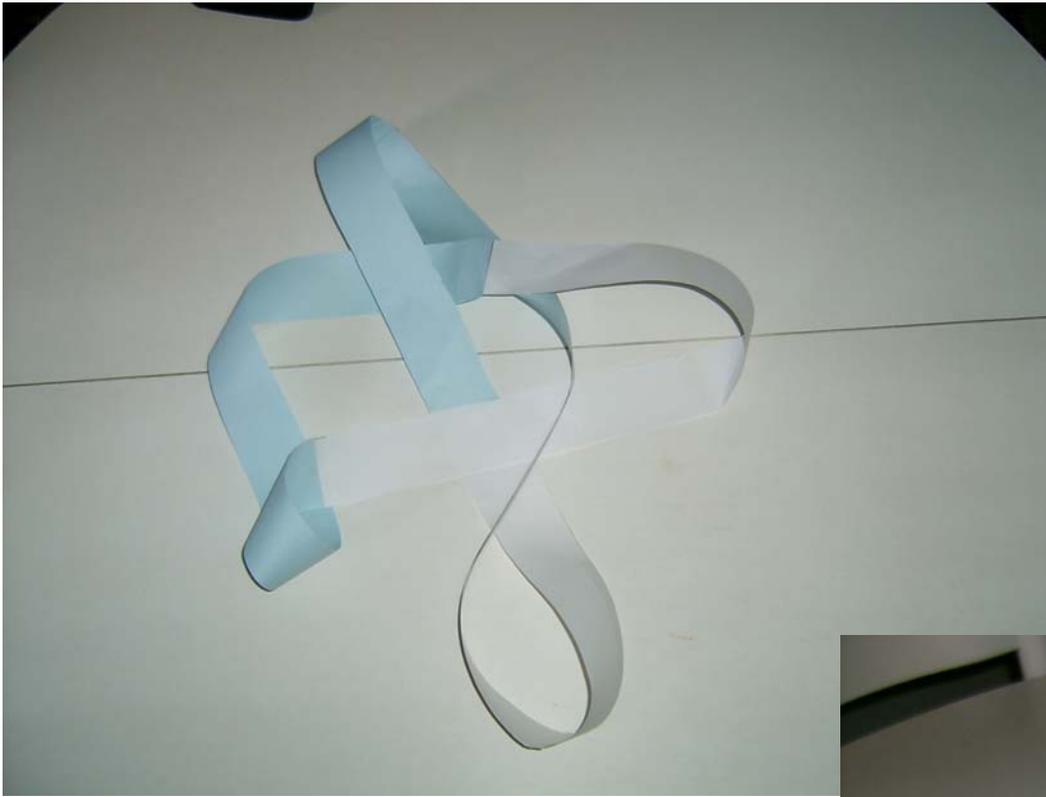
Al cortar por la mitad, se obtienen dos cilindros, la mitad de altos que el cilindro original.



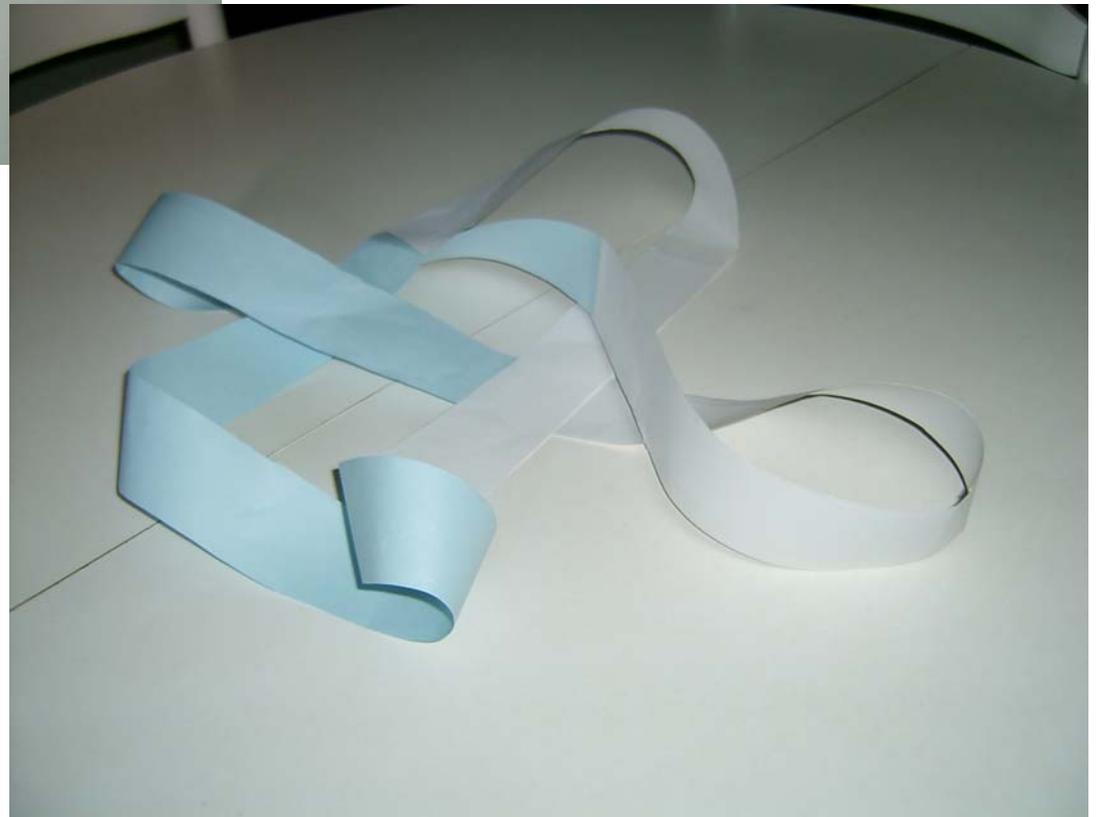


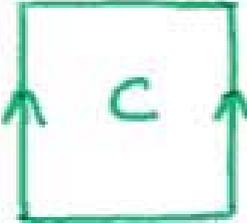
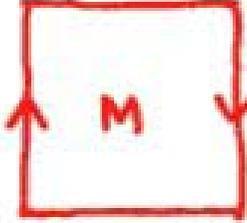
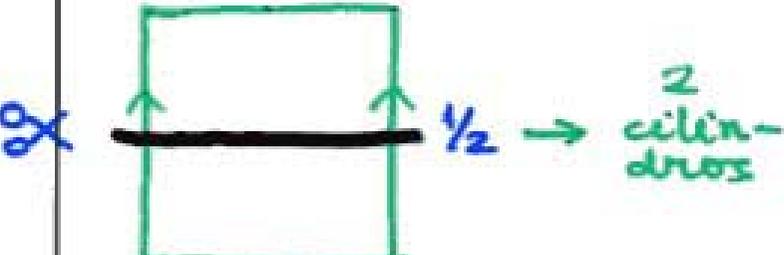
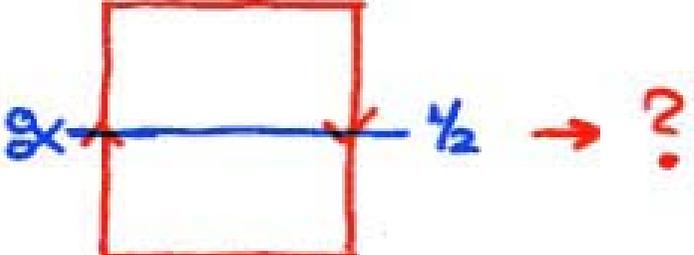
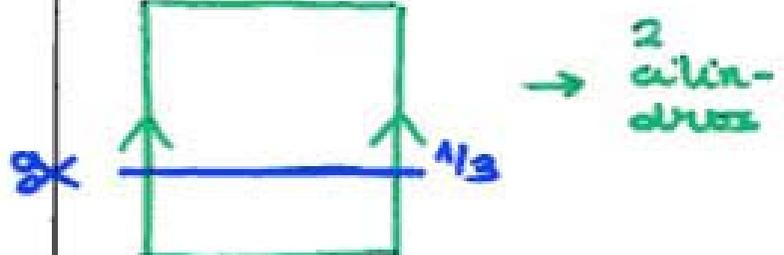
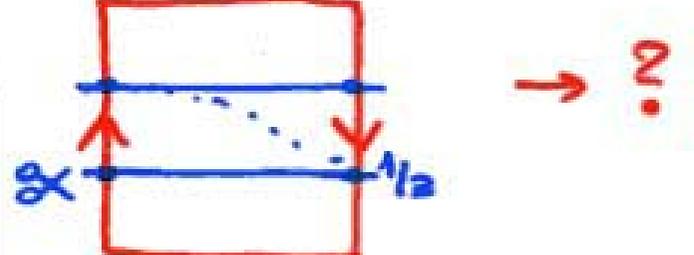
Al cortar por la mitad, se obtiene un cilindro el doble de largo y la mitad de alto que la banda original (4 semivuelatas).





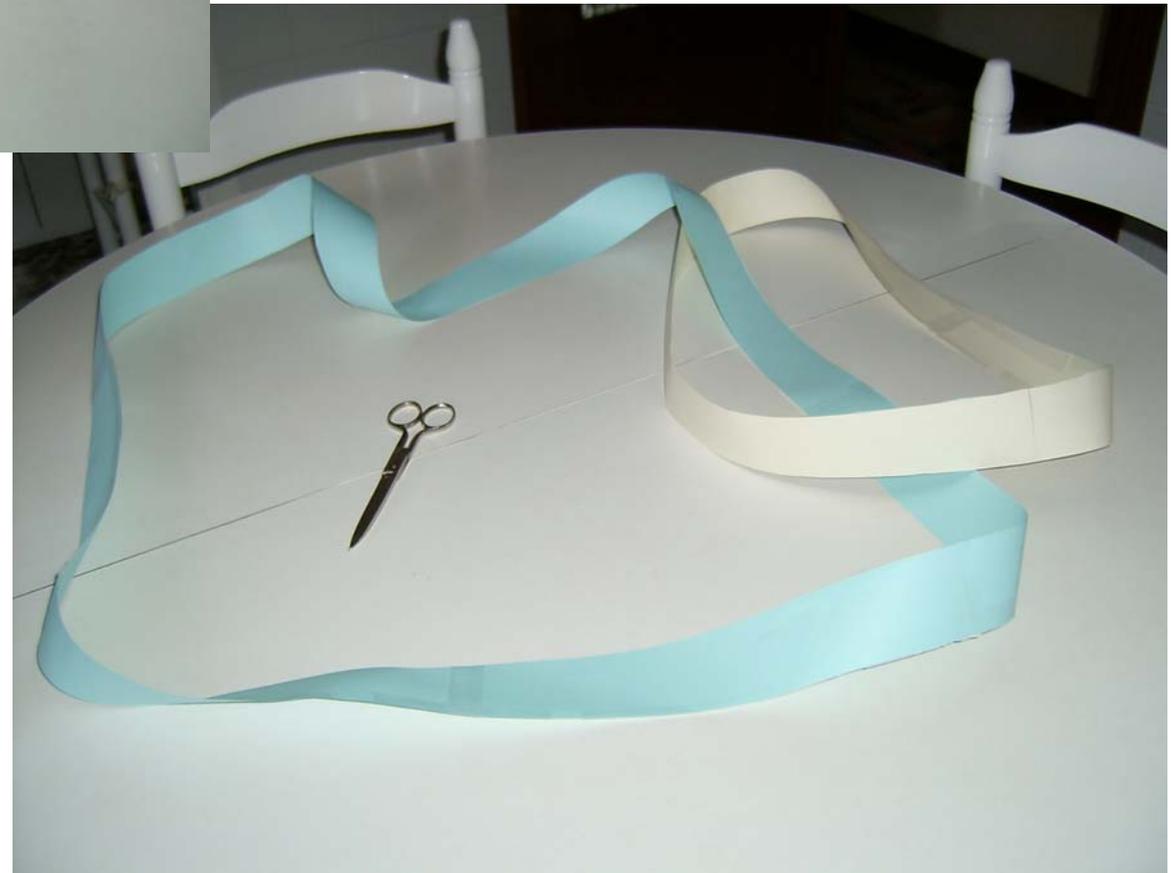
Al volver a cortar por la mitad la figura anterior, se obtienen... dos cilindros enlazados (4 semivueltas)...



Cilindro	Banda de Möbius
	
<ul style="list-style-type: none"> • 2 caras: interior y exterior • 2 bordes (2 circunferencias) 	<ul style="list-style-type: none"> • 1 única cara • 1 borde (circunferencia larga)
	
	



Al cortar por la tercera parte, se obtiene: una banda de Möbius (igual de larga y $\frac{1}{3}$ de ancha) y un cilindro (el doble de largo y $\frac{1}{3}$ de ancho, 4 semivuelatas) y enlazados...



RECETA

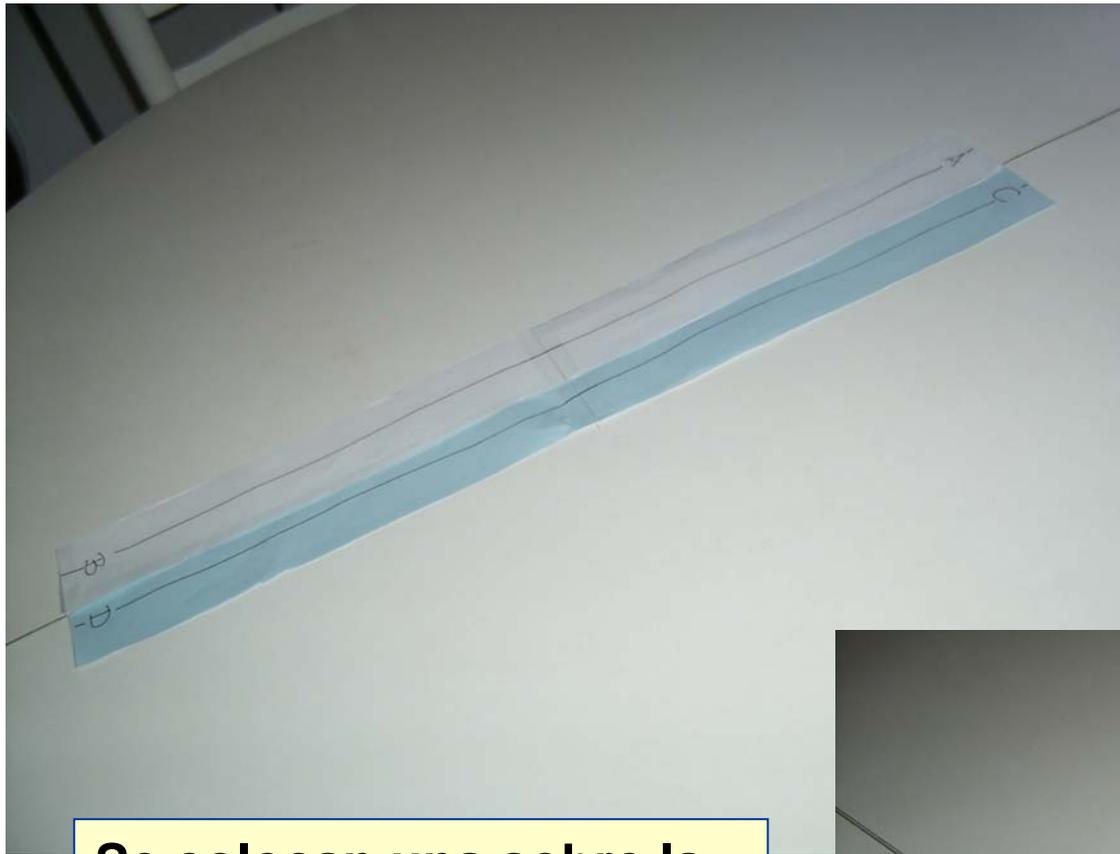
Al cortar una banda de Möbius por la n -ésima parte, se obtienen una banda de Möbius (igual de larga y $(n-2)/n$ de ancha) y un cilindro (el doble de largo y $1/n$ de ancho) y enlazados...

CASO GENERAL

Dada una tira de papel a la que se le han dado n semivuelatas antes de pegarla, si se corta por la mitad sucede:

- si n es par: aparecen 2 tiras con n semivuelatas (dos cilindros),
- si n es impar: aparece una banda de Möbius y un lazo con $2n+2$ semivuelatas (un cilindro).

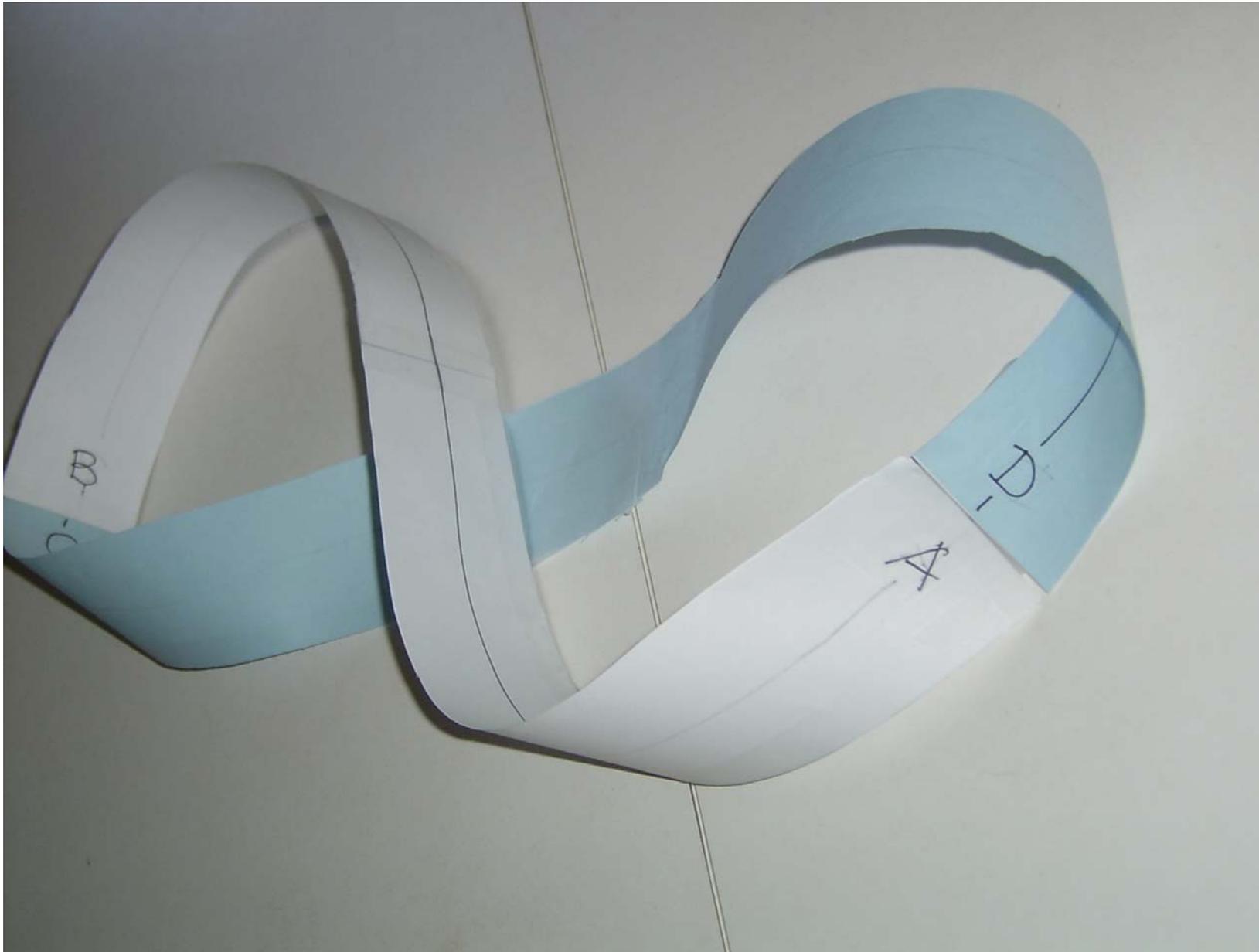
Y más experimentos...



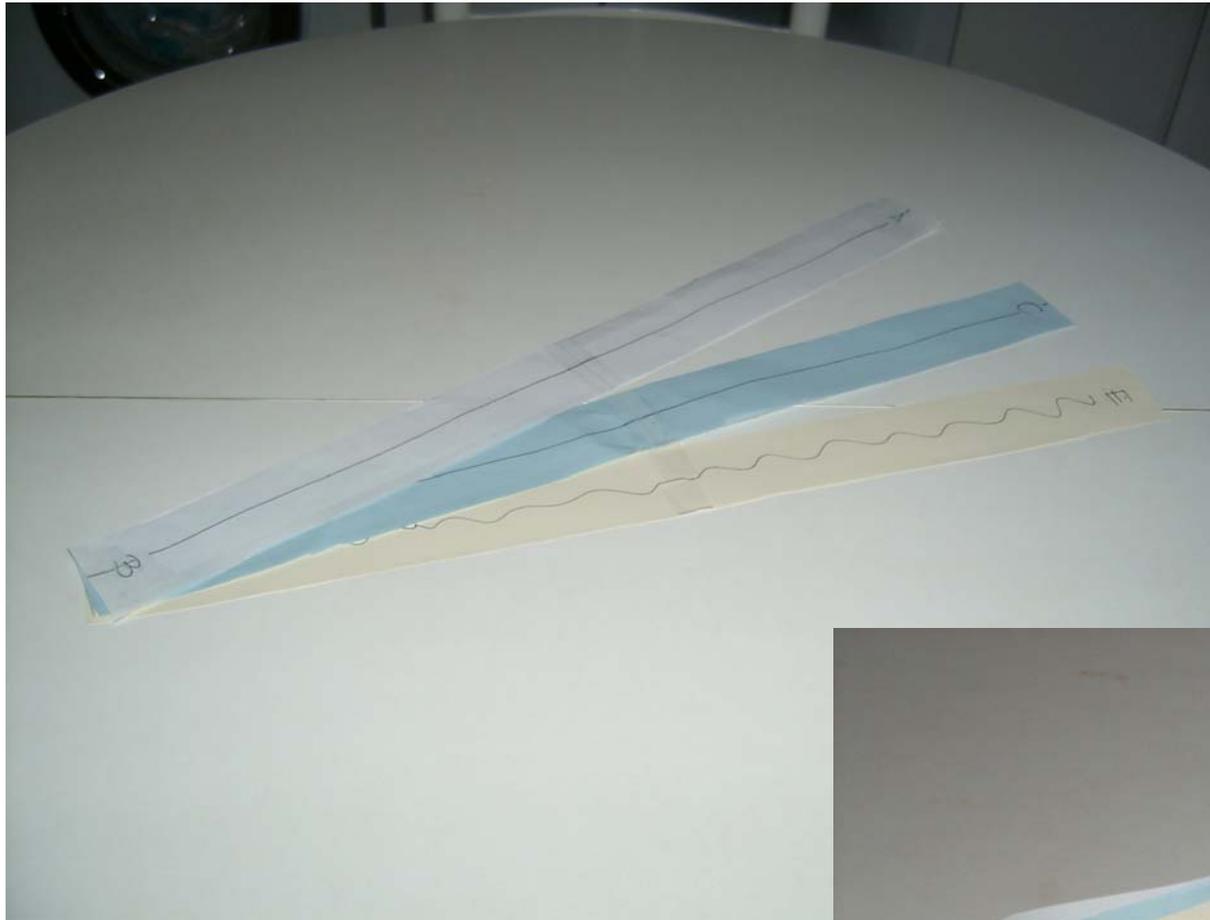
Se cortan dos tiras de papel que se marcan con las letras A y B (blanca) y C y D (azul) en su extremos.

Se colocan una sobre la otra y en vez de pegar A con B y C con D, se da una semivuelta antes y se pegan A con D y B con C. Si pasas un lápiz entre las dos figuras, hay dos bandas... no hay obstáculos.





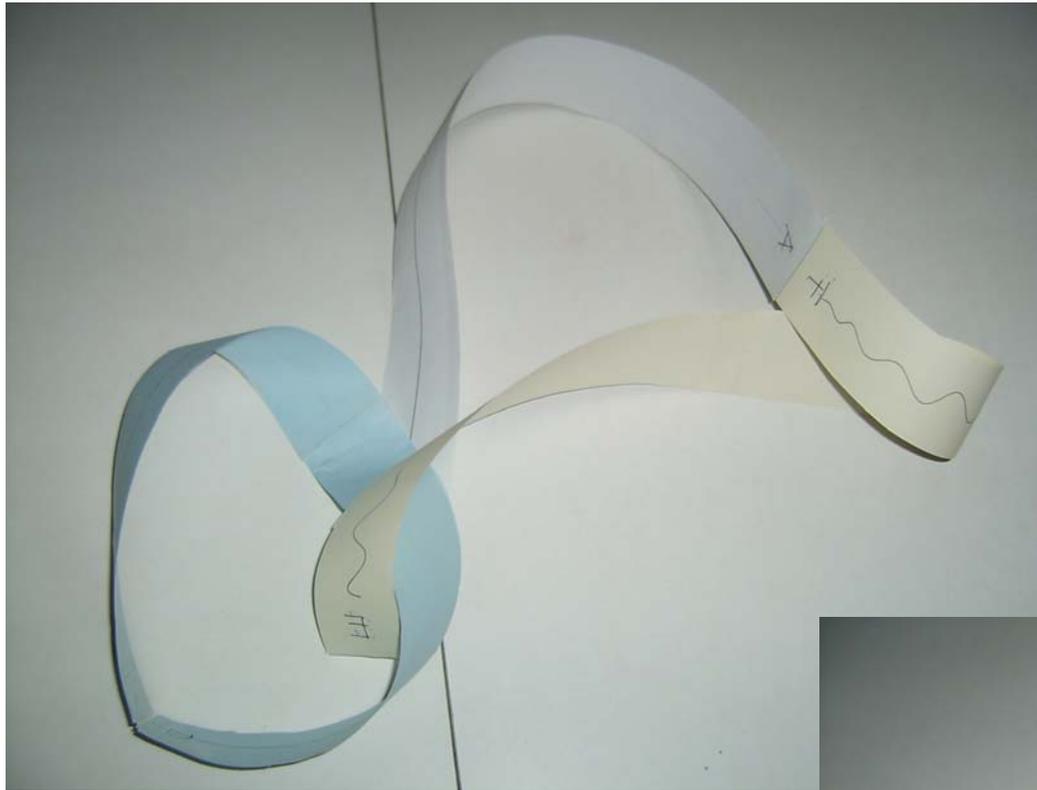
Sorprendentemente, no hay dos bandas de Möbius, sino... un cilindro, con dos semivuelatas.



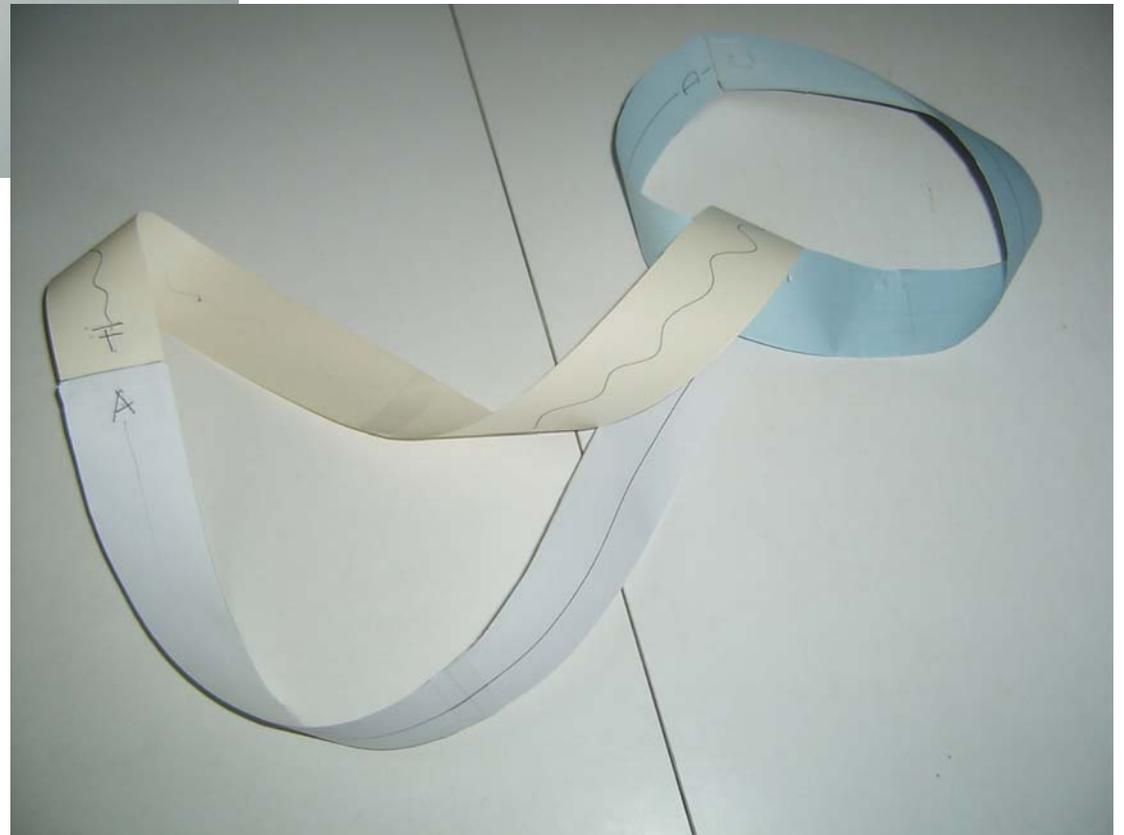
Se cortan tres tiras de papel que se marcan con las letras A y B (blanca), C y D (azul) y E y F (beis) en su extremos.

Se da una semivuelta, y se pegan A con F, B con E y C con D...

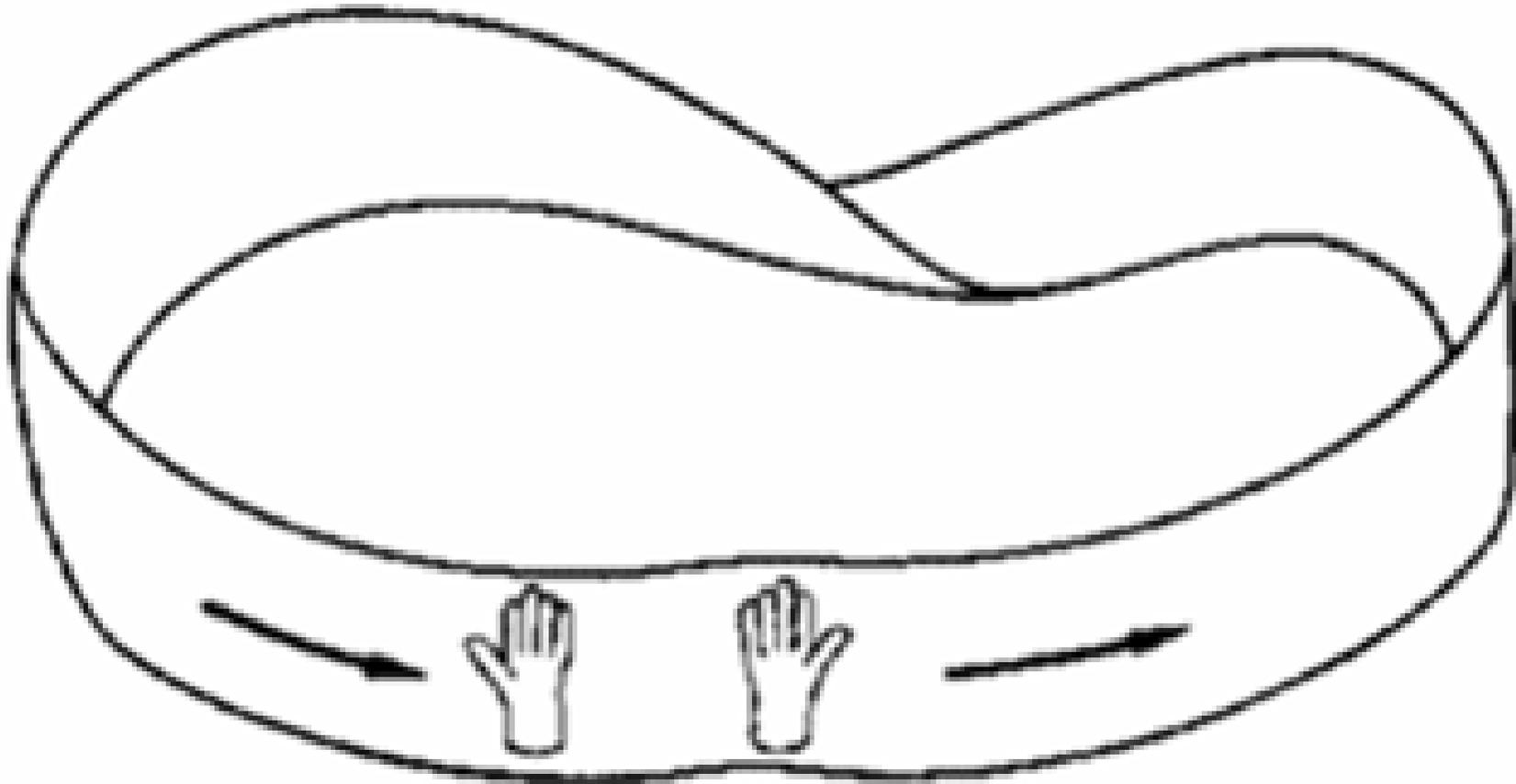




**Al deshacer la figura,
aparece un cilindro
formado por las
bandas de los
extremos y la banda
de Möbius central se
conserva...**



Estas propiedades extrañas se deben a que la banda de Möbius es **no orientable**.



La banda de Möbius no sólo es importante en matemáticas...



El dibujante e ilustrador **Jean Giraud Möbius** (1938-) con una autocaricatura, portada de su autobiografía *Mi doble y yo*.

Banda de Möbius de **LEGO** de **Andrew Lipson**



<http://web.archive.org/web/20040211064801/www.lipsons.pwp.blueyonder.co.uk/lego.htm>

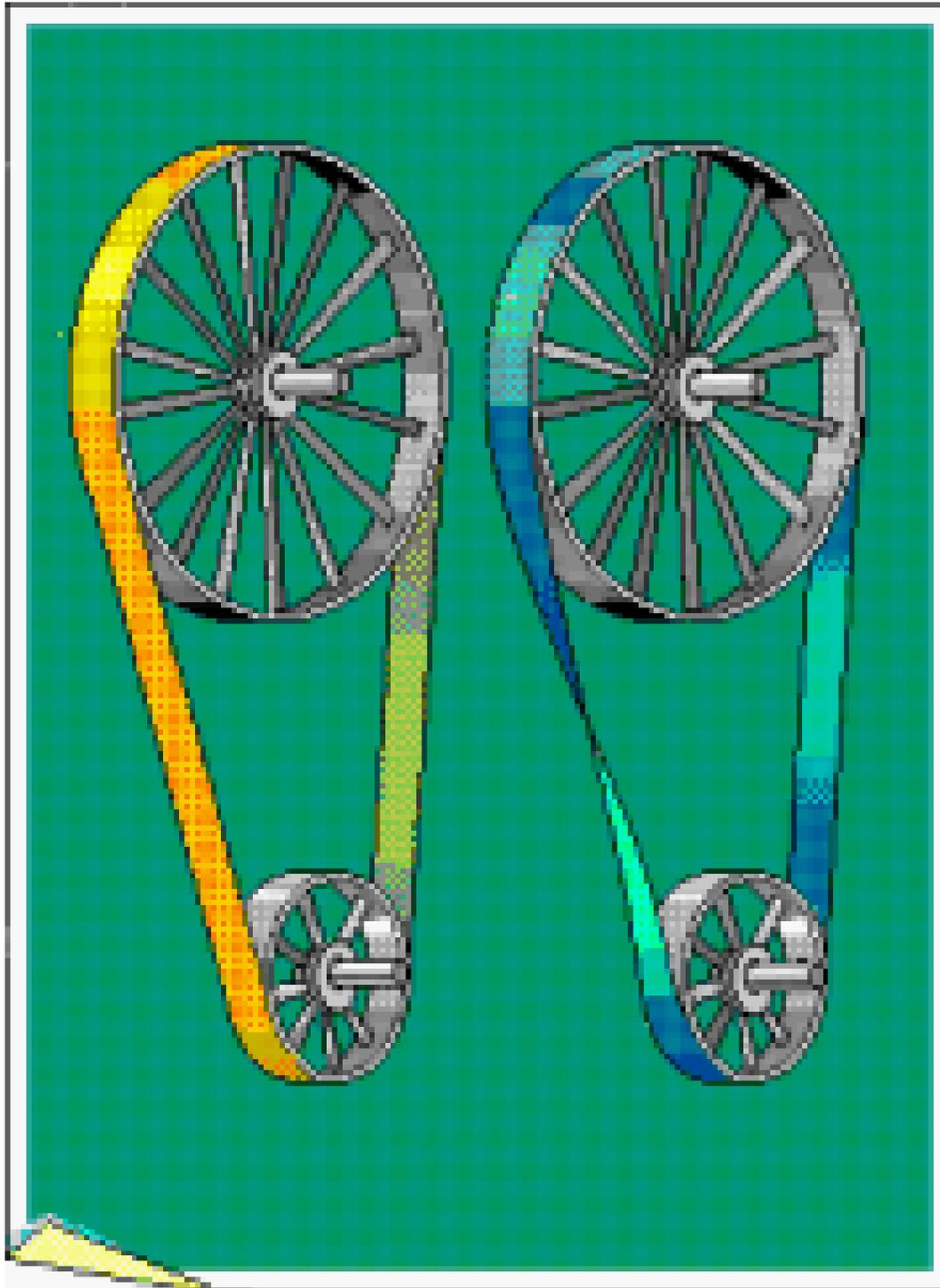
**Elisabeth
Zimmermann**

***Bufanda de
Möbius:***
La mejor para el
frío, 1983



**Caltrate:
suplemento
de calcio**



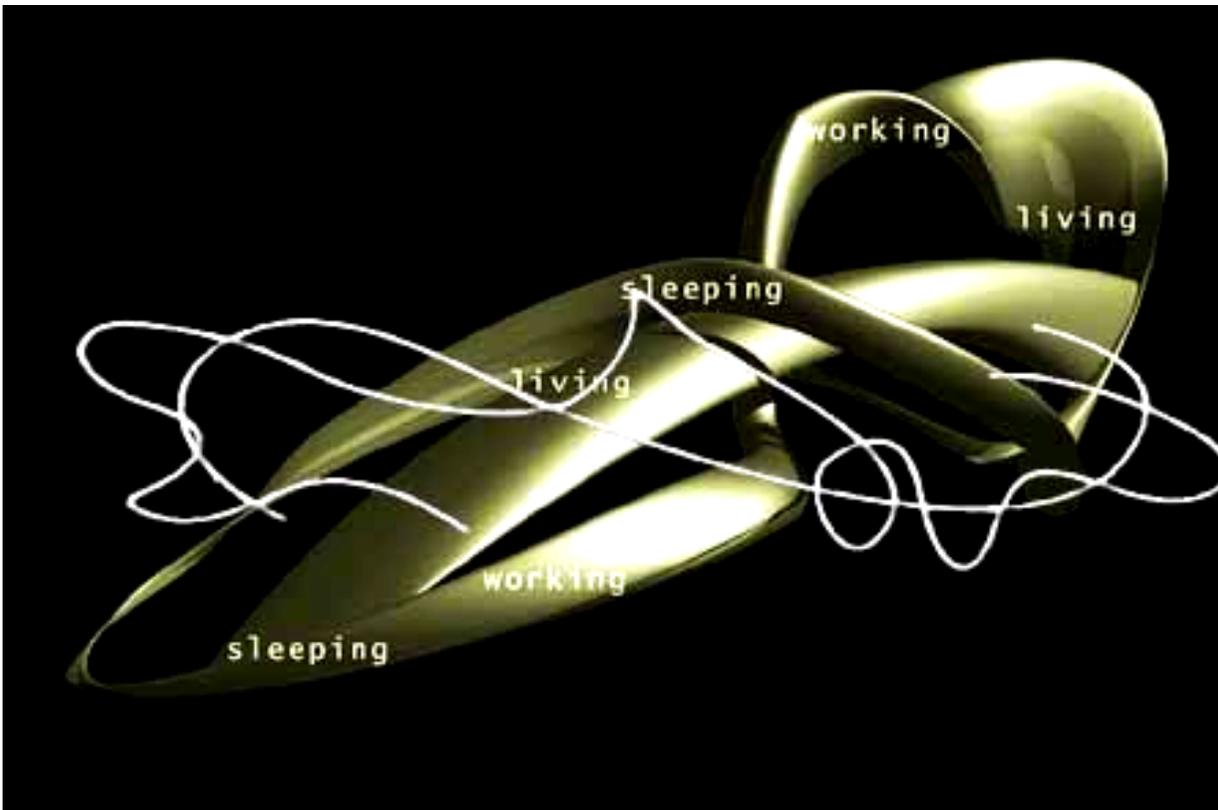


En algunas industrias se están cambiando las correas cilíndricas por “correas de Möbius” que se desgastan a menor velocidad...

El uso de estas correas dobla la vida de elementos tipo lazo como correas de transmisión planas, cintas magnéticas, hojas flexibles, etc.

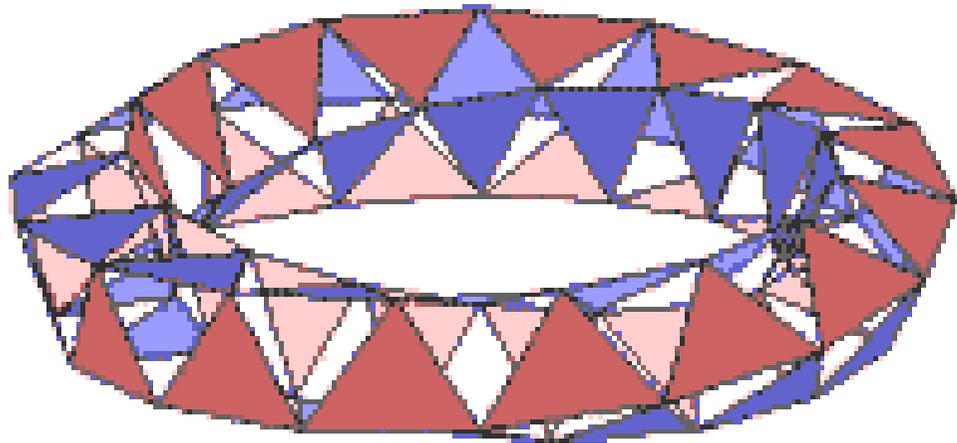


Ben van Berkel
MÖBIUS HOUSE (UN STUDIO)
1993-1998

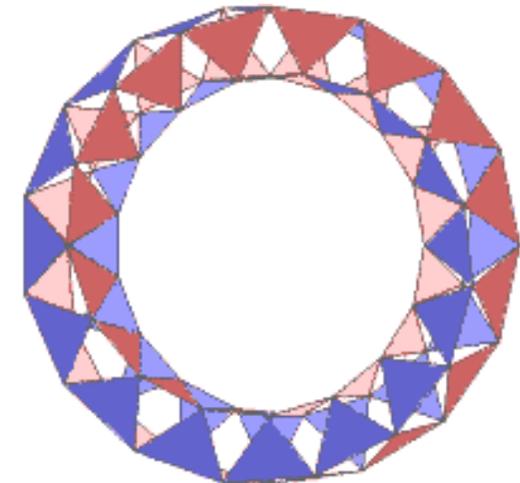




<http://www.wolfram.com/products/mathematica/usersanduses/experience/mobius.html>



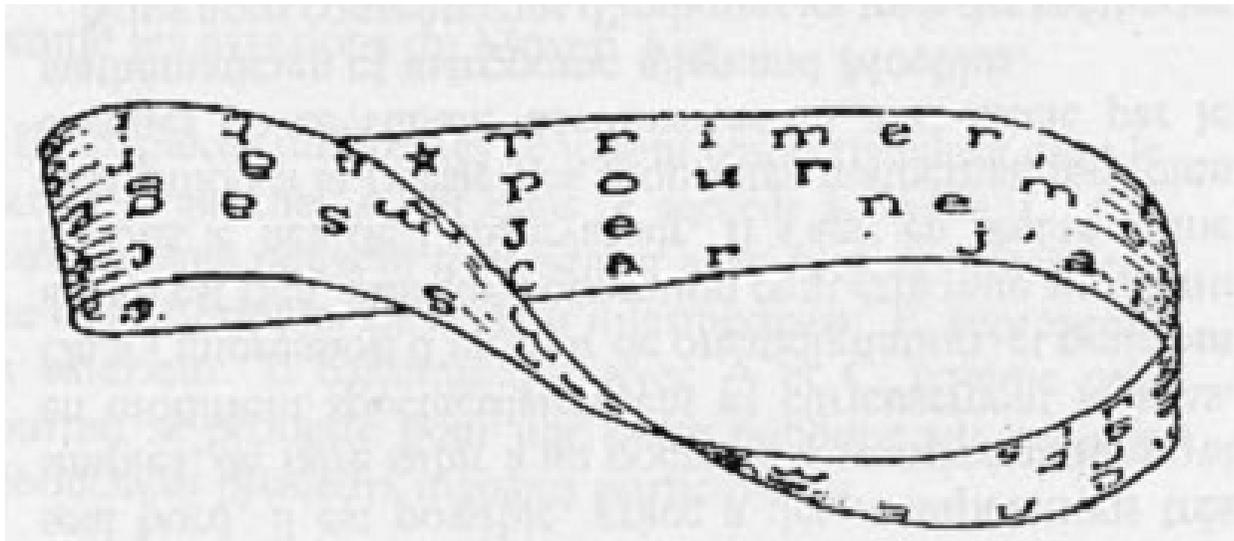
Sugar Sand Science Playground en Boca Ratón (Florida), diseñado por Gerald Harnett.



La banda de Möbius y OULIPO... para crear literatura



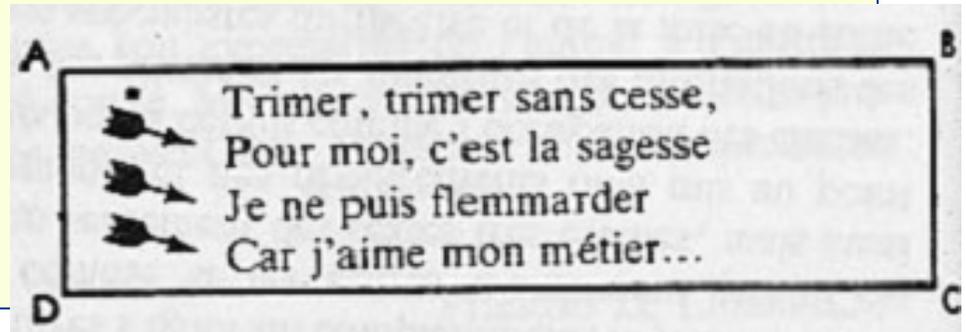
Luc Étienne (1908-1984) toma la banda de Möbius, la somete a simples manipulaciones, y transforma un poema en otro cuyo sentido cambia espectacularmente...



Método de lectura directa

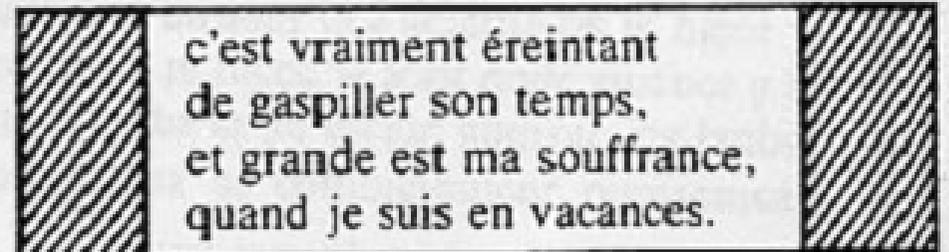
En la primera cara de una banda de papel rectangular (al menos 10 veces más larga que ancha) se escribe la mitad de la poesía:

***Trabajar, trabajar sin cesar,
para mi es obligación
no puedo flaquear
pues amo mi profesión...***



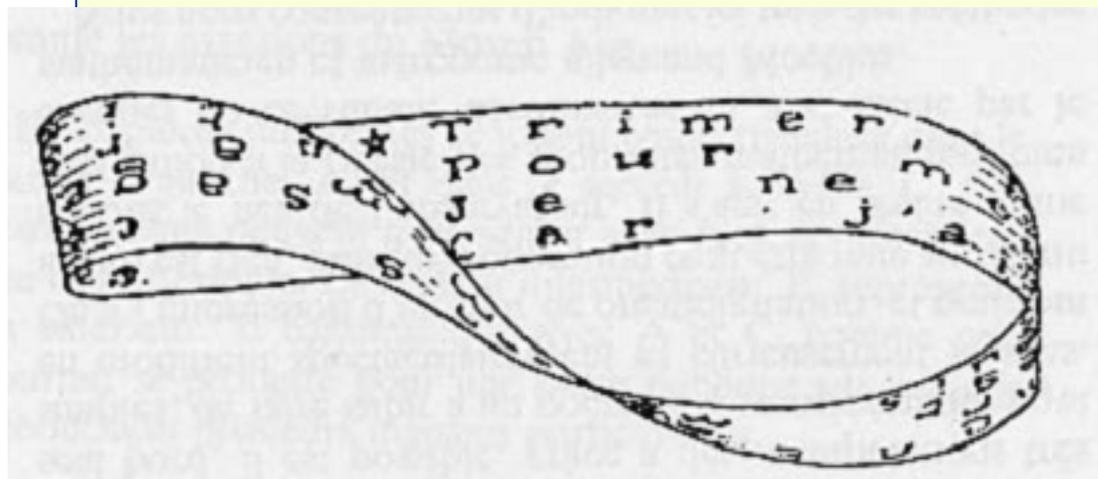
Se gira esta tira de papel sobre su lado más largo (es esencial), y se escribe la segunda mitad del poema:

***Es realmente un tostón
perder el tiempo,
y grande es mi sufrimiento,
cuando estoy de vacación.***



Se pega la tira para obtener una banda de Möbius y sobre ella se lee (sólo tiene una cara) algo con sentido “opuesto” a la suma de los dos poemas anteriores:

***Trabajar, trabajar sin cesar, es realmente un tostón
para mi es obligación perder el tiempo
no puedo flaquear y grande es mi sufrimiento,
pues amo mi profesión... cuando estoy de vacación.***



*Trimer, trimer sans cesse, c'est vraiment éreintant
Pour moi, c'est la sagesse de gaspiller son temps
Je ne puis flemmarder, et grande est ma souffrance,
Car j'aime mon métier... quand je suis en vacances.*

Una verdad sin interés puede ser eclipsada por una falsedad emocionante.

Aldous Huxley (1894-1963)



Aldous L.
HUXLEY
(1894 - 1963)

Aldous